b l a c k l a b e l

A n s w e r

정답과 해설

A등급을 위한 명품 수학

블랙라벨

Speed Check

Ⅰ 기본 도형

01. 기본 도형

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.10

01 ③ 02 ③, ⑤ 03 12 04 15
05 ① 06 ④ 07 3 08 ⑤

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.11~15

01 ①, ② 02 ③ 03 24 04 26 05 ④ 06 10 07 1 08 ②
09 ③ 10 15 m 11 ③ 12 $x=\frac{1}{4}$, $y=-\frac{1}{2}$ 13 ① 14 1 : 9
15 ⑤ 16 67.5° 17 40° 18 ③ 19 ④ 20 $\frac{180}{13}°$ 21 56° 22 135°
23 ② 24 ④ 25 ② 26 11 27 75° 28 ① 29 12 30 ①

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.16~17

01 $\frac{60}{13}$ cm 02 23 03 80°
04 (1) 5 (2) 75 05 2 06 16
07 $4n+2$ 08 $\frac{360}{11}$분

02. 위치 관계

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.20

01 ㄱ 02 9 03 ②, ⑤ 04 ①, ④
05 ⑤ 06 96° 07 ⑤ 08 90°

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.21~25

01 ① 02 10 03 4 04 ㄱ, ㄴ, ㄹ 05 2 06 ①, ③
07 20 08 ④ 09 ①, ④ 10 4 11 ③ 12 11 13 ② 14 3
15 8 16 ① 17 65° 18 ⑤ 19 51° 20 ⑤ 21 ③, ⑤ 22 180°
23 20° 24 ⑤ 25 ① 26 105° 27 32 28 85° 29 ⑤ 30 20°

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.26~27

01 (1) 6 (2) 66 02 (1) 195° (2) 14
03 62° 04 16 05 100° 06 76
07 31 08 95°

03. 작도와 합동

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.29

01 ④ 02 ④ 03 5 04 ⑤
05 ④ 06 ⑤

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.30~34

01 ② 02 8 03 ③ 04 ③ 05 35° 06 풀이 참조 07 11
08 3 09 ④ 10 ㄱ, ㄴ, ㄷ 11 ③, ④ 12 ③, ⑤ 13 5
14 △CEM, ASA 합동 15 ② 16 ⑤ 17 ③ 18 ASA 합동
19 ③ 20 풀이 참조 21 ⑤ 22 120° 23 48 24 96° 25 50°
26 8 27 ⑤ 28 ③ 29 10

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.35~36

01 6회 02 (1) $2<x<14$ (2) 24 03 3
04 풀이 참조 05 (1) ㄱ, ㄷ (2) 풀이 참조
06 6 07 4 08 70°

Ⅱ 평면도형

04. 다각형

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.39

01 ⑤ 02 ② 03 ① 04 115°
05 ② 06 73° 07 ④ 08 44°

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.40~44

01 ③ 02 ④ 03 8개 04 119 05 20 06 ④ 07 67 08 160
09 ⑤ 10 ③ 11 144° 12 158° 13 ⑤ 14 59° 15 99° 16 36°
17 ④ 18 274° 19 ① 20 1980° 21 ② 22 180° 23 ③ 24 ①
25 30 26 252° 27 ① 28 ③ 29 10개 30 ③

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.45~46

01 15 02 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조
03 34 04 100° 05 24 06 114°
07 540° 08 112

05. 원과 부채꼴

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.48

01 ①, ④ 02 ③, ⑤ 03 $x=18$, $y=20$
04 ③ 05 ② 06 ②

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.49~53

01 ② 02 6 cm 03 216° 04 100° 05 ③ 06 ④ 07 6 08 ⑤
09 $a=8\pi$, $b=16$ 10 ② 11 ① 12 64 13 ⑤ 14 15 : 8 15 ④
16 6π 17 ③ 18 90π cm² 19 $(18\pi-36)$cm² 20 $\frac{3}{2}\pi-2$
21 $\frac{32}{3}\pi$ cm² 22 ② 23 ③ 24 $\left(\frac{128}{3}\pi+80\right)$cm²
25 $\frac{341}{3}\pi$ m² 26 $(50\pi+48)$cm² 27 $\frac{32}{3}\pi$ cm 28 12 29 ⑤

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.54~55

01 4π m 02 45π 03 $104+36\pi$
04 4π cm 05 0 06 8π cm
07 5 08 $58\pi+88$

Ⅲ 입체도형

06. 다면체와 회전체

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.60

01 2 02 38 03 ④ 04 ①, ④
05 ⑤ 06 48π cm^2 07 ⑤

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.61~65

01 ④ 02 ② 03 16 04 사각기둥 05 12 06 ㄱ, ㄷ 07 ②
08 1 09 ⑤ 10 점 B, 점 G 11 ② 12 60° 13 ③
14 60 15 40 cm 16 ③ 17 ④ 18 ㄱ, ㄴ, ㄷ 19 40π cm^2
20 ② 21 $26+4\pi$ 22 ② 23 ② 24 ⑤ 25 $(96\pi+24)$cm
26 ③ 27 20π cm^2 28 ③ 29 ⑤

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.66~67

01 (1) $3m+2n=30$ (2) 13, 11
02 풀이 참조 03 (1) 32 (2) 4π
04 51 05 486 06 30 07 94
08 12초

07. 입체도형의 겉넓이와 부피

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 pp.69~70

01 ③ 02 ① 03 ④ 04 ④
05 $(48\pi+48)$cm^2 06 25π cm^3
07 ④ 08 84 09 ② 10 ④
11 ⑤ 12 18π cm^3, 54π cm^3

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.71~75

01 ④ 02 ② 03 ③ 04 384 cm^2 05 $(115\pi-50)$cm^2
06 504 cm^2 07 ① 08 $\frac{5}{2}$ 09 5 : 6 10 ② 11 ②
12 56π cm^2 13 $(504+4\pi)$cm^2 14 $32\pi+28$ 15 ② 16 ④
17 $\frac{153}{8}$ cm^3 18 6 19 ③ 20 ⑤ 21 320분 22 ②
23 6 cm 24 124π cm^2 25 ② 26 2 27 ③ 28 $\frac{10}{3}\pi$ cm^3
29 105π cm^3 30 ③

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.76~77

01 24 cm 02 (1) 460 cm^3 (2) 5.4 cm
03 624 cm^2 04 7 : 6 : 5
05 $\frac{208}{3}\pi$ cm^3 06 $\left(\frac{1}{3}\pi+\frac{1}{2}\right)r^3$
07 72π 08 12분

Ⅳ 통계

08. 도수분포표와 그래프

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.81

01 ㄱ, ㄹ 02 ③ 03 60 % 04 ④, ⑤
05 ②

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.82~85

01 ③, ⑤ 02 10분 03 30 04 ④ 05 8명 06 6 07 25명 08 ②
09 ① 10 18개 11 12 12 42 % 13 ③ 14 ② 15 16 16 ③
17 384 18 ③

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.86~87

01 (1) $m=2$, $n=3$ (2) $x=58$, $y=63$
02 9명
03 (1) 13명 (2) $\frac{31}{49}$
04 20명 05 2명 06 25
07 7 08 12명

09. 상대도수

Step 1 / 시험에 꼭 나오는 문제 p.89

01 0.3 02 ③ 03 ② 04 세제 A
05 9 : 2 06 ㄱ

Step 2 / A등급을 위한 문제 pp.90~93

01 ④ 02 0.12 03 8명 04 ④ 05 22 06 ④ 07 ⑤ 08 ②
09 600 10 ⑤ 11 24 12 0.1 13 ④ 14 3 : 2 15 0.48 16 ④
17 ③ 18 13명 19 ③

Step 3 / 종합 사고력 도전 문제 pp.94~95

01 (1) $x=0.2$, $y=0.24$ (2) 60대
02 120명
03 (1) $A=0.12$, $B=54$ (2) 8 %
04 0.15 05 16명 06 36명
07 0.04 08 후보 B, 이유는 풀이 참조

I 기본 도형

01 기본 도형

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 10

01 ③	02 ③, ⑤	03 12	04 15	05 ①
06 ④	07 3	08 ⑤		

01

ㄱ. 직육면체에서 교선의 개수는 12, 면의 개수는 6이므로
(교선의 개수) $=2\times$ (면의 개수)

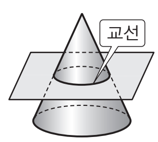
ㄴ. 삼각뿔에서 교점의 개수, 꼭짓점의 개수는 모두 4로 같다.

ㄷ. 면과 면이 만나서 직선 또는 곡선이 생길 수 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ③

blacklabel 특강 풀이첨삭

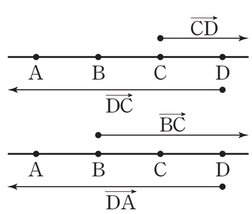
ㄷ. 평면과 평면이 만나서 생기는 교선은 항상 직선이나, 서로 같은 면이 만나면 면이 생기고 평면과 곡면 또는 곡면과 곡면이 만나는 경우에는 오른쪽 그림과 같이 곡선이 생길 수 있다.



02

③ $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$는 시작점과 방향이 다르므로 $\overrightarrow{CD}\neq\overrightarrow{DC}$

⑤ $\overrightarrow{BC}$와 $\overrightarrow{DA}$는 오른쪽 그림과 같으므로 $\overrightarrow{BC}$는 $\overrightarrow{DA}$에 포함되지 않는다.



따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

03

서로 다른 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CD}$의 6개이므로 $a=6$

반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$의 12개이므로 $b=12$

선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 6개이므로 $c=6$

$\therefore a+2b-3c=6+24-18=12$ 답 12

blacklabel 특강 참고

직선, 반직선, 선분의 개수

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 n개의 점 중에서 두 점을 이어 만들 수 있는 서로 다른 직선, 반직선, 선분의 개수는 다음과 같다.

(1) 직선의 개수, 선분의 개수 : $\dfrac{n(n-1)}{2}$

(2) 반직선의 개수 : $n(n-1)$

04

$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AN}=\dfrac{1}{2}\times10=5$이므로

$\overline{AB}=3\overline{AM}=3\times5=15$ 답 15

05

$\angle COD=\angle a$라 하면

$\angle AOC=\dfrac{3}{2}\angle COD=\dfrac{3}{2}\angle a$

$\angle DOE=\angle b$라 하면

$\angle EOB=\dfrac{3}{2}\angle DOE=\dfrac{3}{2}\angle b$

이때, $\angle AOC+\angle COD+\angle DOE+\angle EOB=180^\circ$이므로

$\dfrac{3}{2}\angle a+\angle a+\angle b+\dfrac{3}{2}\angle b=180^\circ$

$\dfrac{5}{2}(\angle a+\angle b)=180^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b=180^\circ\times\dfrac{2}{5}=72^\circ$

$\therefore\ \angle COE=\angle a+\angle b=72^\circ$ 답 ①

06

$\angle AOC=90^\circ$, $\angle BOD=90^\circ$에서

$\angle BOC+\angle AOB=90^\circ$, $\angle BOC+\angle COD=90^\circ$이므로

$2\angle BOC+\angle AOB+\angle COD=180^\circ$

$2\angle BOC+48^\circ=180^\circ$, $2\angle BOC=132^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=66^\circ$ 답 ④

| 다른풀이 |

$\angle BOC+\angle AOB=\angle COD+\angle BOC$이므로

$\angle AOB=\angle COD$

$=\dfrac{1}{2}\times48^\circ=24^\circ$

이때, $\angle BOC+\angle AOB=90^{\circ}$이므로

$\angle BOC=90^{\circ}-24^{\circ}=66^{\circ}$

07

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$x+50=4x+5$, $3x=45$

$\therefore x=15$

이때, $(2y+1)^{\circ}+(4x+5)^{\circ}=90^{\circ}$이므로

$2y+1+60+5=90$

$2y+66=90$, $2y=24$

$\therefore y=12$

$\therefore x-y=15-12=3$ **답** 3

08

⑤ 점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 $\overline{AD}$의 길이와 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. **답** ⑤

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 11~15

01 ①, ②	02 ③	03 24	04 26	05 ④
06 10	07 1	08 ②	09 ③	10 15 m
11 ③	12 $x=\frac{1}{4}$, $y=-\frac{1}{2}$	13 ①	14 1 : 9	
15 ⑤	16 67.5°	17 40°	18 ③	19 ④
20 $\frac{180^{\circ}}{13}$	21 56°	22 135°	23 ②	24 ④
25 ②	26 11	27 75°	28 ①	29 12
30 ①				

01

① 구는 입체도형이다.

② 선이 움직인 자리는 면이 된다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ②이다. **답** ①, ②

02

오각기둥에서 교점, 즉 꼭짓점은 10개이고,

교선, 즉 모서리는 15개이므로

$a=10$, $b=15$

원기둥에서 교점은 없고, 교선은 2개이므로

$x=0$, $y=2$

$\therefore a+b+x+y=10+15+0+2=27$ **답** ③

03

서로 다른 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AP}$, $\overleftrightarrow{BP}$, $\overleftrightarrow{CP}$의 4개이므로 $a=4$

서로 다른 반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{BP}$, $\overrightarrow{CP}$, $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$의 10개이므로 $b=10$

$\therefore a+2b=4+2\times10=24$ **답** 24

blacklabel 특강 오답피하기

이 문제에서 직선의 개수는 4이므로 반직선의 개수는 그 2배인 8로 생각하기 쉽다. 그러나 $\overleftrightarrow{AB}$에는 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$가 포함되어 있음에 유의해야 한다.
이와 같이 한 직선 위에 3개 이상의 점이 있을 때, 반직선의 개수가 직선의 개수의 2배라고 생각하면 안 된다.

04

점 A에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$의 5개

점 B에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BF}$의 4개

점 C에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CF}$의 5개

점 D에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DE}$의 3개

점 E에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{EF}$의 5개

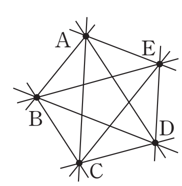
점 F에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FB}$, $\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{FD}$의 4개

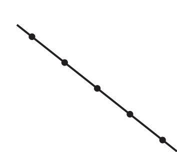
따라서 서로 다른 반직선의 개수는

$5+4+5+3+5+4=26$ **답** 26

05



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]과 같이 5개의 점 중에서 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최대이다.

이때, 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$의 10개이므로

$M=10$

[그림 2]와 같이 5개의 점이 한 직선 위에 있을 때 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최소이므로

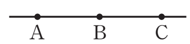
$m=1$

$\therefore M-m=9$ 답 ④

06

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때 만들 수 있는 선분과 직선의 개수는 같다.

그러나 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있는 세 점으로 만들 수 있는 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 3개, 서로 다른 직선은 $\overleftrightarrow{AC}$의 1개이다.



따라서 한 직선 위에 있는 세 점으로 만들 수 있는 선분의 개수와 서로 다른 직선의 개수의 차는 2이므로 구하는 개수의 차는

$2\times5=10$ 답 10

07

$4\overline{AC}=\overline{AB}$에서 $\overline{AC}=\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{1}{4}\times24=6$

$4\overline{CD}=\overline{CE}$에서

$\overline{CD}=\frac{1}{4}\overline{CE}=\frac{1}{4}(\overline{AB}-\overline{AC}-\overline{EB})$

$=\frac{1}{4}(24-6-2)$

$=\frac{1}{4}\times16=4$

$\therefore \overline{MC}=\overline{MD}-\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\overline{AD}-4$

$=\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{CD})-4$

$=\frac{1}{2}(6+4)-4=1$ 답 1

08

ㄱ. $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{AB}$

ㄴ. $\overline{NB}=\frac{1}{2}\overline{MB}$

ㄷ. $\overline{AB}=2\overline{MB}=2\times2\overline{NB}=4\overline{NB}$

ㄹ. $\overline{AN}=\overline{AM}+\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{3}{4}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{4}{3}\overline{AN}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

09

$\overline{AP}=a$라 하면 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:3$에서

$\overline{PB}=3\overline{AP}=3a$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AP}+\overline{PB}=a+3a=4a$

$\overline{AQ}:\overline{QB}=5:2$에서

$\overline{QB}=\frac{2}{7}\overline{AB}=\frac{2}{7}\times4a=\frac{8}{7}a$

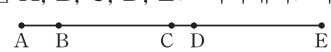
$\overline{PQ}=\overline{PB}-\overline{QB}=3a-\frac{8}{7}a=\frac{13}{7}a$이므로

$\frac{13}{7}a=13 \qquad \therefore a=7$

$\therefore \overline{AB}=4a=4\times7=28$ 답 ③

10

다음 그림과 같이 가람, 수진, 유선, 병진, 희정의 위치를 한 직선 위에 각각 점 A, B, C, D, E로 나타내어보자.



조건 (가)에서 $\overline{AE}=36$ m이므로 조건 (나)에서

$\overline{AC}=\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{AE}=\frac{1}{2}\times36=18(\text{m})$ ……㉠

조건 (다)에서 $\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{BC}$, 즉 $\overline{BC}=3\overline{AB}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AB}+3\overline{AB}=4\overline{AB}$ ……㉡

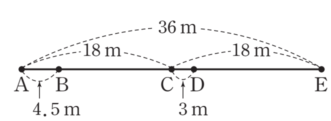
㉠, ㉡에서 $4\overline{AB}=18$이므로

$\overline{AB}=\frac{18}{4}=4.5(\text{m})$

조건 (라)에서 $\overline{AB}+\overline{CD}=7.5$이므로

$4.5+\overline{CD}=7.5 \qquad \therefore \overline{CD}=3(\text{m})$

$\therefore \overline{DE}=\overline{CE}-\overline{CD}=18-3=15(\text{m})$



따라서 병진과 희정 사이의 거리는 15 m이다. 답 15 m

11

두 점 A_1, B_1은 선분 AB의 삼등분점이므로

$\overline{AA_1}=\overline{A_1B_1}=\overline{B_1B}=\frac{1}{3}\times\overline{AB}$

두 점 A_2, B_2는 선분 A_1B_1의 삼등분점이므로

$\overline{A_1A_2}=\overline{A_2B_2}=\overline{B_2B_1}=\frac{1}{3}\times\overline{A_1B_1}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\overline{AB}$

두 점 A_3, B_3은 선분 A_2B_2의 삼등분점이므로

$\overline{A_2A_3}=\overline{A_3B_3}=\overline{B_3B_2}=\frac{1}{3}\times\overline{A_2B_2}=\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\overline{AB}$

두 점 A_4, B_4는 선분 A_3B_3의 삼등분점이므로

$\overline{A_3A_4}=\overline{A_4B_4}=\overline{B_4B_3}=\frac{1}{3}\times\overline{A_3B_3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\overline{AB}$

이때, $\overline{A_4B}=\overline{A_4B_4}+\overline{B_4B_3}+\overline{B_3B_2}+\overline{B_2B_1}+\overline{B_1B}$이므로

$$\begin{aligned}\overline{A_4B}&=\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\overline{AB}+\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\overline{AB}+\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\overline{AB}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\overline{AB}\\&\quad+\frac{1}{3}\times\overline{AB}\\&=\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^4+\left(\frac{1}{3}\right)^4+\left(\frac{1}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\right\}\times81\\&=\left(\frac{1}{81}+\frac{1}{81}+\frac{1}{27}+\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)\times81\\&=1+1+3+9+27\\&=41\end{aligned}$$

답 ③

12

$\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$라 하면

$$\begin{aligned}\overline{MN}&=\overline{MC}+\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BC}\\&=\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}a\end{aligned}$$

$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}b$

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a=\frac{1}{4}a$

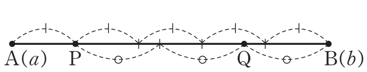
$\therefore\ \overline{PC}=\overline{MN}-\overline{MP}-\overline{CN}=\frac{1}{2}a-\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b$

따라서 $\overline{PC}=\frac{1}{4}\overline{AB}-\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$x=\frac{1}{4}$, $y=-\frac{1}{2}$

답 $x=\frac{1}{4}$, $y=-\frac{1}{2}$

13



점 P의 좌표는

$a+\overline{AP}=a+\frac{1}{5}\overline{AB}=a+\frac{b-a}{5}=\frac{4a+b}{5}$

따라서 점 Q의 좌표는

$$\begin{aligned}b-\overline{QB}&=b-\frac{1}{3}\overline{PB}\\&=b-\frac{1}{3}\times\left(b-\frac{4a+b}{5}\right)\\&=b-\frac{b}{3}+\frac{4a+b}{15}\\&=\frac{10b}{15}+\frac{4a+b}{15}\\&=\frac{4a+11b}{15}\end{aligned}$$

답 ①

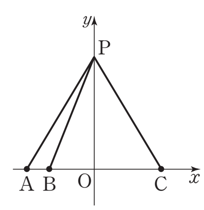
14 해결단계

❶ 단계	높이가 같은 두 삼각형에서 밑변의 길이의 비와 넓이의 비의 관계를 찾는다.
❷ 단계	좌표평면 위에 주어진 점을 나타낸다.
❸ 단계	$\overline{AB}=k$로 놓고 다른 선분의 길이를 k를 사용하여 나타낸 후 $\overline{OB}:\overline{OD}$를 구한다.

두 삼각형 PAB와 PBC의 높이는 $\overline{OP}$로 같고, 넓이의 비가 1 : 5이므로 두 삼각형의 밑변의 길이의 비도 1 : 5이다.

즉, $\overline{AB}:\overline{BC}=1:5$

따라서 다음 그림과 같이 네 점 A, B, C, P를 좌표평면 위에 나타낼 수 있다.



$\overline{AB}=k$, $\overline{BC}=5k$라 하면

원점 O는 선분 AC의 중점이므로

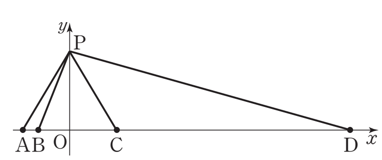
$\overline{OA}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}(k+5k)=\frac{1}{2}\times6k=3k$

$\therefore\ \overline{OB}=\overline{OA}-\overline{AB}=3k-k=2k$

한편, 두 삼각형 PBD와 PCD의 높이는 $\overline{OP}$로 같고, 넓이의 비가 4 : 3이므로 두 삼각형의 밑변의 길이의 비도 4 : 3이다.

즉, $\overline{BD}:\overline{CD}=4:3$

따라서 다음 그림과 같이 다섯 개의 점 A, B, C, D, P를 좌표평면 위에 나타낼 수 있다.



$\overline{BD}:\overline{CD}=4:3$에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=1:3$이므로

$(\overline{OB}+\overline{OC}):\overline{CD}=1:3$, $(2k+3k):\overline{CD}=1:3$

$\therefore \overline{CD}=3(2k+3k)=15k$

즉, $\overline{OD}=\overline{OC}+\overline{CD}=3k+15k=18k$

$\therefore \overline{OB}:\overline{OD}=2k:18k=1:9$ 답 1 : 9

blacklabel 특강 필수원리

삼각형의 밑변의 길이의 비와 넓이의 비

높이가 같은 두 삼각형에서 밑변의 길이와 넓이는 정비례 관계이므로 밑변의 길이의 비와 넓이의 비는 같다.

15

$\angle AOB : \angle BOE=4:5$에서

$\angle AOB=180^\circ\times\frac{4}{4+5}=180^\circ\times\frac{4}{9}=80^\circ$

$\therefore \angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$

$\angle COE=180^\circ-\angle AOC=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)$

$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

이고 $\angle COE=3\angle DOE$이므로

$\angle COD=\frac{2}{3}\angle COE=\frac{2}{3}\times 60^\circ=40^\circ$

$\therefore \angle BOD=\angle BOC+\angle COD=40^\circ+40^\circ=80^\circ$ 답 ⑤

16

$\overline{DE}$를 접는 선으로 하여 종이를 접었으므로

$\angle DEC=\angle DEC'$

따라서 $\angle BEC' : \angle DEC' : \angle DEC=2:3:3$이므로

$\angle DEC=180^\circ\times\frac{3}{2+3+3}=67.5^\circ$ 답 67.5°

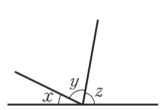
blacklabel 특강 참고

오른쪽 그림에서 $\angle x : \angle y : \angle z=a:b:c$이면

(1) $\angle x=180^\circ\times\frac{a}{a+b+c}$

(2) $\angle y=180^\circ\times\frac{b}{a+b+c}$

(3) $\angle z=180^\circ\times\frac{c}{a+b+c}$



17

$\angle BOC+\angle AOB+\angle AOE=180^\circ$에서

$\angle BOC+110^\circ+\angle AOE=180^\circ$

$\angle BOC+\angle AOE=70^\circ$

$\therefore \angle AOE=70^\circ-\angle BOC$

이때, $20^\circ\le\angle BOC\le 60^\circ$이므로

(i) $\angle BOC=20^\circ$일 때,

$\angle AOE=70^\circ-20^\circ=50^\circ$

(ii) $\angle BOC=60^\circ$일 때,

$\angle AOE=70^\circ-60^\circ=10^\circ$

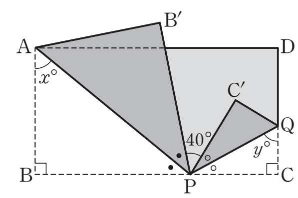
(i), (ii)에서

$10^\circ\le\angle AOE\le 50^\circ$

따라서 $\angle AOE$의 크기가 가장 클 때와 가장 작을 때의 차는

$50^\circ-10^\circ=40^\circ$ 답 40°

18



위의 그림과 같이 직사각형 ABCD를 두 선분 AP와 PQ를 각각 접는 선으로 하여 접었으므로

$\angle APB=\angle APB'$, $\angle CPQ=\angle C'PQ$

이때, $\angle APB=180^\circ-(90^\circ+x^\circ)=(90-x)^\circ$,

$\angle CPQ=180^\circ-(90^\circ+y^\circ)=(90-y)^\circ$이므로

$\angle APB+\angle APB'+\angle CPQ+\angle C'PQ+40^\circ=180^\circ$에서

$2(90-x)^\circ+2(90-y)^\circ+40^\circ=180^\circ$

$360-2(x+y)+40=180$

$2(x+y)=220 \quad \therefore x+y=110$ 답 ③

19

원 O를 1회전하는 데

$\overrightarrow{OA}$는 40분이 걸리므로 1분에 $\frac{360^\circ}{40}$, 즉 9°씩 움직이고,

$\overrightarrow{OB}$는 90분이 걸리므로 1분에 $\frac{360^\circ}{90}$, 즉 4°씩 움직인다.

처음으로 $\angle AOB=180^\circ$가 될 때까지 걸리는 시간을 x분이라 하면 $\overrightarrow{OP}$에서부터 $\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OB}$가 회전한 양은 각각 $9x^\circ$, $(4x+90)^\circ$이므로

$9x^\circ-(4x+90)^\circ=180^\circ$, $5x^\circ=270^\circ$

$\therefore x=54$

따라서 처음으로 $\angle AOB=180^\circ$가 될 때까지 54분이 걸린다.

답 ④

20

$\dfrac{\angle b}{\angle a}=\dfrac{2}{3}$에서 $\angle b=\dfrac{2}{3}\angle a$

$\dfrac{\angle c}{\angle b}=\dfrac{2}{3}$에서 $\angle c=\dfrac{2}{3}\angle b=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\angle a=\dfrac{4}{9}\angle a$

$\dfrac{\angle d}{\angle c}=\dfrac{2}{3}$에서 $\angle d=\dfrac{2}{3}\angle c=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{9}\angle a=\dfrac{8}{27}\angle a$

이때, $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$이므로

$$\begin{aligned}\angle a+\angle b+\angle c+\angle d&=\angle a+\frac{2}{3}\angle a+\frac{4}{9}\angle a+\frac{8}{27}\angle a\\&=\frac{65}{27}\angle a=180^\circ\end{aligned}$$

$\therefore\ \angle a=\dfrac{972^\circ}{13}$ $\quad\cdots\cdots$㉠

$$\begin{aligned}\angle a-\angle b-\angle c+\angle d&=\angle a-\frac{2}{3}\angle a-\frac{4}{9}\angle a+\frac{8}{27}\angle a\\&=\frac{5}{27}\angle a\\&=\frac{5}{27}\times\frac{972^\circ}{13}=\frac{180^\circ}{13}\ (\because ㉠)\end{aligned}$$

답 $\dfrac{180^\circ}{13}$

21

시침은 15시간이 지나면 처음 있던 자리로 되돌아오므로 시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는

$360^\circ\times\dfrac{1}{15}=24^\circ$

또한, 시침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$360^\circ\times\dfrac{1}{15}\times\dfrac{1}{60}=0.4^\circ$

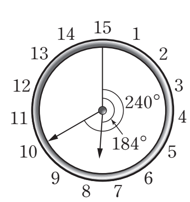
분침은 1시간이 지나면 처음 있던 자리로 되돌아오므로 분침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$360^\circ\times\dfrac{1}{60}=6^\circ$

시침과 분침이 시계의 15를 가리킬 때부터 7시간 40분 후까지 회전한 각의 크기는 각각 다음과 같다.

시침 : $24^\circ\times7+0.4^\circ\times40=184^\circ$

분침 : $6^\circ\times40=240^\circ$



따라서 7시간 40분이 지났을 때, 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각의 크기는

$240^\circ-184^\circ=56^\circ$

답 56°

blacklabel 특강 오답피하기

일반적인 시계 문제에서 시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는 $360^\circ\times\dfrac{1}{12}=30^\circ$이지만 위의 문제에서는 시계의 눈금이 1부터 15까지 있으므로 시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는 $360^\circ\times\dfrac{1}{15}=24^\circ$이다.

22

$\angle c=2\angle a$이고, $2\angle b=3\angle a$에서 $\angle b=\dfrac{3}{2}\angle a$

주어진 그림에서

$$\begin{aligned}&\angle A_1OA_2+\angle A_2OA_3+\angle A_3OA_4+\angle A_1OA_3+\angle A_2OA_4\\&\qquad+\angle A_1OA_4\\&=\angle a+\angle b+\angle c+(\angle a+\angle b)+(\angle b+\angle c)+(\angle a+\angle b+\angle c)\\&=3\angle a+4\angle b+3\angle c\\&=3\angle a+4\times\frac{3}{2}\angle a+3\times2\angle a\end{aligned}$$

(가)

$=3\angle a+6\angle a+6\angle a=15\angle a=450^\circ$

$\therefore\ \angle a=30^\circ$

(나)

따라서 $\angle b=\dfrac{3}{2}\times30^\circ=45^\circ$, $\angle c=2\times30^\circ=60^\circ$이므로

$\angle A_1OA_4=\angle a+\angle b+\angle c=135^\circ$

(다)

답 135°

단계	채점 기준	배점
(가)	모든 각의 크기의 합을 $\angle a$를 사용하여 나타낸 경우	40%
(나)	$\angle a$의 크기를 구한 경우	30%
(다)	$\angle A_1OA_4$의 크기를 구한 경우	30%

23

$$\begin{aligned}\angle AOE&=\angle GOE-(3x-10)^\circ\\&=90^\circ-(3x-10)^\circ\\&=(100-3x)^\circ\end{aligned}$$

$\angle FOB=\angle AOE$ ($\because$ 맞꼭지각)이고 $\angle BOD=90^\circ$이므로

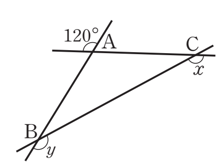
$$\begin{aligned}\angle BOD&=\angle FOD-\angle FOB\\&=(6x+10)^\circ-(100-3x)^\circ\\&=(9x-90)^\circ=90^\circ\end{aligned}$$

따라서 $9x=180$이므로

$x=20$

답 ②

24



오른쪽 그림에서

$\angle BAC=120^\circ$ ($\because$ 맞꼭지각)

$\angle ABC=180^\circ-\angle y$

$\angle ACB=180^\circ-\angle x$

삼각형 ABC에서

$\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$

$120^\circ+(180^\circ-\angle y)+(180^\circ-\angle x)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=300^\circ$

답 ④

25

$6\angle a=4\angle b=3\angle c$이므로

$\angle b=\frac{3}{2}\angle a$, $\angle c=2\angle a$

이때, $\angle AOF=\angle b$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

$\angle BOE=\angle a+\angle b+\angle c=180°$

$\angle a+\frac{3}{2}\angle a+2\angle a=180°$, $\frac{9}{2}\angle a=180°$

$\therefore\ \angle a=180°\times\frac{2}{9}=40°$

따라서 $\angle a=40°$, $\angle b=60°$, $\angle c=80°$이므로

$\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC=\angle a+\angle c$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=40°+80°=120°$

답 ②

| 다른풀이 |

$\angle BOC=\angle c$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

$\angle AOD=180°$에서

$\angle a+\angle b+\angle c=180°$ ······㉠

$\angle AOC=\angle a+\angle c=180°-\angle b$ ······㉡

한편, $6\angle a=4\angle b=3\angle c$에서

$\angle a=\frac{2}{3}\angle b$, $\angle c=\frac{4}{3}\angle b$

위의 식을 ㉠에 대입하면

$\frac{2}{3}\angle b+\angle b+\frac{4}{3}\angle b=180°$, $3\angle b=180°$

$\therefore\ \angle b=60°$

$\therefore\ \angle AOC=180°-\angle b$ ($\because$ ㉡)

$=180°-60°=120°$

26

2개의 직선이 만나서 생기는 맞꼭지각은 $2=2\times1$(쌍)

3개의 직선이 만나서 생기는 맞꼭지각은 $6=3\times2$(쌍)

4개의 직선이 만나서 생기는 맞꼭지각은 $12=4\times3$(쌍)

⋮

n개의 직선이 만나서 생기는 맞꼭지각은 $n(n-1)$(쌍)

따라서 맞꼭지각이 모두 110쌍이므로

$n(n-1)=110$, $n(n-1)=11\times10$

$\therefore\ n=11$

답 11

27

$\angle COD=\angle x$라 하면 $\angle DOE=3\angle COD=3\angle x$

$\overleftrightarrow{AE}\perp\overleftrightarrow{DH}$에서 $\angle DOE=90°$이므로

$3\angle x=90°$ $\quad\therefore\ \angle x=30°$

즉, $\angle COD=30°$

(가)

$\angle EOF=\angle AOB$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

$\angle EOF=\angle AOB=\angle y$라 하면

$\angle FOG=3\angle AOB=3\angle y$이고,

$\angle HOG=\angle COD$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=30°$

$\angle HOE=\angle EOF+\angle FOG+\angle HOG$

$=\angle y+3\angle y+30°$

$=4\angle y+30°$

(나)

이때, $\overleftrightarrow{AE}\perp\overleftrightarrow{DH}$에서 $\angle HOE=90°$이므로

$4\angle y+30°=90°$

$4\angle y=60°$ $\quad\therefore\ \angle y=15°$

즉, $\angle EOF=15°$

(다)

$\angle HOF=90°-\angle EOF=90°-15°=75°$

(라)

답 75°

단계	채점 기준	배점
(가)	$\angle DOE=3\angle COD$를 이용하여 $\angle COD$의 크기를 구한 경우	40%
(나)	$\angle HOE$의 크기를 $\angle EOF$의 크기에 대한 식으로 나타낸 경우	20%
(다)	$\angle HOE=90°$임을 이용하여 $\angle EOF$의 크기를 구한 경우	20%
(라)	$\angle HOE$, $\angle EOF$의 크기를 이용하여 $\angle HOF$의 크기를 구한 경우	20%

28

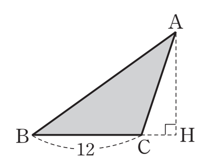
ㄱ. $\angle DEC=90°$이므로 $\overleftrightarrow{DE}$는 $\overleftrightarrow{BC}$의 수선이다.

ㄴ. 점 C에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발은 점 E이다.

ㄷ. 삼각형 DEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4+12)\times9=72$

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times12\times\overline{AH}=72$

$\therefore\ \overline{AH}=12$

즉, 점 A와 $\overleftrightarrow{EC}$ 사이의 거리는 12이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

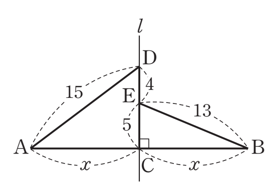
답 ①

29

직선 l이 선분 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}=x$라 하면

삼각형 ACD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times x\times(4+5)=\frac{9}{2}x$



삼각형 BCE의 넓이는

$\frac{1}{2}\times x\times 5=\frac{5}{2}x$

두 삼각형의 넓이의 합이 84이므로

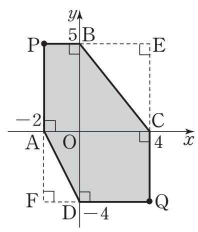
$\frac{9}{2}x+\frac{5}{2}x=84,\ 7x=84\qquad \therefore\ x=12$

점 A와 직선 l 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{AC}}$의 길이와 같으므로 12이다.

답 12

30

6개의 점 P, Q, A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 육각형 PADQCB의 넓이는 사각형 PFQE의 넓이에서 두 삼각형 BCE, AFD의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$6\times 9-\frac{1}{2}\times 4\times 5-\frac{1}{2}\times 2\times 4$

$=40$

답 ①

| 다른풀이1 |

위의 그림에서 육각형 PADQCB의 넓이는

(사다리꼴 PACB의 넓이)+(사다리꼴 ADQC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(2+6)\times 5+\frac{1}{2}\times(4+6)\times 4$

$=20+20=40$

| 다른풀이2 |

위의 그림에서 육각형 PADQCB의 넓이는

(사각형 PAOB의 넓이)+(삼각형 BOC의 넓이)

+(사각형 ODQC의 넓이)+(삼각형 ADO의 넓이)

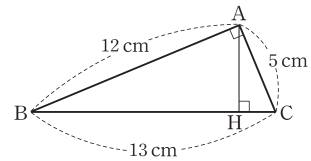
$=2\times 5+\frac{1}{2}\times 4\times 5+4\times 4+\frac{1}{2}\times 2\times 4=40$

Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 16~17

01 $\frac{60}{13}$ cm	02 23	03 80°	04 (1) 5 (2) 75
05 2	06 16	07 $4n+2$	08 $\frac{360}{11}$분

01 해결단계

❶ 단계	점 A에서 변 BC에 수선의 발을 내린다.
❷ 단계	삼각형의 넓이 공식을 이용하여 식을 세운다.
❸ 단계	점 A와 변 BC 사이의 거리를 구한다.



점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 선분 AH의 길이가 점 A와 변 BC 사이의 거리이다.

삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{AH}}$에서

$\frac{1}{2}\times 12\times 5=\frac{1}{2}\times 13\times\overline{\mathrm{AH}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AH}}=\frac{60}{13}(\mathrm{cm})$

답 $\frac{60}{13}$ cm

02 해결단계

❶ 단계	선분의 길이로 가능한 소수를 구한다.
❷ 단계	각 길이에 따른 선분의 개수를 구한다.
❸ 단계	길이가 소수인 선분의 개수를 구한다.

가장 짧은 선분의 길이는 $\overline{\mathrm{A_1A_2}}=\overline{\mathrm{A_2A_3}}=\cdots=\overline{\mathrm{A_9A_{10}}}=1$

가장 긴 선분의 길이는 $\overline{\mathrm{A_1A_{10}}}=9$

길이가 소수이려면 선분의 길이로 가능한 것은 2, 3, 5, 7이다.

(i) 길이가 2인 선분

$\overline{\mathrm{A_1A_3}},\ \overline{\mathrm{A_2A_4}},\ \overline{\mathrm{A_3A_5}},\ \cdots,\ \overline{\mathrm{A_8A_{10}}}$의 8개

(ii) 길이가 3인 선분

$\overline{\mathrm{A_1A_4}},\ \overline{\mathrm{A_2A_5}},\ \overline{\mathrm{A_3A_6}},\ \cdots,\ \overline{\mathrm{A_7A_{10}}}$의 7개

(iii) 길이가 5인 선분

$\overline{\mathrm{A_1A_6}},\ \overline{\mathrm{A_2A_7}},\ \overline{\mathrm{A_3A_8}},\ \overline{\mathrm{A_4A_9}},\ \overline{\mathrm{A_5A_{10}}}$의 5개

(iv) 길이가 7인 선분

$\overline{\mathrm{A_1A_8}},\ \overline{\mathrm{A_2A_9}},\ \overline{\mathrm{A_3A_{10}}}$의 3개

(i)~(iv)에서 길이가 소수인 선분의 개수는

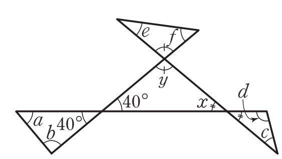
$8+7+5+3=23$

답 23

03 해결단계

❶ 단계	주어진 도형에서 맞꼭지각을 표시한다.
❷ 단계	삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 식을 세운다.
❸ 단계	$\angle c+\angle d+\angle e+\angle f-\angle a-\angle b$의 값을 구한다.

맞꼭지각의 성질을 이용하면 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



$\angle a+\angle b+40^\circ=180^\circ$에서 $\angle a+\angle b=140^\circ$

$\angle c+\angle d+\angle x=180^\circ$에서 $\angle x=180^\circ-\angle c-\angle d$

$\angle e+\angle f+\angle y=180^\circ$에서 $\angle y=180^\circ-\angle e-\angle f$

$40^\circ+\angle x+\angle y=180^\circ$에서

$40^\circ+(180^\circ-\angle c-\angle d)+(180^\circ-\angle e-\angle f)=180^\circ$

$400^\circ-\angle c-\angle d-\angle e-\angle f=180^\circ$

$\therefore\ \angle c+\angle d+\angle e+\angle f=220^\circ$

$\therefore\ \angle c+\angle d+\angle e+\angle f-\angle a-\angle b=220^\circ-140^\circ=80^\circ$

답 80°

04 해결단계

(1)	❶ 단계	회전한 총 각의 크기를 x를 사용하여 나타낸다.
	❷ 단계	x의 값을 구한다.
(2)	❸ 단계	회전한 총 각의 크기를 x를 사용하여 나타낸다.
	❹ 단계	처음의 직선과 수직이 될 때의 회전한 각의 크기를 구한다.
	❺ 단계	조건을 만족시키는 x의 값을 구한다.

(1) 직선을 8번 회전시켰을 때, 회전한 총 각의 크기는

$(x+2x+3x+4x+5x+6x+7x+8x)^\circ=36x^\circ$

이고, 처음으로 원래 직선과 겹쳐졌으므로 회전한 각의 크기는 180°이다. 즉,

$36x^\circ=180^\circ \qquad \therefore\ x=5$

(2) 직선을 3번 회전시켰을 때, 회전한 총 각의 크기는

$x^\circ+2x^\circ+3x^\circ=6x^\circ$

이고, 처음의 직선과 수직이 되었으므로 회전한 각의 크기는

$90^\circ,\ 270^\circ,\ 450^\circ,\ 630^\circ,\ \cdots$

즉, $6x^\circ=90^\circ,\ 270^\circ,\ 450^\circ,\ 630^\circ,\ \cdots$

$\therefore\ x^\circ=15^\circ,\ 45^\circ,\ 75^\circ,\ 105^\circ,\ \cdots$

이때, $60^\circ\le x^\circ<90^\circ$이므로 $x=75$

답 (1) 5 (2) 75

05 해결단계

❶ 단계	두 선분 AP, QB의 길이를 a, b를 사용하여 나타낸다.
❷ 단계	두 점 P, Q의 좌표를 a, b를 사용하여 나타낸다.
❸ 단계	선분 PQ의 중점의 좌표를 a, b를 사용하여 나타낸다.

점 A의 좌표가 a, 점 B의 좌표가 b이므로

$\overline{AB}=b-a$, $\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{b-a}{2}$

$\overline{AP}=\frac{1}{3}\overline{AM}=\frac{1}{3}\times\frac{b-a}{2}=\frac{b-a}{6}$

$\overline{QB}=\frac{1}{5}\overline{AB}=\frac{b-a}{5}$

즉, 점 P의 좌표는 $a+\overline{AP}=a+\frac{b-a}{6}=\frac{5a+b}{6}$

점 Q의 좌표는 $b-\overline{QB}=b-\frac{b-a}{5}=\frac{a+4b}{5}$

$\therefore\ \overline{PQ}=\frac{a+4b}{5}-\frac{5a+b}{6}=\frac{6a+24b-25a-5b}{30}$

$=\frac{-19a+19b}{30}$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$(\text{점 P의 좌표})+\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{5a+b}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{-19a+19b}{30}$

$=\frac{50a+10b-19a+19b}{60}$

$=\frac{31a+29b}{60}$

$\therefore\ m=\frac{31}{60},\ n=\frac{29}{60}$

즉, $60(m-n)=60\times\left(\frac{31}{60}-\frac{29}{60}\right)$

$=60\times\frac{2}{60}=2$

답 2

06 해결단계

❶ 단계	선분 n개를 그릴 때의 교점의 개수를 n을 사용하여 나타낸다.
❷ 단계	n의 값을 구한다.

선분 2개를 그릴 때 교점의 개수는

$1=\frac{2\times1}{2}$

선분 4개를 그릴 때 교점의 개수는

$3+2+1=6=\frac{4\times3}{2}$

선분 6개를 그릴 때 교점의 개수는

$5+4+3+2+1=15=\frac{6\times5}{2}$

⋮

선분 n개를 그릴 때 교점의 개수는

$(n-1)+(n-2)+\cdots+3+2+1=\frac{n(n-1)}{2}$

$\frac{n(n-1)}{2}=120$에서 $n(n-1)=240$

이때, $16\times15=240$이므로 $n=16$

답 16

blacklabel 특강 참고

자연수의 합

$$\begin{array}{rl} & 1+2+3+\cdots+(n-1)+n=A \\ +\,) & n+(n-1)+\cdots+3+2+1=A \\ \hline & \underbrace{(n+1)+(n+1)+\cdots+(n+1)+(n+1)}_{n\text{개}}=2A \end{array}$$

$$\therefore A=\frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow 1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

07 해결단계

❶ 단계	$(n+1)$개의 점 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n으로 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수를 구한다.
❷ 단계	a를 n을 사용하여 나타낸다.
❸ 단계	$(n+1)$개의 점 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n으로 만들 수 있는 서로 다른 반직선의 개수를 구한다.
❹ 단계	b를 n을 사용하여 나타낸다.
❺ 단계	$b-a$를 n을 사용하여 나타낸다.

(i) $(n+1)$개의 점 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n이 모두 한 직선 위에 있으므로 이 점들로 만들 수 있는 서로 다른 직선은 1개이다.

(ii) 점 B와 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n 중에서 한 점을 지나는 직선은 모두 다른 직선이므로 이 점들로 만들 수 있는 서로 다른 직선은 $(n+1)$개이다.

(iii) 같은 방법으로 점 C와 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n 중에서 한 점을 지나는 서로 다른 직선은 $(n+1)$개이다.

(iv) 호 위의 두 점 B, C로 만들 수 있는 직선은 1개이다.

(i)~(iv)에서 주어진 점으로 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는

$1+(n+1)+(n+1)+1=2n+4 \qquad \therefore a=2n+4$

(v) $(n+1)$개의 점 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n으로 만들 수 있는 서로 다른 반직선의 개수는 시작점에 따라 다음과 같이 나눌 수 있다.

시작점이 A_0일 때, $\overrightarrow{A_0A_1}$의 1개

시작점이 A_1일 때, $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_1A_0}$의 2개

시작점이 A_2일 때, $\overrightarrow{A_2A_3}$, $\overrightarrow{A_2A_1}$의 2개

$\vdots$

시작점이 A_{n-1}일 때, $\overrightarrow{A_{n-1}A_n}$, $\overrightarrow{A_{n-1}A_{n-2}}$의 2개

시작점이 A_n일 때, $\overrightarrow{A_nA_{n-1}}$의 1개

이므로 서로 다른 반직선의 개수는

$1+2(n-1)+1=2n$

(vi) 점 B와 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n 중에서 한 점을 지나는 반직선의 개수는 $\overleftrightarrow{BA_k}$ $(k=0, 1, 2, \cdots, 10)$ 당 $\overrightarrow{BA_k}$, $\overrightarrow{A_kB}$의 2개씩 만들 수 있으므로

$2\times(n+1)=2n+2$

(vii) 같은 방법으로 점 C와 A_0, A_1, A_2, $\cdots$, A_n 중에서 한 점을 지나는 반직선은 $(2n+2)$개이고, 두 점 B, C로 만들 수 있는 반직선은 $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$의 2개이다.

(v)~(vii)에서 주어진 점으로 만들 수 있는 서로 다른 반직선의 개수는

$2n+(2n+2)+(2n+2)+2=6n+6 \qquad \therefore b=6n+6$

따라서 $b-a=6n+6-(2n+4)=4n+2$ 답 $4n+2$

08 해결단계

❶ 단계	첫 번째로 시침과 분침이 직각을 이루는 시각을 구한다.
❷ 단계	두 번째로 시침과 분침이 직각을 이루는 시각을 구한다.
❸ 단계	시침과 분침이 이루는 작은 각의 크기가 90° 이하인 시간이 몇 분 동안인지 구한다.

시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는

$360^\circ\times\dfrac{1}{12}=30^\circ$

시침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$360^\circ\times\dfrac{1}{12}\times\dfrac{1}{60}=0.5^\circ$

분침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$360^\circ\times\dfrac{1}{60}=6^\circ$

이때, 구하는 시간은 4시와 5시 사이에 첫 번째로 시계의 시침과 분침이 직각을 이루는 시간부터 두 번째로 직각을 이루는 시간까지이다.

(i) 첫 번째로 시계의 시침과 분침이 직각을 이루는 시각을 4시 x분이라 하면 시침이 시계의 4를, 분침이 시계의 12를 가리킬 때부터 4시 x분이 될 때까지 회전한 각의 크기는 각각 다음과 같다.

시침 : $30^\circ\times4+0.5^\circ\times x$, 분침 : $6^\circ\times x$

시침이 분침보다 더 많이 회전한 상태이므로

$120+\dfrac{1}{2}x-6x=90$, $\dfrac{11}{2}x=30 \qquad \therefore x=\dfrac{60}{11}$

즉, 첫 번째로 시침과 분침이 직각을 이루는 시각은

4시 $\dfrac{60}{11}$분이다.

(ii) 두 번째로 시계의 시침과 분침이 직각을 이루는 시각을 4시 y분이라 하면 시침이 시계의 4를, 분침이 시계의 12를 가리킬 때부터 4시 y분이 될 때까지 회전한 각의 크기는 각각 다음과 같다.

시침 : $30^\circ\times4+0.5^\circ\times y$, 분침 : $6^\circ\times y$

분침이 시침보다 더 많이 회전한 상태이므로

$6y-\left(120+\dfrac{1}{2}y\right)=90$, $6y-120-\dfrac{1}{2}y=90$

$\dfrac{11}{2}y=210 \qquad \therefore y=\dfrac{420}{11}$

즉, 두 번째로 시침과 분침이 직각을 이루는 시각은

4시 $\dfrac{420}{11}$분이다.

(i), (ii)에서 시침과 분침이 90° 이하의 각을 이루는 시간은

$\dfrac{420}{11}-\dfrac{60}{11}=\dfrac{360}{11}$(분) 동안이다. 답 $\dfrac{360}{11}$분

02 위치 관계

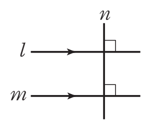
Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 20

01 ㄱ	02 9	03 ②, ⑤	04 ①, ④	05 ⑤
06 96°	07 ⑤	08 90°		

01

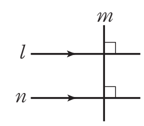
ㄴ. 오른쪽 그림에서

$l /\!/ m$, $l \perp n$이지만 $m \perp n$



ㄷ. 오른쪽 그림에서

$l \perp m$, $m \perp n$이지만 $l /\!/ n$



따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다. 답 ㄱ

02

직선 AB와 평행한 직선은 직선 FG의 1개이므로 $a=1$

직선 BG와 꼬인 위치에 있는 직선은 직선 AE, 직선 CD, 직선 DE, 직선 FJ, 직선 HI, 직선 IJ의 6개이므로 $b=6$

직선 CD와 수직으로 만나는 직선은 직선 CH, 직선 DI의 2개이므로 $c=2$

$\therefore\ a+b+c=1+6+2=9$ 답 9

03

모서리 IJ와 평행한 면은 면 ABFE, 면 EFGH, 면 GHKL이다.

따라서 모서리 IJ와 평행한 면이 아닌 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

blacklabel 특강 참고

공간에서 직선과 평면의 위치 관계는 직선과 평면이 만나는 점의 개수에 따라 분류할 수도 있다.

(1) 0개인 경우 : 평행하다.

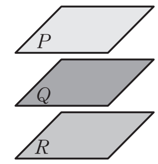
(2) 1개인 경우 : 한 점에서 만난다.

(3) 무수히 많은 경우 : 직선이 평면에 포함된다.

04

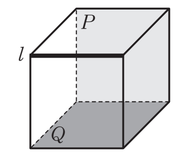
① 오른쪽 그림에서 $P /\!/ R$, $Q /\!/ R$이면

$P /\!/ Q$

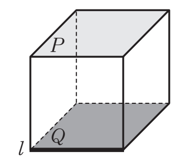


② 오른쪽 그림의 정육면체에서 $l /\!/ P$, $l /\!/ Q$이지만

$P \perp Q$

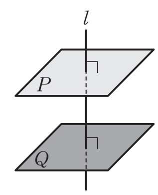


③ 오른쪽 그림의 정육면체에서 $l /\!/ P$, $P /\!/ Q$이지만 직선 l이 평면 Q에 포함될 수 있다.



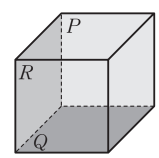
④ 오른쪽 그림에서 $l \perp P$, $P /\!/ Q$이면

$l \perp Q$



⑤ 오른쪽 그림의 정육면체에서 $P \perp Q$, $P \perp R$이지만

$Q \perp R$



따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

05

① $\angle e$와 $\angle i$는 $\angle a$의 동위각이다.

② $\angle b$의 엇각은 $\angle h$이다.

③ $\angle c$의 동위각은 $\angle g$와 $\angle k$이다.

④ $\angle d$의 동위각은 $\angle h$와 $\angle l$이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

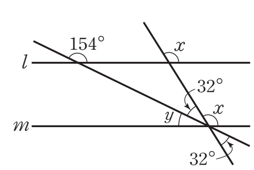
06

오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로

$154° = 32° + \angle x$ ($\because$ 동위각)

$\therefore\ \angle x = 122°$

$\angle x + 32° + \angle y = 180°$에서



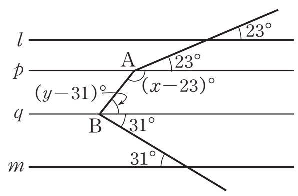
$122^\circ+32^\circ+\angle y=180^\circ$

$154^\circ+\angle y=180^\circ \qquad \therefore\ \angle y=26^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=96^\circ$ 답 96°

07

두 점 A, B를 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 두 직선 p, q를 그으면 다음 그림과 같다.



$p /\!/ q$이므로

$(x-23)^\circ+(y-31)^\circ=180^\circ$

$(x+y)^\circ-54^\circ=180^\circ$

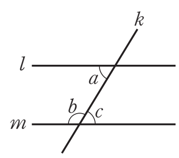
$(x+y)^\circ=234^\circ \qquad \therefore\ x+y=234$ 답 ⑤

blacklabel 특강 풀이첨삭

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l, m이 직선 k와 만나 생기는 세 각 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$에 대하여

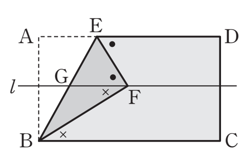
$\angle a=\angle c$ ($\because$ 엇각)이므로

$\angle a+\angle b=\angle c+\angle b=180^\circ$



08

오른쪽 그림과 같이 점 F를 지나면서 변 AD에 평행한 직선 l을 긋고 직선 l과 선분 BE가 만나는 점을 G라 하자.



$\overline{AD} /\!/ l$이므로

$\angle DEF=\angle EFG$ ($\because$ 엇각)

$\overline{BC} /\!/ l$이므로

$\angle FBC=\angle BFG$ ($\because$ 엇각)

이때, $\angle EFB=\angle EAB=90^\circ$이므로

$\angle FBC+\angle DEF=\angle BFG+\angle EFG$

$\qquad\qquad\qquad\quad =\angle EFB=90^\circ$ 답 90°

| 다른풀이 |

삼각형 ABE에서

$\angle ABE+\angle AEB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$ ……㉠

이때, 접은 각의 크기는 같으므로

$\angle ABE=\angle FBE$, $\angle AEB=\angle FEB$

$\angle ABE+\angle FBE+\angle FBC=90^\circ$에서

$2\angle ABE+\angle FBE=90^\circ$

$\therefore\ \angle FBC=90^\circ-2\angle ABE$ ……㉡

또한, $\angle AEB+\angle FEB+\angle DEF=180^\circ$에서

$2\angle AEB+\angle DEF=180^\circ$

$\therefore\ \angle DEF=180^\circ-2\angle AEB$ ……㉢

㉡+㉢에서

$\angle FBC+\angle DEF=(90^\circ-2\angle ABE)+(180^\circ-2\angle AEB)$

$=270^\circ-2(\angle ABE+\angle AEB)$

$=270^\circ-2\times90^\circ$ ($\because$ ㉠)

$=270^\circ-180^\circ=90^\circ$

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 21~25

01 ①	02 10	03 4	04 ㄱ, ㄴ, ㄹ	05 2
06 ①, ③	07 20	08 ④	09 ①, ④	10 4
11 ③	12 11	13 ②	14 3	15 8
16 ①	17 65°	18 ⑤	19 51°	20 ⑤
21 ③, ⑤	22 180°	23 20°	24 ⑤	25 ①
26 105°	27 32	28 85°	29 ⑤	30 20°

01

① 평행하다.

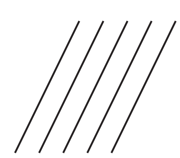
②, ③, ④, ⑤ 한 점에서 만난다.

따라서 위치 관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다. 답 ①

02

서로 다른 5개의 직선을 [그림 1]과 같이 그릴 때 교점의 개수는 최대가 되고, [그림 2]와 같이 그릴 때 교점의 개수는 최소가 된다.


[그림 1]


[그림 2]

따라서 교점은 최대 10개, 최소 0개이므로

$M=10$, $m=0$

$\therefore M+m=10+0=10$ 답 10

blacklabel 특강 참고

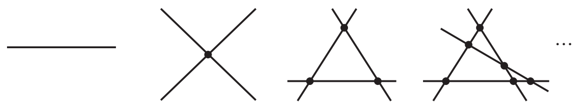
서로 다른 직선을 그려 생기는 교점의 최대 개수

서로 다른 직선을 그릴 때 교점의 개수가 최대가 되려면 다음 두 조건을 만족시켜야 한다.

(ⅰ) 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않아야 한다.

(ⅱ) 어느 두 직선도 평행하지 않아야 한다.

서로 다른 n개의 직선을 그릴 때 생기는 교점의 최대 개수를 a_n이라 하면



$a_1=0$ $a_2=1$ $a_3=3$ $a_4=6$

같은 방법으로 계속하면 $a_n=\frac{n(n-1)}{2}$로 나타낼 수 있다.

03

$\overline{AB}$와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$의 4개이므로 $a=4$

$\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$의 6개이므로 $b=6$

평면 AEGC와 평행한 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$의 2개이므로 $c=2$

평면 BFGC와 수직인 면은 평면 ABCD, 평면 ABFE, 평면 CGHD, 평면 EFGH의 4개이므로 $d=4$

$\therefore a+b-c-d=4+6-2-4=4$ 답 4

04

ㄱ. $l\perp P$이므로 직선 l은 점 H를 지나는 평면 P 위의 모든 직선과 수직이다.

$\therefore l\perp n$

ㄴ. $\overline{AH}$는 직선 l의 일부분이므로 ㄱ에서 $\overline{AH}\perp n$

ㄷ. 직선 m과 직선 n은 한 점 H에서 만나지만 두 직선이 수직인지는 알 수 없다.

ㄹ. 점 A와 평면 P 사이의 거리가 6이므로 $\overline{AH}=6$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

05

(ⅰ) 대각선 AG와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{BC}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$

(ⅱ) 모서리 EH와 꼬인 위치에 있는 모서리는

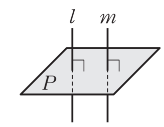
$\overline{AB}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{CG}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 대각선 AG, 모서리 EH와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{CD}$의 2개이다. 답 2

06

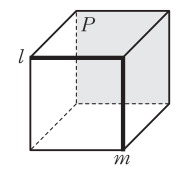
① 오른쪽 그림에서 $l\perp P$, $m\perp P$이면

$l /\!/ m$



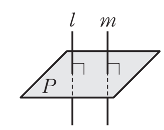
② 오른쪽 그림의 정육면체에서 $l /\!/ P$, $m /\!/ P$이지만

$l\perp m$



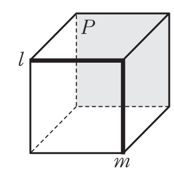
③ 오른쪽 그림에서 $l\perp P$, $l /\!/ m$이면

$m\perp P$

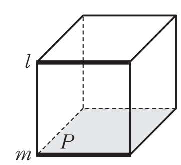


④ 오른쪽 그림의 정육면체에서 $l /\!/ P$, $l\perp m$이지만

$m /\!/ P$



⑤ 오른쪽 그림의 정육면체에서 $l /\!/ P$, $l /\!/ m$이지만 직선 m이 평면 P에 포함될 수 있다.



따라서 옳은 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

07

6개의 점 중에서 세 점으로 정해지는 평면의 개수는 다음과 같다.

(ⅰ) 평면 P 위의 두 점과 평면 Q 위의 한 점으로 정해지는 서로 다른 평면은

면 ABD, 면 ABE, 면 ABF,

면 ACD, 면 ACE, 면 ACF,

면 BCD, 면 BCE, 면 BCF

의 9개이다.

(ii) 평면 P 위의 한 점과 평면 Q 위의 두 점으로 정해지는 서로 다른 평면은
면 ADE, 면 ADF, 면 AEF,
면 BDE, 면 BDF, 면 BEF,
면 CDE, 면 CDF, 면 CEF
의 9개이다.
(iii) 평면 P 위의 세 점으로 정해지는 서로 다른 평면은 1개
(iv) 평면 Q 위의 세 점으로 정해지는 서로 다른 평면은 1개
(i)~(iv)에서 구하는 평면의 개수는
$9+9+1+1=20$ 답 20

08

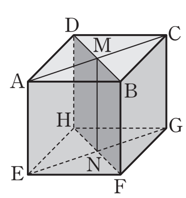
모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{CF}$, $\overline{EF}$의 4개이다. 답 ④

blacklabel 특강 오답피하기

모서리 AB와 한 점에서 만나는 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$, $\overline{BE}$이므로 제외한다.
또한, 모서리 AB를 포함하고 있는 평면 ABFD에 $\overline{DF}$가 포함되어 있으므로 제외한다.

09

직선 AC와 평면 BDHF가 수직임을 설명하기 위해서는 직선 AC와 평면 BDHF의 교점 M을 지나는 평면 BDHF 위의 두 직선이 직선 AC와 수직임을 설명하면 된다.



이때, 직선 BD와 직선 MN은 점 M을 지나는 평면 BDHF 위의 두 직선이므로 필요한 두 조건은
$\overline{AC}\perp\overline{BD}$, $\overline{AC}\perp\overline{MN}$이다. 답 ①, ④

10

모서리 BF와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BD}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$의 4개이다. 답 4

blacklabel 특강 오답피하기

모서리 BF와 한 점에서 만나는 모서리 중에서 모서리 BG가 모서리 BF와 이루는 각은 $\angle GBF(\neq 90^\circ)$이므로 두 모서리는 수직으로 만나지 않는다.

11

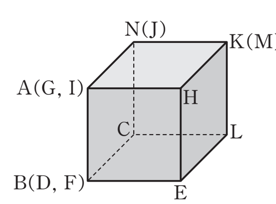
① 면 ABMD와 평행한 면은 면 EFNH의 1개이다.
② 모서리 MD와 평행한 모서리는 $\overline{NH}$의 1개이다.
③ 면 ABFE와 평행한 모서리는 $\overline{MN}$, $\overline{DH}$의 2개이다.
④ 점 M과 모서리 NH 사이의 거리는 모서리 MN의 길이와 같지만 그 길이는 알 수 없다.
⑤ 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{MN}$, $\overline{DH}$, $\overline{EH}$, $\overline{FN}$, $\overline{NH}$의 5개이다.
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

12

면 BFGJIC와 수직인 면은 면 ABCD, 면 IJK, 면 EFGH, 면 ABFE, 면 JGHK의 5개이므로 $x=5$
모서리 IJ와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{AE}$, $\overline{CD}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$의 6개이므로 $y=6$
$\therefore\ x+y=5+6=11$ 답 11

13

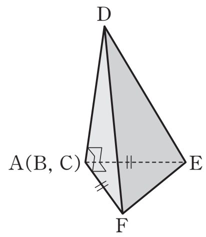
주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.



모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CL}$, $\overline{EL}$, $\overline{NM}$, $\overline{HK}$이고, 면 ABCN과 평행한 모서리는 $\overline{EH}$, $\overline{EL}$, $\overline{KL}$, $\overline{HK}$이다.
따라서 모서리 AB와 꼬인 위치에 있고, 동시에 면 ABCN과 평행한 모서리는 $\overline{EL}$, $\overline{HK}$이다. 답 ②

14

주어진 종이를 접어 만든 삼각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



면 ADE와 수직인 면은 면 BEF, 면 CDF의 2개이므로

$a=2$

모서리 EF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AD}$의 1개이므로

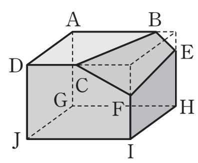
$b=1$

$\therefore a+b=2+1=3$

답 3

15

주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다. (가)



모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AG}$, $\overline{DJ}$, $\overline{EH}$, $\overline{FI}$, $\overline{HG}$, $\overline{GJ}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$의 8개이다. (나)

답 8

단계	채점 기준	배점
(가)	주어진 전개도를 이용하여 입체도형의 겨냥도를 그린 경우	50%
(나)	모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 구한 경우	50%

16

ㄴ. $\angle g$와 $\angle l$의 크기가 같은지는 알 수 없다.

ㄹ. $\angle m$의 엇각은 $\angle g$, $\angle k$이다.

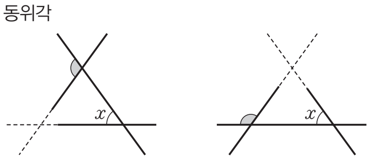
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ①

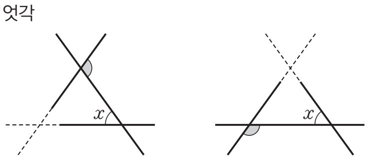
blacklabel 특강 오답피하기

동위각이나 엇각을 찾을 때, 동시에 생각하는 것은 복잡하여 실수할 수 있다. 따라서 다음 그림과 같이 두 부분으로 나누어 동위각이나 엇각을 찾는다.

(1) 동위각



(2) 엇각



17

$\angle x$의 엇각은 $\angle ABR$와 $\angle ACS$이므로

$\angle ABR+\angle ACS=245^\circ$ ······㉠

삼각형 ABC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$

$=180^\circ-(180^\circ-\angle ABR)-(180^\circ-\angle ACS)$

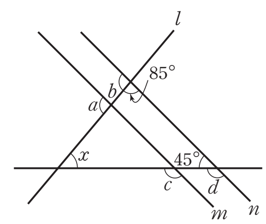
$=180^\circ-180^\circ+\angle ABR-180^\circ+\angle ACS$

$=245^\circ-180^\circ=65^\circ$ ($\because$ ㉠)

답 65°

18

다음 그림에서 $\angle x$의 엇각은 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$이다.



$85^\circ+\angle b=180^\circ$이므로

$\angle b=180^\circ-85^\circ=95^\circ$

$m /\!/ n$에서 $\angle a=\angle b$ ($\because$ 동위각)이므로 $\angle a=95^\circ$

또한, $\angle d=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

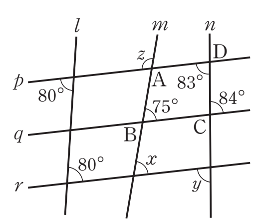
$m /\!/ n$에서 $\angle c=\angle d$ ($\because$ 동위각)이므로 $\angle c=135^\circ$

따라서 $\angle x$의 모든 엇각의 크기의 합은

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=95^\circ+95^\circ+135^\circ+135^\circ=460^\circ$

답 ⑤

19



위의 그림의 사각형 ABCD에서

$\angle DAB+75^\circ+(180^\circ-84^\circ)+83^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle DAB=106^\circ$

이때, $\angle z=\angle DAB$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로 $\angle z=106^\circ$

한편, 두 직선 p, r와 직선 l이 만나서 생기는 엇각의 크기가 80°로 같으므로 $p /\!/ r$

$p /\!/ r$에서 $\angle x=180^\circ-\angle z$ ($\because$ 동위각)

$\therefore\ \angle x=180^\circ-106^\circ=74^\circ$

$p /\!/ r$에서 $\angle y=83^\circ$ ($\because$ 동위각)

$\therefore\ \angle x+\angle y-\angle z=74^\circ+83^\circ-106^\circ=51^\circ$ **답** 51°

20

$5\angle \mathrm{ABC}=4\angle \mathrm{DAB}$에서 $\angle \mathrm{ABC}=\frac{4}{5}\angle \mathrm{DAB}$

$\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$에서 $\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{DAB}=180^\circ$이므로

$\frac{4}{5}\angle \mathrm{DAB}+\angle \mathrm{DAB}=180^\circ$, $\frac{9}{5}\angle \mathrm{DAB}=180^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{DAB}=180^\circ\times\frac{5}{9}=100^\circ$

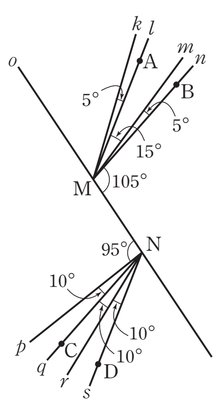
이때, $\angle \mathrm{BAF}=\angle \mathrm{DAF}$이므로

$\angle \mathrm{BAF}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{DAB}=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{CD}}$에서 $\angle \mathrm{CEA}+\angle \mathrm{BAF}=180^\circ$이므로

$\angle \mathrm{CEA}=180^\circ-\angle \mathrm{BAF}=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ **답** ⑤

21



오른쪽 그림과 같이 네 반직선 l, n, q, s 위에 네 점 A, B, C, D를 각각 정하자.

$\angle \mathrm{BMN}=105^\circ$,

$\angle \mathrm{CNM}=95^\circ+10^\circ=105^\circ$이므로

$\angle \mathrm{BMN}=\angle \mathrm{CNM}$

이때, $\angle \mathrm{BMN}$과 $\angle \mathrm{CNM}$은 각각 두 반직선 n, q를 연장한 직선이 직선 o와 만나서 생기는 엇각이고 그 크기가 같으므로

$n /\!/ q$

또한, $\angle \mathrm{AMN}=105^\circ+5^\circ+15^\circ=125^\circ$,

$\angle \mathrm{DNM}=95^\circ+10^\circ+10^\circ+10^\circ=125^\circ$이므로

$\angle \mathrm{AMN}=\angle \mathrm{DNM}$

이때, $\angle \mathrm{AMN}$과 $\angle \mathrm{DNM}$은 각각 두 반직선 l, s를 연장한 직선이 직선 o와 만나서 생기는 엇각이고 그 크기가 같으므로

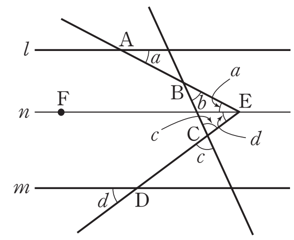
$l /\!/ s$

따라서 서로 평행한 두 직선을 바르게 짝지은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

22

점 E를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 다음 그림과 같다.



$l /\!/ n$이므로 $\angle \mathrm{AEF}=\angle a$ ($\because$ 엇각)

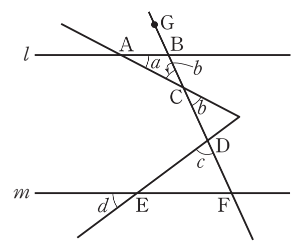
$n /\!/ m$이므로 $\angle \mathrm{FED}=\angle d$ ($\because$ 동위각)

한편, $\angle \mathrm{BCE}=\angle c$ ($\because$ 맞꼭지각)

따라서 삼각형 BCE에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$ **답** 180°

| 다른풀이 |



위의 그림에서 $\angle \mathrm{ACB}=\angle b$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

삼각형 ABC에서

$\angle a+\angle b+\angle \mathrm{ABC}=180^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{ABC}=180^\circ-(\angle a+\angle b)$

이때, $\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{ABG}=180^\circ$이므로

$180^\circ-(\angle a+\angle b)+\angle \mathrm{ABG}=180^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{ABG}=\angle a+\angle b$

한편, $l /\!/ m$에서 $\angle \mathrm{DFE}=\angle \mathrm{ABG}$ ($\because$ 동위각)

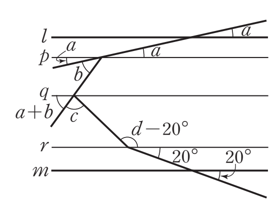
또한, $\angle \mathrm{DEF}=\angle d$ ($\because$ 맞꼭지각)

따라서 삼각형 DEF에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$

23

두 직선 l, m과 평행한 세 직선 p, q, r를 그으면 다음 그림과 같다.



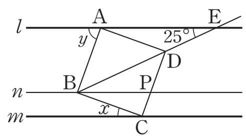
$q /\!/ r$에서

$\angle a+\angle b+\angle c=\angle d-20^\circ$ ($\because$ 엇각)이므로

$\angle d-\angle a-\angle b-\angle c=20^\circ$ **답** 20°

24

두 직선 l, m과 평행하고 점 B를 지나는 직선 n을 긋고 그 직선이 변 CD와 만나는 점을 P라 하면



$l /\!/ n$에서 $\angle y=\angle \mathrm{ABP}$ ($\because$ 엇각)

이때, $\angle \mathrm{ABP}=\angle \mathrm{ABD}+\angle \mathrm{DBP}$이고

$l /\!/ n$에서 $\angle \mathrm{DBP}=\angle \mathrm{AEB}=25^\circ$ ($\because$ 엇각) ······㉠

이므로 $\angle \mathrm{ABP}=45^\circ+25^\circ=70^\circ$

$\therefore \angle y=70^\circ$

또한, $n /\!/ m$이므로

$\angle x=\angle \mathrm{CBP}$ ($\because$ 엇각)에서

$\angle \mathrm{CBP}=\angle \mathrm{CBD}-\angle \mathrm{DBP}$

㉠에서 $\angle \mathrm{CBP}=45^\circ-25^\circ=20^\circ$

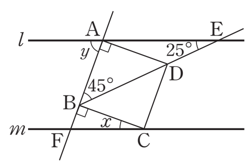
$\therefore \angle x=20^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=70^\circ-20^\circ=50^\circ$

답 ⑤

| 다른풀이 |

오른쪽 그림과 같이 변 AB를 연장한 직선과 직선 m이 만나는 점을 F라 하자.



$\angle \mathrm{ABD}=45^\circ$, $\angle \mathrm{AED}=25^\circ$이므로

삼각형 ABE에서

$\angle \mathrm{BAE}=180^\circ-\angle \mathrm{ABD}-\angle \mathrm{AED}$

$=180^\circ-45^\circ-25^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle y=180^\circ-\angle \mathrm{BAE}=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

이때, $l /\!/ m$에서 $\angle \mathrm{BFC}=\angle y$ ($\because$ 엇각)이므로 $\angle \mathrm{BFC}=70^\circ$

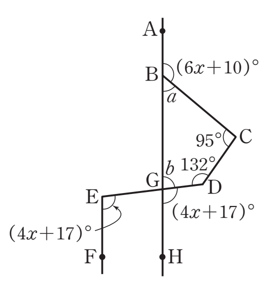
삼각형 BFC에서

$\angle x=180^\circ-\angle \mathrm{FBC}-\angle \mathrm{BFC}=180^\circ-90^\circ-70^\circ=20^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=70^\circ-20^\circ=50^\circ$

25

오른쪽 그림과 같이 직선 AB가 직선 DE와 만나는 점을 G라 하자.



$\overleftrightarrow{\mathrm{AB}} /\!/ \overleftrightarrow{\mathrm{EF}}$이므로

$\angle \mathrm{DGH}=(4x+17)^\circ$ ($\because$ 동위각)

이때, $\angle \mathrm{CBG}=\angle a$, $\angle \mathrm{BGD}=\angle b$라 하면

$\angle a=180^\circ-(6x+10)^\circ$

$=170^\circ-6x^\circ$

$\angle b=180^\circ-(4x+17)^\circ$

$=163^\circ-4x^\circ$

따라서 사각형 BGDC에서

$\angle a+\angle b+132^\circ+95^\circ=360^\circ$

$170^\circ-6x^\circ+163^\circ-4x^\circ+227^\circ=360^\circ$

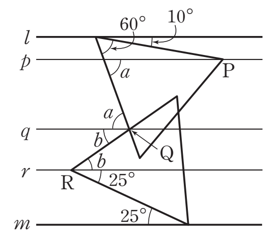
$10x^\circ=200^\circ$

$\therefore x=20$

답 ①

26

세 점 P, Q, R를 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 세 직선 p, q, r를 그으면 다음 그림과 같다.



평행한 두 직선과 한 직선이 만날 때 동위각과 엇각의 크기는 각각 같으므로

$l /\!/ p$에서 $\angle a=60^\circ+10^\circ=70^\circ$

$r /\!/ m$에서 $\angle b=60^\circ-25^\circ=35^\circ$

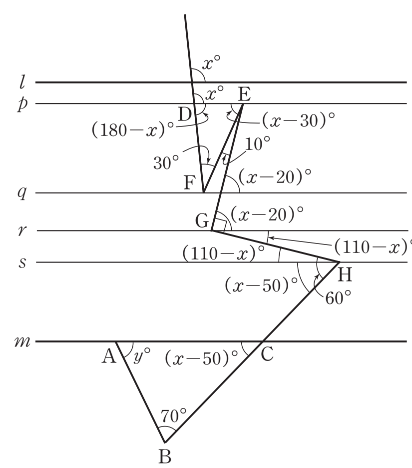
$p /\!/ q$, $q /\!/ r$에서

$\angle x=\angle a+\angle b=70^\circ+35^\circ=105^\circ$

답 105°

27

네 점 D, F, G, H를 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 네 직선 p, q, r, s를 그으면 다음 그림과 같다.



삼각형 ABC에서

$y^\circ+(x-50)^\circ+70^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore x^\circ+y^\circ=160^\circ$

이때, $2x=3y$에서 $x:y=3:2$이므로

$x^\circ=\dfrac{3}{5}\times160^\circ=96^\circ$, $y^\circ=\dfrac{2}{5}\times160^\circ=64^\circ$

따라서 $x=96$, $y=64$이므로

$x-y=96-64=32$

답 32

blacklabel 특강 풀이첨삭

삼각형 DFE에서

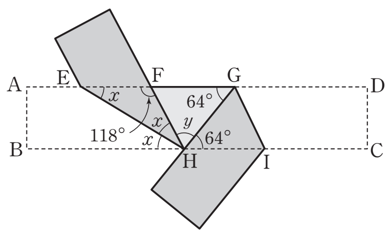
$\angle EDF=180^\circ-x^\circ$, $\angle DFE=30^\circ$이므로

$\angle DFE=180^\circ-(\angle EDF+\angle DFE)$

$=180^\circ-(180^\circ-x^\circ+30^\circ)$

$=x^\circ-30^\circ$

28



위의 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle EHB=\angle FEH=\angle x$ ($\because$ 엇각)

또한, 접은 각의 크기는 같으므로

$\angle FHE=\angle EHB=\angle x$

$\therefore \angle FEH=\angle FHE=\angle x$

삼각형 FEH에서

$\angle x+\angle x+118^\circ=180^\circ$

$2\angle x=62^\circ \qquad \therefore \angle x=31^\circ$

$\therefore \angle FHB=2\angle x=2\times 31^\circ=62^\circ$

또한, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle GHI=\angle FGH$ ($\because$ 엇각)

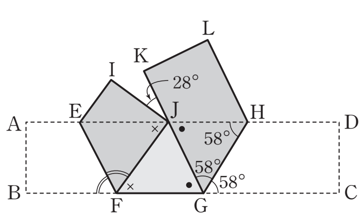
$=64^\circ$

$\therefore \angle y=180^\circ-(\angle FHB+\angle GHI)$

$=180^\circ-(62^\circ+64^\circ)=54^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=31^\circ+54^\circ=85^\circ$ 답 85°

29



위의 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle JHG=\angle HGC$ ($\because$ 엇각)

$=58^\circ$

또한, 접은 각의 크기는 같으므로

$\angle JGH=\angle HGC=58^\circ$

즉, 삼각형 JGH에서

$\angle HJG=180^\circ-(\angle JHG+\angle JGH)$

$=180^\circ-(58^\circ+58^\circ)=64^\circ$

이때, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle JGF=\angle HJG$ ($\because$ 엇각)

$=64^\circ$

한편, $\angle KJE=\angle HJG$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=64^\circ$

이므로 $\angle IJE=64^\circ-\angle IJK=64^\circ-28^\circ=36^\circ$

이때, $\angle IJF=90^\circ$이므로

$\angle EJF=90^\circ-\angle IJE=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

즉, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle JFG=\angle EJF$ ($\because$ 엇각)

$=54^\circ$

또한, 접은 각의 크기는 같으므로

$\angle EFB=\angle EFJ$

따라서 $\angle EFB+\angle EFJ+\angle JFG=180^\circ$에서

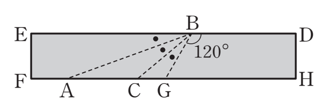
$2\angle EFB+54^\circ=180^\circ$, $2\angle EFB=126^\circ$

$\therefore \angle EFB=63^\circ$ 답 ⑤

30 해결단계

❶ 단계	접은 각의 크기는 서로 같다는 것을 이용하여 접힌 종이를 펼쳐 같은 크기의 각을 표시한다.
❷ 단계	직사각형의 평행한 두 변을 이용하여 각의 크기가 서로 같은 엇각을 찾는다.
❸ 단계	$\angle CAB$의 크기를 구한다.

접었던 종이를 다시 펼치면 다음 그림과 같이 $\angle ABC$가 세 번 겹쳐져 있음을 알 수 있다.



접은 각의 크기는 서로 같으므로

$\angle EBA=\angle ABC=\angle CBG$

즉, $3\angle EBA+120^\circ=180^\circ$이므로

$3\angle EBA=60^\circ \qquad \therefore \angle EBA=20^\circ$

이때, $\overline{ED}/\!/\overline{FH}$이므로

$\angle CAB=\angle EBA$ ($\because$ 엇각)

$=20^\circ$ 답 20°

blacklabel 특강 풀이첨삭

종이를 [그림 2]와 같이 접었을 때에는 위의 그림에서 $\overline{AB}$와 $\overline{GB}$가 겹쳐진다. 따라서 [그림 2]에서 $\angle ABD$로 주어진 각은 위의 그림에서 $\angle GBD$로 나타내어진다.

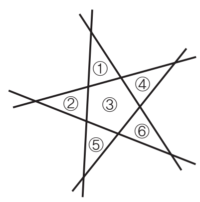
Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 26~27

01 (1) 6 (2) 66		**02** (1) 195° (2) 14		**03** 62°		
04 16	**05** 100°	**06** 76	**07** 31	**08** 95°		

01 해결단계

(1)	❶ 단계	$f(5)$의 값을 구한다.
(2)	❷ 단계	$f(n)$의 규칙성을 찾는다.
	❸ 단계	$f(13)$의 값을 구한다.

(1) 5개의 직선에 의하여 오른쪽 그림과 같이 6개의 유한한 영역이 만들어지므로 $f(5)=6$



(2) $f(3)=1$,
$f(4)=1+2=3$,
$f(5)=1+2+3=6$,
$\vdots$
이므로 $f(n)=1+2+3+\cdots+(n-2)$
$\therefore f(13)=1+2+3+\cdots+11=66$

답 (1) 6 (2) 66

02 해결단계

(1)	❶ 단계	$\angle ABE$, $\angle ABC$, $\angle ABF$의 크기를 각각 구한다.
	❷ 단계	$\angle ABE+\angle ABC+\angle ABF$의 값을 구한다.
(2)	❸ 단계	a, b의 값을 각각 구한 후, $2a+3b$의 값을 구한다.

(1) $\overline{AB}=\overline{AE}=\overline{BE}$이므로 삼각형 AEB는 정삼각형이다.
$\therefore \angle ABE=60^{\circ}$
삼각형 ABC는 $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle C=90^{\circ}$인 직각이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^{\circ}-90^{\circ})=45^{\circ}$
사각형 ADFB는 직사각형이므로
$\angle ABF=90^{\circ}$
$\therefore \angle ABE+\angle ABC+\angle ABF=60^{\circ}+45^{\circ}+90^{\circ}=195^{\circ}$

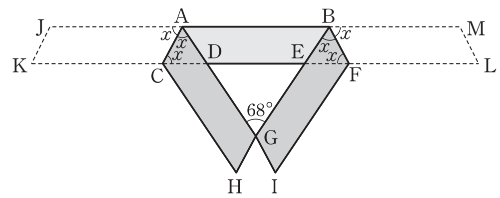
(2) 면 ADE와 평행한 면은 면 BFGC의 1개이다.
$\therefore a=1$
면 ADE와 수직인 면은 면 ADGC, 면 DEFG, 면 ABC, 면 BEF의 4개이다.
$\therefore b=4$
$\therefore 2a+3b=2\times1+3\times4=14$

답 (1) 195° (2) 14

03 해결단계

❶ 단계	접었던 종이테이프를 펼쳐서 생각한다.
❷ 단계	삼각형 ABG에서 $\angle GAB$, $\angle GBA$의 크기를 각각 $\angle x$로 나타낸다.
❸ 단계	$\angle x$의 크기를 구한다.

접었던 종이테이프를 다시 펼치면 다음 그림과 같다.



$\overline{JM}/\!/\overline{KL}$이므로 $\angle JAC=\angle x$ ($\because$ 엇각)
접은 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle JAC=\angle CAD=\angle x$
$\therefore \angle GAB=180^{\circ}-(\angle JAC+\angle CAD)=180^{\circ}-2\angle x$
같은 방법으로 $\angle GBA=180^{\circ}-2\angle x$
따라서 삼각형 AGB에서
$\angle GAB+68^{\circ}+\angle GBA=180^{\circ}$이므로
$(180^{\circ}-2\angle x)+68^{\circ}+(180^{\circ}-2\angle x)=180^{\circ}$
$4\angle x=248^{\circ}$ $\therefore \angle x=62^{\circ}$

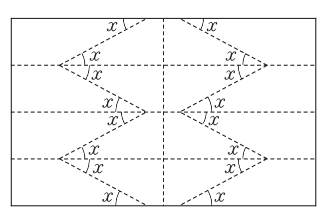
답 62°

| 다른풀이 |
종이테이프를 좌우대칭인 모양으로 접었으므로
삼각형 GAB는 $\overline{AG}=\overline{BG}$인 이등변삼각형이고
$\angle BAG=(180^{\circ}-68^{\circ})\div2=56^{\circ}$
이때, 접은 각의 크기는 서로 같으므로
$\angle JAC=\angle CAD$
즉, $\angle JAC+\angle CAD+\angle BAG=180^{\circ}$에서
$2\angle JAC+56^{\circ}=180^{\circ}$ $\therefore \angle JAC=62^{\circ}$
$\overline{JM}/\!/\overline{KL}$에서 $\angle JAC=\angle x$ ($\because$ 엇각)이므로
$\angle x=62^{\circ}$

04 해결단계

❶ 단계	주어진 직사각형 모양의 종이를 접었다가 펼쳤을 때 생기는 선을 확인한다.
❷ 단계	평행선의 성질에 따라 동위각과 엇각을 표시한다.
❸ 단계	$\angle x$와 크기가 같은 각의 개수를 구한다.

주어진 직사각형의 모양의 종이를 접었다가 펼쳤을 때, 접은 선을 그리고 $\angle x$의 동위각과 엇각, 접은 각을 나타내면 다음 그림과 같다.



이때, 평행선의 성질에 의하여 동위각과 엇각의 크기는 각각 같고, 접은 각의 크기는 같으므로 $\angle x$와 크기가 같은 각의 개수는 16이다. 답 16

05 해결단계

❶ 단계	입사각과 반사각의 크기가 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.
❷ 단계	평행선의 성질을 이용하여 필요한 각의 크기를 구한다.
❸ 단계	$\angle x$의 크기를 구한다.

빛이 직선 l에 수직으로 들어갔으므로

$\angle AGH=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

점 G에서 평면거울에 들어간 빛의 입사각과 반사각의 크기는 같으므로

$90^\circ-\angle AGH=90^\circ-\angle CGF$

$\therefore\ \angle AGH=\angle CGF$

즉, $\angle CGF=\angle AGH=70^\circ$

따라서 $\angle AGC=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

이므로 삼각형 ACG에서

$\angle ACG=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

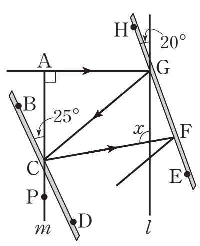
$\therefore\ \angle BCG=25^\circ+50^\circ=75^\circ$

점 C에서 평면거울에 들어간 빛의 입사각과 반사각의 크기는 같으므로

$90^\circ-\angle BCG=90^\circ-\angle DCF$

$\therefore\ \angle BCG=\angle DCF$

즉, $\angle DCF=\angle BCG=75^\circ$



이때, 위의 그림과 같이 직선 m 위의 점을 P라 하면

$l\,/\!/\,m$에서

$\angle x=\angle PCF$ ($\because$ 엇각)

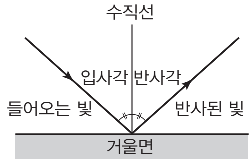
$=\angle DCF+\angle PCD$

$=75^\circ+25^\circ=100^\circ$ 답 100°

blacklabel 특강 교과 외 지식

입사각과 반사각

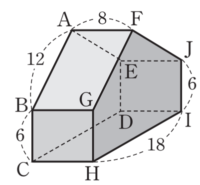
거울에 물체가 비칠 때, 거울로 들어온 빛이 거울 표면의 수직선과 이루는 입사각과 거울에서 반사된 빛이 거울 표면의 수직선과 이루는 반사각은 같다.



06 해결단계

❶ 단계	주어진 전개도를 이용하여 입체도형의 겨냥도를 그린다.
❷ 단계	데코테이프를 붙여야 하는 모서리를 모두 구한다.
❸ 단계	더 필요한 데코테이프의 길이를 구한다.

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같다.



이때, 이미 데코테이프를 붙인 모서리는 면 CHID와 평행한 모서리인 $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{EJ}$, 모서리 AF와 한 점에서 만나는 모서리인 $\overline{AB}$, $\overline{FG}$, $\overline{AE}$, $\overline{FJ}$이므로 데코테이프를 더 붙여야 하는 모서리는 다음과 같다.

(i) 길이가 6인 모서리

$\overline{BC}$, $\overline{GH}$, $\overline{ED}$, $\overline{JI}$

(ii) 길이가 18인 모서리

$\overline{CD}$, $\overline{HI}$

(iii) 길이가 8인 모서리

$\overline{CH}$, $\overline{DI}$

(i), (ii), (iii)에서 더 필요한 데코테이프의 길이는

$6\times4+18\times2+8\times2=76$ 답 76

07 해결단계

❶ 단계	점 P의 이동 경로를 구한다.
❷ 단계	점 P가 이동한 총 거리를 구한다.

점 A에서 출발한 점 P의 이동 경로는 다음과 같다.

(가) 점 A와 만나는 모서리 중에서 모서리 DJ와 평행한 모서리는 $\overline{AG}$이므로 점 P는 점 G에 도착한다.

$\therefore$ (점 P의 이동 거리)$=8$

(나) 점 G와 만나는 모서리 중에서 모서리 FL과 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{GL}$이므로 점 P는 점 L에 도착한다.

$\therefore$ (점 P의 이동 거리)$=5$

(다) 점 L과 만나는 모서리 중에서 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리이면서 면 ABCDEF와 평행한 모서리는 $\overline{LK}$이므로 점 P는 점 K에 도착한다.

$\therefore$ (점 P의 이동 거리)$=5$

(라) 점 K와 만나는 모서리 중에서 면 GHIJKL과 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{KE}$이므로 점 P는 점 E에 도착한다.

$\therefore$ (점 P의 이동 거리)$=8$

(마) 점 E와 만나는 모서리 중에서 모서리 AB와 평행한 모서리는 $\overline{ED}$이므로 점 P는 점 D에 도착한다.

$\therefore$ (점 P의 이동 거리)$=5$

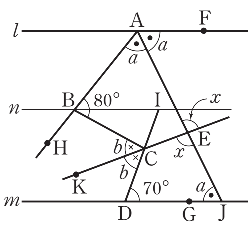
따라서 점 P가 이동한 총 거리는

$\overline{AG}+\overline{GL}+\overline{LK}+\overline{KE}+\overline{ED}=8+5+5+8+5=31$ 답 31

08 해결단계

❶단계	점 B를 지나고, 두 직선 l, m과 평행한 직선을 그어 평행선의 성질에 따른 동위각과 엇각을 찾는다.
❷단계	$\angle BAE=\angle EAF=\angle a$, $\angle BCK=\angle KCD=\angle b$라 하고 $\angle a-\angle b$의 값을 구한다.
❸단계	$\angle x$의 크기를 구한다.

다음 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m과 평행한 직선 n을 긋고 $\angle BAE=\angle EAF=\angle a$, $\angle BCK=\angle KCD=\angle b$라 하자.



$l /\!/ n$에서 $\angle IBH=2\angle a$ ($\because$ 동위각)이고,

$\angle CBH=180^\circ-80^\circ=100^\circ$이므로

$\angle IBC=2\angle a-100^\circ$

또한, $n /\!/ m$에서 $\angle BIC=\angle CDG=70^\circ$ ($\because$ 엇각)이고,

$\angle BCI=180^\circ-2\angle b$이므로

삼각형 BCI에서

$(2\angle a-100^\circ)+(180^\circ-2\angle b)+70^\circ=180^\circ$

$2(\angle a-\angle b)=30^\circ \qquad \therefore \angle a-\angle b=15^\circ$

이때, $\overline{AE}$의 연장선과 직선 m의 교점을 J라 하면

$l /\!/ m$에서 $\angle EJD=\angle EAF=\angle a$ ($\because$ 엇각)

또한, $\angle DCE=180^\circ-\angle b$이므로

사각형 CDJE에서

$(180^\circ-\angle b)+70^\circ+\angle a+\angle x=360^\circ$

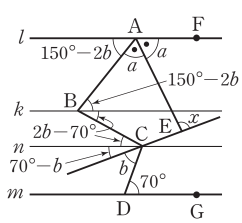
$250^\circ+(\angle a-\angle b)+\angle x=360^\circ$

$250^\circ+15^\circ+\angle x=360^\circ$

$\therefore \angle x=95^\circ$ **답** 95°

| 다른풀이 |

두 점 B, C를 각각 지나고 두 직선 l, m과 평행한 두 직선 k, h를 그으면 다음 그림과 같다.



$150^\circ-2\angle b+2\angle a=180^\circ$

$\therefore \angle a-\angle b=15^\circ \qquad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 사각형 ABCE에서

$\angle a+80^\circ+(180^\circ-\angle b)+(180^\circ-\angle x)=360^\circ$

$\angle x=80^\circ+\angle a-\angle b$

$=80^\circ+15^\circ=95^\circ$ ($\because$ ㉠)

03 작도와 합동

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 29

01 ④	02 ④	03 5	04 ⑤	05 ④
06 ⑤				

01

④ 컴퍼스는 원을 그리거나 선분의 길이를 다른 직선 위로 옮길 때 사용한다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. **답** ④

02

ㄱ. ㉡, ㉤에서 그린 원의 반지름의 길이가 같으므로 $\overline{CP}=\overline{DP}=\overline{AO}=\overline{BO}$

ㄴ. $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로 $\triangle ABO$는 이등변삼각형이다.

ㄷ. 동위각의 크기가 같으면 두 직선은 평행함을 이용하였다.

ㄹ. 작도 순서는 ㉥ → ㉤ → ㉡ → ㉣ → ㉠ → ㉢이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. **답** ④

03

(ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 8일 때,

$8<6+(2a-4)$이어야 하므로 $6<2a$

$\therefore a>3$

(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 $2a-4$일 때,

$2a-4<6+8$이어야 하므로 $2a<18$

$\therefore a<9$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $3<a<9$이므로 a의 값이 될 수 있는 자연수는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다. **답** 5

04

① $8=3+5$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

② $12>5+5$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

③ $\angle A=80^\circ$, $\angle B=100^\circ$에서 $\angle C=180^\circ-(\angle A+\angle B)=0^\circ$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

④ $\angle A$는 두 변 AB, BC의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

⑤ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

따라서 삼각형 ABC가 하나로 정해지는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

05

$\triangle$DBC와 $\triangle$ECB에서

$\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{EC}}$, $\angle$DBC$=\angle$ECB, $\overline{\mathrm{BC}}$는 공통이므로 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 양 끝 각의 크기가 같다.

즉, $\triangle$DBC$\equiv\triangle$ECB (SAS 합동)

따라서 $\triangle$DBC$\equiv\triangle$ECB임을 설명할 때, 사용하지 않는 것은 ④이다. 답 ④

06

① $\triangle$ABP와 $\triangle$AER에서

$\angle$B$=\angle$E$=60^\circ$, $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AE}}$,

$\angle$BAP$=\angle$BAC$-\angle$PAR$=60^\circ-\angle$PAR

$=\angle$EAD$-\angle$PAR$=\angle$EAR

$\therefore$ $\triangle$ABP$\equiv\triangle$AER (ASA 합동)

②, ③ ①에서 $\triangle$ABP$\equiv\triangle$AER이므로

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AR}}$, $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{ER}}$

이때, $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{DE}}$이므로

$\overline{\mathrm{CP}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{DE}}-\overline{\mathrm{ER}}=\overline{\mathrm{DR}}$

④ ①에서 $\triangle$ABP$\equiv\triangle$AER이므로

$\angle$BPA$=\angle$ERA

그런데 $\angle$BPA$=\angle$DPQ ($\because$ 맞꼭지각),

$\angle$ERA$=\angle$CRQ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

$\angle$DPQ$=\angle$CRQ

⑤ $\angle$BAP와 $\angle$PAR의 크기가 같은지는 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

| 다른풀이 |

②, ③ $\triangle$APC와 $\triangle$ARD에서

$\angle$C$=\angle$D$=60^\circ$, $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}$, $\angle$CAD는 공통

$\therefore$ $\triangle$APC$\equiv\triangle$ARD (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AR}}$, $\overline{\mathrm{CP}}=\overline{\mathrm{DR}}$

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 30~34

01 ②	02 8	03 ③	04 ③	05 35°
06 풀이 참조	07 11	08 3	09 ④	10 ㄱ, ㄴ, ㄷ
11 ③, ④	12 ③, ⑤	13 5	14 $\triangle$CEM, ASA 합동	
15 ②	16 ⑤	17 ③	18 ASA 합동	19 ③
20 풀이 참조	21 ⑤	22 120°	23 48	24 96°
25 50°	26 8	27 ⑤	28 ③	29 10

01

ㄱ ②는 점 O를 중심으로 원을 그리므로 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$

ㄴ. $\overline{\mathrm{OA}}$와 $\overline{\mathrm{O'C}}$의 길이가 같을 필요는 없다.

ㄷ. ③은 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OA}}$인 원을 그린 것이므로 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{PH}}=\overline{\mathrm{PG}}$

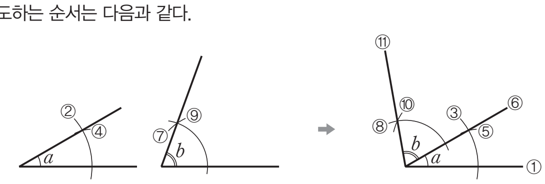
ㄹ. ⑤는 점 H를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AB}}$인 원을 그리므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{GH}}$

이때, $\overline{\mathrm{CD}}$와 $\overline{\mathrm{GH}}$의 길이가 같을 필요는 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

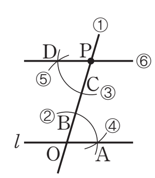
blacklabel 특강 풀이첨삭

$\angle a$를 작도하고, 꼭짓점과 한 변이 $\angle a$와 같도록 $\angle b$를 $\angle a$의 바깥쪽에 작도한다.
작도하는 순서는 다음과 같다.

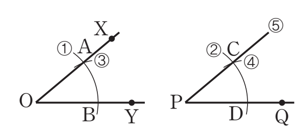


02

엇각을 이용하여 한 직선과 평행한 직선을 작도하면 [그림 1]과 같고, 한 각과 크기가 같은 각을 작도하면 [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]에서 컴퍼스는 ②, ③, ④, ⑤에서 사용하므로

$a=4$

[그림 2]에서 컴퍼스는 ①, ②, ③, ④에서 사용하므로

$b=4$

$\therefore$ $a+b=4+4=8$ 답 8

03

① ㉠, ㉡, ㉢에서 그린 원의 반지름의 길이가 같으므로
$\overline{AB}=\overline{BC}$
즉, 점 B는 선분 AC의 중점이다.

② 중심이 직선 l 위에 있고 반지름의 길이가 같은 세 원을 그린 후 교점을 지나는 직선을 작도하면 되므로
㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣의 순서로 작도할 수 있다.

③ ②에서 컴퍼스를 최소 3회 사용한다.

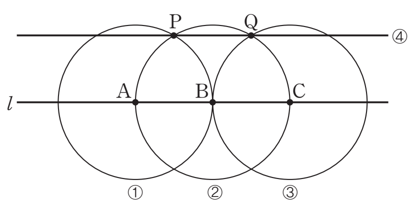
④ 세 원의 반지름의 길이가 같으므로
$\overline{AP}=\overline{AB}=\overline{PB}$에서 $\triangle PAB$가 정삼각형,
$\overline{BQ}=\overline{BC}=\overline{QC}$에서 $\triangle QBC$가 정삼각형이다.
즉, $\angle PBA=\angle QBC=60^\circ$
$\therefore\ \angle PBQ=60^\circ$
이때, $\triangle PBQ$는 $\overline{PB}=\overline{QB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PQB=\frac{1}{2}(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
$\therefore\ \angle PQB=\angle QBC$

⑤ ④에서 $\angle PBQ=\angle QPB=PQB=60^\circ$이므로 $\triangle PBQ$는 정삼각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

blacklabel 특강 참고

3개의 원을 이용한 평행선의 작도



① 직선 l 위의 한 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AP}$인 원을 그려 직선 l과의 교점을 B라 한다.
② 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AP}$인 원을 그려 직선 l과의 교점을 C라 한다.
③ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AP}$인 원을 그려 ②에서 그린 원과의 교점을 Q라 한다.
④ 직선 PQ를 그린다.

04

ㄱ. ㉢, ㉣, ㉤에서 그린 원의 반지름의 길이가 같으므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{AC}=\overline{BD}$

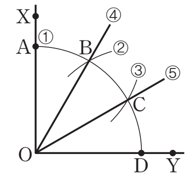
ㄴ. 작도 순서는 ㉢ → ㉣ → ㉤ → ㉠ → ㉡이다.
이뿐 아니라 ㉢이 맨 앞에 그리고 ㉠이 ㉣ 뒤에, ㉡이 ㉤ 뒤에 오도록만 순서를 정하면 90°의 삼등분선을 작도할 수 있다.

ㄷ. $\overline{OB}=\overline{BD}=\overline{OD}$이므로 $\triangle OBD$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \angle OBD=60^\circ$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

blacklabel 특강 필수개념

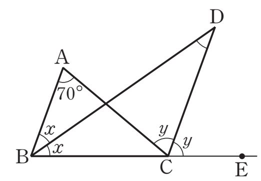
90°의 삼등분선의 작도



이때, 정삼각형의 세 각의 크기가 모두 60°임을 이용하여 90°의 삼등분선은 작도가 가능하지만 모든 각의 삼등분선을 작도할 수 있는 것은 아님에 주의한다.

05

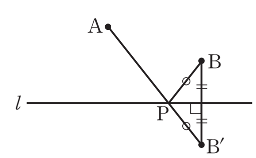
주어진 그림은 $\angle ABC$의 이등분선인 $\overline{BD}$와 $\angle ACE$의 이등분선인 $\overline{CD}$를 작도한 것이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle ABD=\angle DBC=\angle x$,
$\angle ACD=\angle DCE=\angle y$라 하자.
$\angle ACB=180^\circ-(2\angle x+70^\circ)=110^\circ-2\angle x$이고,
$\angle ACB+\angle ACE=180^\circ$이므로
$(110^\circ-2\angle x)+2\angle y=180^\circ$
$2(\angle y-\angle x)=70^\circ \qquad \therefore\ \angle y-\angle x=35^\circ$
$\triangle BCD$에서 $\angle x+\angle BDC+(180^\circ-\angle y)=180^\circ$이므로
$\angle BDC=\angle y-\angle x=35^\circ$ 답 35°

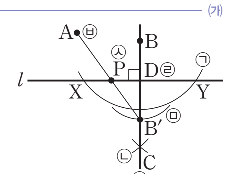
06

직선 l 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 값이 최소가 되려면 점 B와 직선 l에 대하여 대칭인 점 B′에 대하여 $\overline{AB'}$이 직선 l과 만나는 점을 점 P로 정해야 한다.



(가)

점 B를 지나고 직선 l에 수직인 직선은 오른쪽 그림과 같이 작도한다.



㉠ 점 B를 중심으로 원을 그려 직선 l과 만나는 두 점을 각각 X, Y라 한다.
㉡ 두 점 X, Y를 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그려 두 원의 교점을 C라 한다.

㉢ 두 점 B, C를 선으로 연결하면 직선 BC가 점 B를 지나고 직선 l에 수직인 직선이 된다. (나)

점 B와 직선 l에 대하여 대칭인 점 B′은 다음과 같이 작도한다.

㉣ 직선 BC와 직선 l의 교점을 D라 한다.

㉤ 점 D를 중심으로 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{BD}}$인 원을 그려 직선 BC와의 교점을 B′이라 하면 점 B′은 점 B와 직선 l에 대하여 대칭이다. (다)

점 P의 위치는 다음과 같이 작도한다.

㉥ 두 점 A, B′을 선으로 연결한다.

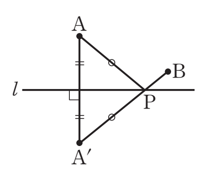
㉦ 선분 AB′과 직선 l의 교점을 P라 한다. (라)

답 풀이 참조

단계	채점 기준	배점
(가)	점 P의 위치를 정하는 방법을 설명한 경우	30%
(나)	점 B를 지나고 직선 l에 수직인 직선을 작도한 경우	30%
(다)	점 B와 직선 l에 대하여 대칭인 점을 작도한 경우	20%
(라)	점 P의 위치를 정한 경우	20%

blacklabel 특강 풀이첨삭

직선 l 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 값이 최소가 되려면 점 A와 직선 l에 대하여 대칭인 점 A′을 구한 후, $\overline{\mathrm{A'B}}$가 직선 l과 만나는 점을 점 P로 정해도 된다.



07

$2<2a+2<3a+2$에서 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 $3a+2$이므로

$3a+2<2+(2a+2)$ $\qquad\therefore a<2$

이때, a는 자연수이므로 $a=1$

따라서 삼각형의 세 변의 길이는 2, 4, 5이므로 둘레의 길이는

$2+4+5=11$ 답 11

08

$6<3+4$, $7=3+4$, $7<3+6$, $7<4+6$이므로 삼각형을 만들 수 있는 선분의 길이의 쌍은 (3, 4, 6), (3, 6, 7), (4, 6, 7)이다.

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 3이다. 답 3

09 해결단계

❶ 단계	삼각형의 세 변의 길이를 한 문자를 사용하여 나타낸다.
❷ 단계	삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 문자의 값의 범위를 구한다.
❸ 단계	이등변삼각형의 개수를 구한다.

이등변삼각형의 길이가 같은 두 변의 길이를 각각 a라 하면 삼각형의 둘레의 길이가 30이므로 나머지 한 변의 길이는 $30-2a$이다.

(i) 가장 긴 변의 길이가 a일 때,

$a<a+(30-2a)$에서 $2a<30$

$\therefore a<15$

$30-2a<a$에서 $3a>30$

$\therefore a>10$

$\therefore 10<a<15$

(ii) 가장 긴 변의 길이가 $30-2a$일 때,

$30-2a<a+a$에서 $4a>30$

$\therefore a>7.5$

$a<30-2a$에서 $3a<30$

$\therefore a<10$

$\therefore 7.5<a<10$

(iii) 세 변의 길이가 모두 같을 때,

$a=30-2a$, $3a=30$

$\therefore a=10$

(i), (ii), (iii)에서 $7.5<a<15$이므로 자연수 a의 값은 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14이다.

즉, 삼각형의 세 변의 길이의 순서쌍 $(a, a, 30-2a)$는

(8, 8, 14), (9, 9, 12), (10, 10, 10), (11, 11, 8), (12, 12, 6), (13, 13, 4), (14, 14, 2)

의 7개이다.

따라서 주어진 조건을 만족시키는 이등변삼각형의 개수는 7이다.

답 ④

blacklabel 특강 오답피하기

이 문제에서 정삼각형도 이등변삼각형이므로 두 변의 길이만 같은 경우뿐만 아니라 세 변의 길이가 모두 같은 경우도 고려해야 한다.

10

ㄱ. 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.

ㄴ. ∠B, ∠C의 크기를 알면 ∠A의 크기도 알 수 있으므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우와 같다.

ㄷ. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.

ㄹ. ∠B는 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정

해지지 않는다.
따라서 필요한 조건은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

11

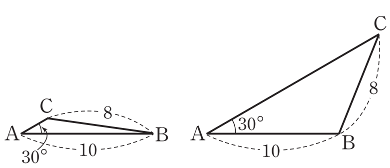
① $8>3+4$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
② $\angle C$는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.
③ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.
④ $\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)=70^\circ$이므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우와 같다.
⑤ 무수히 많은 삼각형이 만들어진다.
따라서 삼각형 ABC가 하나로 정해지는 것은 ③, ④이다.
답 ③, ④

12

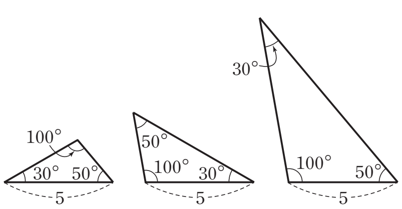
두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때에는 끼인각의 두 변에 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 작도해야 하므로 $\angle B$를 첫 번째 또는 두 번째에 작도해야 한다.
따라서 작도하는 순서로 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

13

조건 ㈎를 만족시키는 삼각형은 다음 그림과 같이 2개이다.



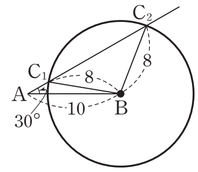
$\therefore a=2$
조건 ㈏에서 주어진 두 내각을 제외한 나머지 한 내각의 크기는
$180^\circ-(30^\circ+50^\circ)=100^\circ$
이므로 조건을 만족시키는 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이다.



$\therefore b=3$
$\therefore a+b=2+3=5$ 답 5

blacklabel 특강 참고 / 오답피하기

다음 그림과 같이 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 8인 원을 그리면 조건 ㈎를 만족시키는 삼각형은 $\triangle ABC_1$, $\triangle ABC_2$의 2개임을 확인할 수 있다.



조건 ㈏에서 삼각형의 세 각의 크기 30°, 50°, 100°만 주어진 것으로 생각하여 조건을 만족시키는 삼각형의 개수가 무수히 많다고 생각하는 경우가 있다.
그러나 한 변의 길이가 5로 주어졌으므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 각각 30°, 50° 또는 30°, 100° 또는 50°, 100°인 삼각형 3개가 존재한다.

14

$\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서
$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle DMB=\angle EMC$ ($\because$ 맞꼭지각),
$\angle DBM=90^\circ-\angle DMB=90^\circ-\angle EMC=\angle ECM$이므로
대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.
즉, $\triangle BDM\equiv\triangle CEM$ (ASA 합동) 답 $\triangle CEM$, ASA 합동

15

$\angle B=\angle F$, $\angle C=\angle E$에서 $\angle A=\angle D$이므로 두 삼각형이 ASA 합동이 되려면 대응하는 한 변의 길이가 같다는 조건이 필요하다.
따라서 필요한 조건은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

16

$\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서
$\overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=\overline{BC}-\overline{BE}=\overline{EC}$,
$\angle B=\angle C=60^\circ$, $\overline{BE}=\overline{CF}$이므로
대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
즉, $\triangle DBE\equiv\triangle ECF$ (SAS 합동)
같은 방법으로 $\triangle FAD\equiv\triangle ECF$ (SAS 합동)이다.
① $\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이지만 그 길이가 $\overline{AF}$와 같은지는 알 수 없다.
② $\angle BDE=\angle CEF=\angle AFD$이지만 그 크기가 $\angle EFC$와 같은지는 알 수 없다.

③ $\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이므로 $\triangle DEF$는 정삼각형이다.

$\therefore \angle DEF=60^\circ$

④ $\triangle ADF\equiv\triangle BED\equiv\triangle CFE$이지만 $\triangle ADF$와 $\triangle EDF$가 합동인지는 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

17

$\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{AP}=\overline{BP}$, $\overline{OP}$는 공통이므로

대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.

$\therefore \triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (SSS 합동)

즉, $\angle AOP=\angle BOP$이므로 $\overline{OP}$는 $\angle AOB$의 이등분선이다.

따라서 ㈎에 알맞은 것은 $\triangle AOP\equiv\triangle BOP$, ㈏에 알맞은 것은 SSS 합동이다. 답 ③

18

$\overline{AB}/\!/\overline{DF}$이므로 $\angle ABC=\angle FDE$ ($\because$ 엇각) ……㉠

$\overline{AC}/\!/\overline{EF}$이므로 $\angle ACB=\angle FED$ ($\because$ 엇각) ……㉡

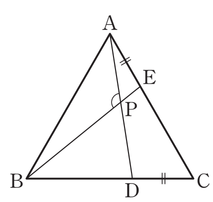
$\overline{BE}=\overline{CD}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{CD}+\overline{CE}=\overline{DE}$ ……㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 두 삼각형 ABC와 FDE는 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle FDE$ (ASA 합동) 답 ASA 합동

19



$\triangle ABE$와 $\triangle CAD$에서

$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\overline{AE}=\overline{CD}$,

$\angle EAB=\angle DCA=60^\circ$이므로

대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle\boxed{CAD}$ ($\boxed{SAS}$ 합동)

따라서 $\angle ABE=\angle\boxed{CAD}$이므로

$\triangle PAB$에서

$\angle APB=180^\circ-(\angle ABP+\angle BAP)$

$=180^\circ-(\angle\boxed{CAD}+\angle BAP)$

$=180^\circ-\boxed{60^\circ}=\boxed{120^\circ}$

즉, ㈎ CAD ㈏ SAS ㈐ CAD ㈑ 60° ㈒ 120°

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

20

사각형 ABCD가 정사각형이므로 $\angle ABC=90^\circ$

$\triangle BEC$가 정삼각형이므로 $\angle EBC=60^\circ$

$\therefore \angle ABE=\angle ABC+\angle EBC=90^\circ+60^\circ=150^\circ$

사각형 ABCD는 정사각형이고 $\triangle BEC$와 $\triangle CFD$는 모두 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{CF}=\overline{DF}$

또한,

$\angle BCF=\angle BCD+\angle DCF$

$=90^\circ+60^\circ=150^\circ$

$\angle ECD=\angle ECB+\angle BCD$

$=60^\circ+90^\circ=150^\circ$

$\angle ADF=\angle ADC+\angle CDF$

$=90^\circ+60^\circ=150^\circ$

$\angle ECF=360^\circ-\angle ECB-\angle BCD-\angle DCF$

$=360^\circ-60^\circ-90^\circ-60^\circ$

$=150^\circ$

따라서 $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$, $\triangle ECD$, $\triangle ADF$, $\triangle ECF$는 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다. 답 풀이 참조

21

$\triangle GBC$와 $\triangle EDC$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{GC}=\overline{EC}$, $\angle GCB=90^\circ-\angle DCG=\angle ECD$

$\therefore \triangle GBC\equiv\triangle EDC$ (SAS 합동)

이때, $\angle EDC=\angle GBC=90^\circ-72^\circ=18^\circ$이므로 $\triangle EDC$에서

$\angle DEF=180^\circ-18^\circ-36^\circ-90^\circ=36^\circ$ 답 ⑤

22

$\triangle BEC$와 $\triangle ADC$에서

$\overline{EC}=\overline{DC}$, $\overline{BC}=\overline{AC}$,

$\angle ECB=60^\circ-\angle DCP=\angle DCA$

$\therefore \triangle BEC\equiv\triangle ADC$ (SAS 합동) ㈎

이때, $\angle CDE=60^\circ$이므로

$\angle ADC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ ㈏

$\therefore \angle BEC=\angle ADC=120^\circ$ ㈐

답 120°

단계	채점 기준	배점
(가)	$\triangle BEC \equiv \triangle ADC$임을 보인 경우	50%
(나)	$\angle ADC$의 크기를 구한 경우	30%
(다)	$\angle BEC$의 크기를 구한 경우	20%

23

$\triangle GBC$와 $\triangle EDC$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{GC}=\overline{EC}$, $\angle GCB=90^\circ-\angle DCG=\angle ECD$

$\therefore$ $\triangle GBC \equiv \triangle EDC$ (SAS 합동)

$\therefore$ (사각형 GCED의 넓이)

$=\triangle GCD+\triangle EDC$

$=\triangle GCD+\triangle GBC$

$=$(사각형 GBCD의 넓이)

$=$(사각형 ABCD의 넓이)$-\triangle ABG$

$=8\times8-\frac{1}{2}\times8\times4=64-16=48$ 답 48

24

$\triangle DCB$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{DC}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CE}$, $\angle DCB=\angle DCE+60^\circ=\angle ACE$

$\therefore$ $\triangle DCB \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)

즉, $\angle AEC=\angle DBC=60^\circ-24^\circ=36^\circ$이고

$\angle ACE=180^\circ-\angle ECB$

$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\therefore$ $\angle EAC=180^\circ-\angle ACE-\angle AEC$

$=180^\circ-120^\circ-36^\circ=24^\circ$

따라서 $\triangle PAC$에서

$\angle APC=180^\circ-\angle PAC-\angle PCA$

$=180^\circ-24^\circ-60^\circ=96^\circ$ 답 96°

| 다른풀이 |

정삼각형의 세 각의 크기는 모두 60°이므로

$\angle DBC=\angle CBE-\angle DBE$

$=60^\circ-24^\circ=36^\circ$ ······㉠

또한, $\angle ACD=\angle CBE=60^\circ$이므로

평행선의 성질에 의하여

$\overline{CD} /\!/ \overline{BE}$

$\therefore$ $\angle APC=\angle AEB$ ($\because$ 동위각) ······㉡

한편, $\triangle DCB$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{DC}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CE}$,

$\angle DCB=\angle DCE+60^\circ=\angle ACE$

$\therefore$ $\triangle DCB \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle AEC=\angle DBC=36^\circ$ ($\because$ ㉠)

즉, $\angle AEB=\angle AEC+60^\circ=36^\circ+60^\circ=96^\circ$이므로

$\angle APC=\angle AEB=96^\circ$ ($\because$ ㉡)

blacklabel 특강 필수개념

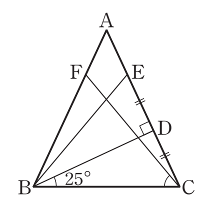
정삼각형의 성질을 이용한 삼각형의 합동

정삼각형이 주어졌을 때, 다음 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

(1) 세 변의 길이는 모두 같다.

(2) 세 각의 크기는 모두 60°이다.

25



$\triangle BCD$와 $\triangle BED$에서

$\overline{BD}$는 공통, $\angle BDC=\angle BDE=90^\circ$,

$\overline{CD}=\overline{ED}$

$\therefore$ $\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (SAS 합동) ······㉠

또한, $\triangle BCF$와 $\triangle CBE$에서

$\overline{BC}$는 공통, $\overline{BF}=\overline{CE}$, $\angle CBF=\angle BCE$

$\therefore$ $\triangle BCF \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동) ······㉡

㉠에서 $\angle CBD=\angle EBD=25^\circ$이므로

$\angle CBE=\angle CBD+\angle EBD=50^\circ$

이고, ㉡에서 $\angle BCF=\angle CBE$이므로 $\angle BCF=50^\circ$ 답 50°

26

(i) $\triangle ABG$와 $\triangle DAH$에서

$\overline{AB}=\overline{DA}$,

$\angle ABG=90^\circ-\angle BAG=\angle DAH$,

$\angle BAG=90^\circ-\angle ABG=90^\circ-\angle DAH=\angle ADH$

$\therefore$ $\triangle ABG \equiv \triangle DAH$ (ASA 합동)

(ii) $\triangle DAH$와 $\triangle FEC$에서

$\overline{DH}=\overline{FC}$, $\angle AHD=\angle ECF=90^\circ$,

$\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$에서 $\angle DAH=\angle FEC$ ($\because$ 엇각)이므로

$\angle ADH=90^\circ-\angle DAH=90^\circ-\angle FEC=\angle EFC$

$\therefore$ $\triangle DAH \equiv \triangle FEC$ (ASA 합동)

(i), (ii)에서 $\triangle ABG \equiv \triangle DAH \equiv \triangle FEC$이므로

$\overline{BG}=\overline{AH}=\overline{EC}=4$

$\therefore$ $\triangle ABH=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ 답 8

blacklabel 특강 필수개념

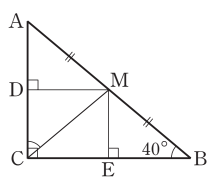
정사각형의 성질을 이용한 삼각형의 합동

정사각형이 주어졌을 때, 다음 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

(1) 네 변의 길이는 모두 같다.

(2) 네 각의 크기는 모두 90°이다.

27



오른쪽 그림과 같이 점 M에서 두 변 AC, BC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면 $\triangle$AMD와 $\triangle$MBE에서

$\overline{AC} /\!/ \overline{ME}$이므로

$\angle DAM = \angle EMB$ ($\because$ 동위각) ······㉠

$\overline{DM} /\!/ \overline{CB}$이므로

$\angle DMA = \angle EBM = 40^\circ$ ($\because$ 동위각) ······㉡

$\overline{AM} = \overline{BM}$ ······㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle AMD \equiv \triangle MBE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{DM} = \overline{EB}$이고, 사각형 DCEM은 직사각형이므로

$\overline{DM} = \overline{CE}$

$\therefore \overline{CE} = \overline{EB}$

$\triangle$CME와 $\triangle$BME에서

$\overline{ME}$는 공통, $\overline{CE} = \overline{BE}$, $\angle MEC = \angle MEB = 90^\circ$

$\therefore \triangle CME \equiv \triangle BME$ (SAS 합동)

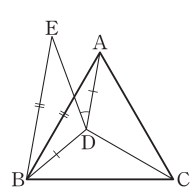
따라서 $\overline{MC} = \overline{MB}$에서 $\triangle$BMC는 이등변삼각형이므로

$\angle MCE = \angle MBE = 40^\circ$

$\therefore \angle ACM = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

답 ⑤

28



$\triangle$BCD와 $\triangle$ACD에서

$\overline{BC} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{AD}$, $\overline{CD}$는 공통

$\therefore \triangle BCD \equiv \triangle ACD$ (SSS 합동)

$\therefore \angle BCD = \angle ACD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

한편, $\angle DBE = \angle ABD + \angle ABE = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$이고,

$\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$이므로

$\angle DBE = \angle DBC$

따라서 $\triangle$BCD와 $\triangle$BED에서

$\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{BE}$, $\angle DBC = \angle DBE$, $\overline{BD}$는 공통

$\therefore \triangle BCD \equiv \triangle BED$ (SAS 합동)

즉, $\angle BED = \angle BCD = 30^\circ$이므로 $\triangle$BDE에서

$\angle BDE = 180^\circ - \angle BED - \angle DBE$

$= 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ$

또한, $\triangle$ABD에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$이므로

$\angle BAD = \angle ABD = 20^\circ$

따라서 $\triangle$ABD에서

$\angle ADE = 180^\circ - \angle BAD - \angle ABD - \angle BDE$

$= 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ - 110^\circ = 30^\circ$

답 ③

| 다른풀이 |

$\triangle BDE \equiv \triangle BDC \equiv \triangle ADC$에서

$\angle DBE = \angle DBC = \angle DAC = 40^\circ$,

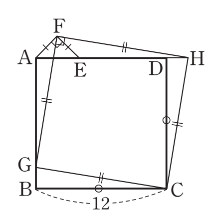
$\angle BED = \angle BCD = \angle ACD = 30^\circ$이므로

$\angle BDE = \angle BDC = \angle ADC = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$

$\therefore \angle ADE = 360^\circ - 3 \times \angle BDE$

$= 360^\circ - 3 \times 110^\circ = 30^\circ$

29



$\triangle$AEF는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AF} = \overline{EF}$

사각형 ABCD는 정사각형이므로

$\overline{CB} = \overline{CD}$

사각형 FGCH는 정사각형이므로

$\overline{FG} = \overline{FH} = \overline{CG} = \overline{CH}$

또한, $\angle AFG = 90^\circ - \angle EFG$, $\angle EFH = 90^\circ - \angle EFG$이므로

$\angle AFG = \angle EFH$이다.

$\angle GCB = 90^\circ - \angle DCG$, $\angle HCD = 90^\circ - \angle DCG$이므로

$\angle GCB = \angle HCD$이다.

따라서 $\triangle$AFG와 $\triangle$EFH에서

$\overline{AF} = \overline{EF}$, $\overline{FG} = \overline{FH}$, $\angle AFG = \angle EFH$

$\therefore \triangle AFG \equiv \triangle EFH$ (SAS 합동)

또한, $\triangle$GCB와 $\triangle$HCD에서

$\overline{CB} = \overline{CD}$, $\overline{CG} = \overline{CH}$, $\angle GCB = \angle HCD$

$\therefore \triangle GCB \equiv \triangle HCD$ (SAS 합동)

한편, $\overline{AD} = 12$이고, $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$이므로

$\overline{ED} = 12 \times \frac{2}{3} = 8$

$\overline{DH}=x$라 하면 $\overline{AG}=\overline{EH}=\overline{ED}+\overline{DH}=8+x$이므로

$12=\overline{AB}=\overline{AG}+\overline{GB}=\overline{AG}+\overline{HD}=(8+x)+x$

$12=8+2x,\ 4=2x \qquad \therefore x=2$

$\therefore \overline{EH}=\overline{ED}+\overline{DH}=8+2=10$ 답 10

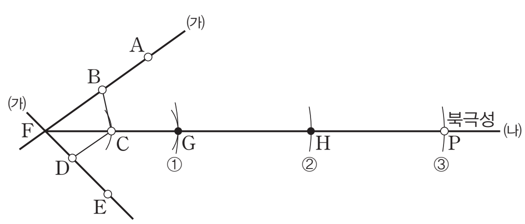
Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 35~36

01 6회 **02** (1) $2<x<14$ (2) 24 **03** 3 **04** 풀이 참조
05 (1) ㄱ, ㄷ (2) 풀이 참조 **06** 6 **07** 4 **08** 70°

01 해결단계

❶ 단계	(가)에서 눈금이 없는 자를 사용하는 최소 횟수를 구한다.
❷ 단계	(나)에서 눈금이 없는 자를 사용하는 최소 횟수를 구한다.
❸ 단계	(다)에서 컴퍼스를 사용하는 최소 횟수를 구한다.

(가)에서 눈금이 없는 자를 2회 사용한다.
(나)에서 눈금이 없는 자를 1회 사용한다.
(다)에서 반직선 FC 위의 점 중에서 점 C로부터의 거리가 선분 CF의 길이의 5배가 되는 점을 작도하는 방법은 다음 그림과 같다.

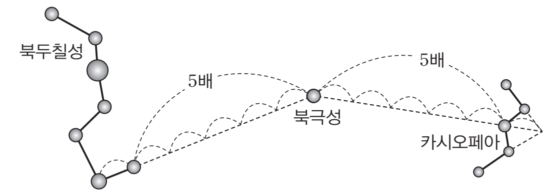


① 컴퍼스를 사용하여 선분 CF의 길이를 재고,
점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CF}$인 원을 그려 반직선 FC와의 교점을 G라 한다.
② 컴퍼스를 사용하여 선분 FG의 길이를 재고,
점 G를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{FG}$인 원을 그려 반직선 FC와의 교점을 H라 한다.
③ 점 H를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{FG}$인 원을 그려 반직선 FC와의 교점을 P라 하고 점 P가 북극성의 위치가 된다.

즉, (다)에서 컴퍼스는 최소 3번 사용한다.
따라서 작도를 이용하여 북극성의 위치를 찾아 표시할 때, 눈금 없는 자와 컴퍼스의 최소 사용 횟수는
$2+1+3=6$(회) 답 6회

blacklabel 특강 교과 외 지식

북두칠성, 카시오페아 별자리와 북극성의 위치의 관계
카시오페아 별자리뿐 아니라 북두칠성 별자리를 이용하여 북극성을 찾을 수도 있다.

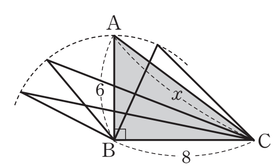


02 해결단계

(1)	❶ 단계	x의 값의 범위를 구한다.
(2)	❷ 단계	삼각형 ABC의 넓이가 최대가 될 조건을 구한다.
	❸ 단계	삼각형 ABC의 넓이의 최댓값을 구한다.

(1) (ⅰ) $\overline{BC}$가 가장 긴 변일 때,
$8<x+6$이어야 하므로
$x>2$
(ⅱ) $\overline{CA}$가 가장 긴 변일 때,
$x<6+8$이어야 하므로
$x<14$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $2<x<14$

(2) $\overline{AB}=6,\ \overline{BC}=8$이므로 $\overline{BC}$를 밑변으로 생각하면 오른쪽 그림과 같이 $\angle ABC=90°$일 때, 삼각형 ABC의 높이가 최대가 되므로 넓이도 최대가 된다.

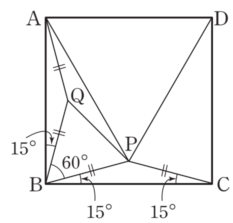


따라서 구하는 넓이의 최댓값은
$\frac{1}{2}\times6\times8=24$

답 (1) $2<x<14$ (2) 24

03 해결단계

❶ 단계	△QBP가 정삼각형임을 설명한다.
❷ 단계	△QAB≡△QAP임을 설명한다.
❸ 단계	$\overline{AP}$의 길이를 구한다.



△PBC는 이등변삼각형이고,
△PBC≡△QAB이므로
$\overline{PB}=\overline{PC}=\overline{QA}=\overline{QB}$이고
$\angle QAB=\angle QBA$
$=\angle PBC=\angle PCB$
$=15^\circ$
$\therefore \angle QBP=90^\circ-\angle PBC-\angle QBA$
$=90^\circ-15^\circ-15^\circ=60^\circ$
이때, △QBP에서 $\overline{PB}=\overline{QB}$이므로
$\angle BPQ=\angle BQP=60^\circ$
따라서 △QBP는 정삼각형이다.
한편,
$\angle AQB=180^\circ-15^\circ-15^\circ=150^\circ$,
$\angle AQP=360^\circ-\angle AQB-\angle BQP$
$=360^\circ-150^\circ-60^\circ=150^\circ$
이므로 $\angle AQB=\angle AQP$
이때, △QAB와 △QAP에서
$\angle AQB=\angle AQP$, $\overline{QB}=\overline{QP}$, $\overline{QA}$는 공통
∴ △QAB≡△QAP (SAS 합동)
$\therefore \overline{AP}=\overline{AB}=3$ **답** 3

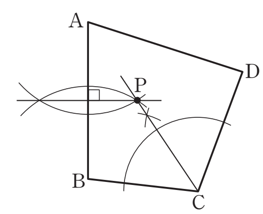
04 해결단계

❶ 단계	필요한 조건이 $\overline{BC}$의 길이임을 답하고 그 이유를 서술한다.
❷ 단계	필요한 조건이 ∠A의 크기임을 답하고 그 이유를 서술한다.
❸ 단계	필요한 조건이 ∠C의 크기임을 답하고 그 이유를 서술한다.

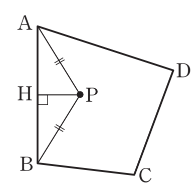
삼각형 ABC가 하나로 정해지기 위해 필요한 조건과 그 이유는 다음과 같다.
(i) $\overline{BC}$의 길이가 주어질 때,
두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어지면 삼각형의 모양과 크기는 하나로 정해진다.
(ii) ∠A의 크기가 주어질 때,
한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어지면 삼각형의 모양과 크기는 하나로 정해진다.
이때, ∠A의 크기는 110°보다 작아야 한다.
(iii) ∠C의 크기가 주어질 때,
∠C의 크기가 주어지면 $\angle A=180^\circ-\angle B-\angle C$임을 이용하여 ∠A의 크기도 구할 수 있다.
이것은 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어지는 경우와 같으므로 삼각형의 모양과 크기는 하나로 정해진다.
이때, ∠C의 크기는 110°보다 작아야 한다. **답** 풀이 참조

05 해결단계

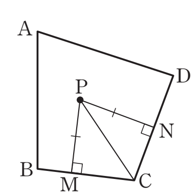
(1)	❶ 단계	점 P가 두 꼭짓점 A, B에서 같은 거리에 있기 위해 작도해야 하는 선을 구한다.
	❷ 단계	점 P가 두 변 BC, CD에서 같은 거리에 있기 위해 작도해야 하는 선을 구한다.
(2)	❸ 단계	점 P에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고 점 P가 $\overline{AB}$의 수직이등분선 위에 있음을 보인다.
	❹ 단계	점 P에서 두 변 BC, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하고 점 P가 ∠C의 이등분선 위에 있음을 보인다.



(1) 점 P가 두 꼭짓점 A, B에서 같은 거리에 있으려면 점 P는 선분 AB의 수직이등분선 위에 있어야 한다.
또한, 점 P가 두 변 BC, CD에서 같은 거리에 있으려면 점 P는 ∠C의 이등분선 위에 있어야 한다.
따라서 작도해야 할 것은 ㄱ, ㄷ이다.

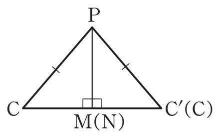


(2) 조건을 만족시키는 점 P를 사각형 ABCD의 내부에 놓으면 점 P는 두 꼭짓점 A, B에서 같은 거리에 있으므로 △APB는 항상 $\overline{AP}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle PAB=\angle PBA$
점 P에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\angle APH=90^\circ-\angle PAH=90^\circ-\angle PBH=\angle BPH$
즉, △APH와 △BPH에서
$\overline{AP}=\overline{BP}$, $\angle PAH=\angle PBH$, $\angle APH=\angle BPH$
∴ △APH≡△BPH (ASA 합동)
따라서 $\overline{AH}=\overline{BH}$이므로 점 P는 선분 AB의 수직이등분선 위에 있다.



한편, 점 P가 두 변 BC, CD에서 같은 거리에 있으므로
점 P에서 두 변 BC, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면 $\overline{PM}=\overline{PN}$
두 삼각형 PMC와 PNC에서 두 변

PM과 PN을 이어 붙이면 다음 그림과 같다.



이때, $\angle PMC=\angle PNC'=90°$이므로

세 점 C, M(N), C′이 한 직선 위에 있고

삼각형 PCC′은 $\overline{PC}=\overline{PC'}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\angle PCM=\angle PC'N$이므로 점 P는 $\angle C$의 이등분선 위에 있다.

답 (1) ㄱ, ㄷ (2) 풀이 참조

06 해결단계

❶ 단계	접은 삼각형이 합동임을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾는다.
❷ 단계	두 삼각형 BEF와 HGD가 합동임을 설명한다.
❸ 단계	사각형 ABCD의 넓이를 이용하여 사각형 DEFG의 넓이를 구한다.

$\triangle AED\equiv\triangle FED$이므로

$\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{FD}$

$\triangle CFG\equiv\triangle HFG$이므로

$\overline{CF}=\overline{HF}$

한편, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DFC=\angle ADF$ (∵ 엇각) ……㉠

$\triangle BEF$와 $\triangle HGD$에서

$\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=\overline{FD}-\overline{HF}=\overline{HD}$,

$\angle EBF=\angle GHD=90°$,

$\angle EFB=90°-\angle DFC$

$=90°-\angle ADF$ (∵ ㉠)

$=\angle GDH$

∴ $\triangle BEF\equiv\triangle HGD$ (ASA 합동)

이때, 사각형 ABCD의 넓이는

$\triangle AED+\triangle FED+\triangle CFG+\triangle HFG+\triangle BEF+\triangle HGD$

$=2\triangle FED+2\triangle HFG+2\triangle HGD$

$=2(\triangle FED+\triangle HFG+\triangle HGD)$

$=4\times3=12$

∴ (사각형 DEFG의 넓이)$=\triangle FED+\triangle HFG+\triangle HGD$

$=\dfrac{1}{2}\times12=6$

답 6

07 해결단계

❶ 단계	조건 ㈎, ㈏를 만족시키는 c의 값을 구한다.
❷ 단계	❶ 단계에서 구한 각 c의 값에 대하여 가능한 a와 b의 값을 각각 구한다.
❸ 단계	조건을 만족시키는 삼각형의 개수를 구한다.

a, b, c가 삼각형의 세 변의 길이이고, 조건 ㈎에서 c가 가장 긴 변의 길이이므로 $c<a+b$

즉, $2c<a+b+c$에서 $2c<14$ (∵ ㈏)이므로 $c<7$

이때, c는 자연수이므로

$c=1, 2, 3, 4, 5, 6$

또한 $a\le c$, $b\le c$이므로

$a+b+c\le c+c+c=3c$

즉, $14\le 3c$ (∵ ㈏)에서 $c\ge\dfrac{14}{3}$

∴ $c=5$ 또는 $c=6$

(ⅰ) $c=5$일 때, $a+b=9$, $a\le b\le5$이므로

$a=4$, $b=5$

(ⅱ) $c=6$일 때, $a+b=8$, $a\le b\le6$이므로

$a=2$, $b=6$ 또는 $a=3$, $b=5$ 또는 $a=4$, $b=4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 a, b, c를 세 변의 길이로 하는 삼각형의 변의 길이의 쌍은 (4, 5, 5), (2, 6, 6), (3, 5, 6), (4, 4, 6)이다.

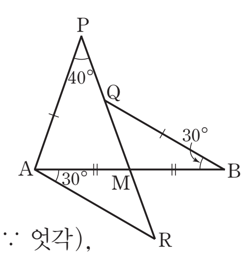
따라서 구하는 삼각형의 개수는 4이다.

답 4

08 해결단계

❶ 단계	적당한 연장선을 그어 $\triangle QMB$와 합동인 삼각형을 찾는다.
❷ 단계	이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle MQB$의 크기를 구한다.
❸ 단계	$\angle PMA$의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나면서 $\overline{QB}$에 평행한 직선을 긋고, $\overline{PM}$의 연장선과의 교점을 R라 하자.



$\triangle QMB$와 $\triangle RMA$에서

$\overline{MB}=\overline{MA}$,

$\overline{QB}/\!/\overline{AR}$이므로 $\angle MBQ=\angle MAR$ (∵ 엇각),

$\angle QMB=\angle RMA$ (∵ 맞꼭지각)

∴ $\triangle QMB\equiv\triangle RMA$ (ASA 합동)

즉, $\overline{BQ}=\overline{AR}$, $\angle MQB=\angle MRA$

이때 $\overline{AP}=\overline{BQ}$이므로 $\overline{AR}=\overline{AP}$

즉, $\triangle PAR$는 이등변삼각형이다.

∴ $\angle MQB=\angle MRA=\angle APM=40°$

따라서 $\triangle QMB$에서

$\angle QMB=180°-30°-40°=110°$이므로

$\angle PMA=180°-110°=70°$

답 70°

II 평면도형

04 다각형

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 39

01 ⑤	02 ②	03 ①	04 115°	05 ②
06 73°	07 ④	08 44°		

01

① 정다각형의 종류는 무수히 많다.
② 정다각형은 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형이다.
③ 다각형의 한 꼭짓점에 대하여 외각은 2개가 있다.
④ 정육각형의 한 내각의 크기는 120°이고, 이것은 한 외각의 크기인 60°보다 크다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

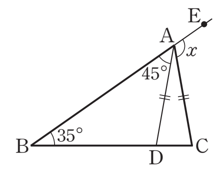
02

주어진 다각형을 n각형이라 하면
$n-3=9 \quad \therefore n=12$
따라서 주어진 다각형은 십이각형이므로 대각선의 개수는
$\frac{12(12-3)}{2}=54$ 답 ②

03

주어진 다각형을 n각형이라 하면
$\frac{n(n-3)}{2}=44$, $n(n-3)=88=11\times 8$
$\therefore n=11$
따라서 주어진 다각형은 십일각형이므로 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는
$11-2=9$ 답 ①

04



오른쪽 그림의 삼각형 ABD에서
$\angle ADC$는 $\angle ADB$의 외각이므로
$\angle ADC=35^{\circ}+45^{\circ}=80^{\circ}$
$\triangle ADC$는 $\overline{AD}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACD=\angle ADC=80^{\circ}$
삼각형 ABC에서 $\angle EAC$는 $\angle BAC$의 외각이므로
$\angle x=35^{\circ}+80^{\circ}=115^{\circ}$ 답 115°

| 다른풀이 |
삼각형 ABD에서 $\angle ADC$는 $\angle ADB$의 외각이므로
$\angle ADC=35^{\circ}+45^{\circ}=80^{\circ}$
$\triangle ADC$는 $\overline{AD}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACD=\angle ADC=80^{\circ}$
이때, 삼각형 ADC의 세 내각의 합은 180°이므로
$\angle CAD=180^{\circ}-2\times 80^{\circ}=20^{\circ}$
$\therefore \angle x=180^{\circ}-45^{\circ}-20^{\circ}=115^{\circ}$

05

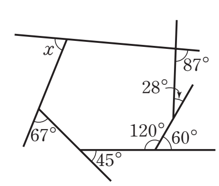
주어진 다각형을 n각형이라 하면 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^{\circ}\times(n-2)$이고, 외각의 크기의 합은 360°이므로
$180^{\circ}\times(n-2)+360^{\circ}=1620^{\circ}$
$180^{\circ}\times(n-2)=1260^{\circ}$, $n-2=7$
$\therefore n=9$
따라서 주어진 다각형은 구각형이므로 변의 개수는 9이다.
답 ②

| 다른풀이 |
n각형에서 (내각의 크기의 합)+(외각의 크기의 합)$=180^{\circ}\times n$이므로 주어진 다각형을 n각형이라 하면
$180^{\circ}\times n=1620^{\circ} \quad \therefore n=9$
따라서 주어진 다각형은 구각형이므로 변의 개수는 9이다.

blacklabel 특강 필수원리

다각형의 모든 내각의 크기와 외각의 크기의 합
다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로 n각형의 모든 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 $180^{\circ}\times n$이다.

06



n각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 오른쪽 그림에서
$\angle x+67^{\circ}+45^{\circ}+60^{\circ}+28^{\circ}+87^{\circ}$
$=360^{\circ}$
$\therefore \angle x=73^{\circ}$ 답 73°

07

정십이각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(12-2)}{12}=150^\circ \qquad \therefore a=150$

정십각형의 한 외각의 크기는

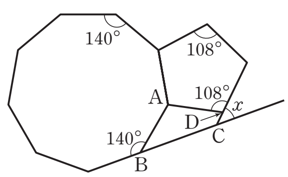
$\dfrac{360^\circ}{10}=36^\circ \qquad \therefore b=36$

$\therefore a+b=150+36=186$ 답 ④

08

정구각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(9-2)}{9}=140^\circ$이고, 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{9}=40^\circ$이다.

또한, 정오각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이고, 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$이다.



위의 그림에서

$\angle BAD=360^\circ-(140^\circ+108^\circ)=112^\circ$,

$\angle ABC=40^\circ$, $\angle ADC=72^\circ$

사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$112^\circ+40^\circ+72^\circ+\angle BCD=360^\circ \qquad \therefore \angle BCD=136^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-136^\circ=44^\circ$ 답 44°

Step 2	A등급을 위한 문제			pp. 40~44
01 ③	02 ④	03 8개	04 119	05 20
06 ④	07 67	08 160	09 ⑤	10 ③
11 144°	12 158°	13 ⑤	14 59°	15 99°
16 36°	17 ④	18 274°	19 ①	20 1980°
21 ②	22 180°	23 ③	24 ①	25 30
26 252°	27 ①	28 ③	29 10개	30 ③

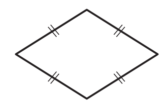
01

ㄱ. 정다각형의 각각의 내각의 크기는 모두 같으므로 외각의 크기도 모두 같다.

ㄴ. 다각형의 한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 180°로 일정하므로 내각의 크기가 커질수록 그 꼭짓점에서의 외각의 크기는 작아진다.

ㄷ. 다각형의 한 꼭짓점에서의 외각은 2개이고, 맞꼭지각으로 그 크기가 서로 같다.

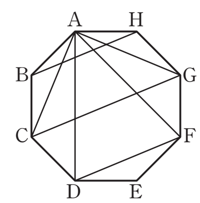
ㄹ. 오른쪽 그림의 마름모는 꼭짓점이 4개이고, 각 변의 길이가 모두 같지만 내각의 크기가 모두 같지 않으므로 정사각형이 아니다.



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ③

02

오른쪽 그림과 같이 꼭지각이 $\angle A$인 이등변삼각형은 $\triangle ABH$, $\triangle ACG$, $\triangle ADF$의 3개이다.



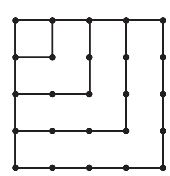
마찬가지로 꼭지각이 $\angle B$, $\angle C$, $\cdots$, $\angle H$인 이등변삼각형은 3개씩 존재하므로 구하는 이등변삼각형의 개수는

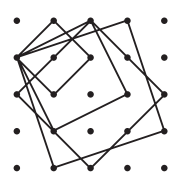
$8\times3=24$

답 ④

03

25개의 점 중에서 4개의 점을 꼭짓점으로 하는 크기가 다른 정사각형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.





$\therefore 4+4=8$(개) 답 8개

04

주어진 다각형을 n각형이라 하면 이 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $(n-3)$개이다.

한편, 칠각형의 대각선의 개수는 $\frac{7(7-3)}{2}=14$이므로

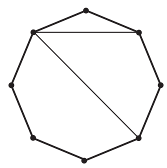
$n-3=14 \quad \therefore n=17$

따라서 주어진 다각형은 십칠각형이므로 대각선의 개수는

$\frac{17(17-3)}{2}=119$ 답 119

05

주어진 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 2개 그었을 때, 삼각형, 사각형, 오각형의 세 부분으로 나누어졌으므로 주어진 다각형은 오른쪽 그림과 같은 팔각형이다.



따라서 팔각형의 대각선의 개수는

$\frac{8(8-3)}{2}=20$ 답 20

blacklabel 특강 풀이첨삭

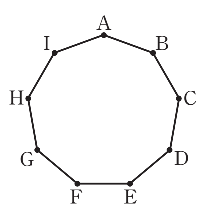
n각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그어 두 다각형으로 분리하면 대각선이 나누어진 두 다각형의 변이 되기 때문에 두 다각형의 총 변의 개수는 $n+2$가 된다. 즉, 문제에서 n각형의 한 꼭짓점에서 2개의 대각선을 그어 삼각형, 사각형, 오각형으로 나누었으므로

$n+2+2=3+4+5 \quad \therefore n=8$

따라서 주어진 다각형은 팔각형이다.

06

어느 세 도시도 일직선 위에 있지 않으므로 오른쪽 그림과 같이 각 꼭짓점을 연결하여 구각형을 만들 수 있다.



이때, 만들어야 하는 최소한의 도로의 개수는 구각형의 대각선의 개수와 변의 개수의 합과 같다.

즉, 구각형의 대각선의 개수는 $\frac{9(9-3)}{2}=27$,

변의 개수는 9이므로

만들어야 하는 도로의 개수의 최솟값은

$27+9=36$ 답 ④

07

n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $\boxed{n-3}$이므로 n개의 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$\boxed{n(n-3)}$이다.

그런데 이 개수는 한 대각선을 $\boxed{2}$번씩 센 것이므로 n각형의 대각선의 개수는 $\boxed{\frac{n(n-3)}{2}}$이다.

따라서 $f(n)=n-3$, $g(n)=n(n-3)$, $h(n)=\frac{n(n-3)}{2}$이고,

$k=2$이므로

$f(k)+2g(k^2)+3h(k^3)=f(2)+2g(4)+3h(8)$

$=(2-3)+2\times4(4-3)+3\times\frac{8(8-3)}{2}$

$=-1+8+60=67$ 답 67

08

20개의 점 P_1, P_2, P_3, $\cdots$, P_{20}을 순서대로 연결하여 만든 다각형은 정이십각형이므로 대각선의 개수는

$\frac{20(20-3)}{2}=170$

이 대각선 중에서 길이가 20인 대각선은 $\overline{P_1P_{11}}$, $\overline{P_2P_{12}}$, $\overline{P_3P_{13}}$, $\cdots$, $\overline{P_{10}P_{20}}$의 10개이다.

따라서 정이십각형의 대각선 중에서 길이가 20보다 짧은 대각선의 개수는

$170-10=160$ 답 160

blacklabel 특강 오답피하기

원의 내부의 어떤 선분도 그 길이가 원의 지름보다 길게 그려질 수 없다. 즉, 원의 내부에 있는 정이십각형의 대각선의 길이는 원의 지름인 20보다 같거나 짧으므로 길이가 20보다 짧은 대각선의 개수는 총 대각선의 개수에서 길이가 20인 대각선의 개수를 빼면 된다.

09

주어진 다각형을 n각형이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $(n-3)$개, 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형은 $(n-2)$개이다.

$\therefore a=n-3,\ b=n-2$

이때, $a+b=15$이므로 $(n-3)+(n-2)=15$

$2n-5=15,\ 2n=20 \quad \therefore n=10$

따라서 주어진 다각형은 십각형이므로 대각선의 개수는

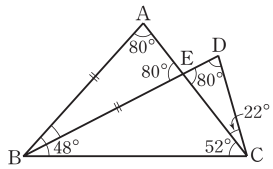
$\frac{10(10-3)}{2}=35$ 답 ⑤

10

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BAC+48^\circ+52^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle BAC=80^\circ$



삼각형 BEA는 이등변삼각형이므로

$\angle BEA=\angle BAE=80^\circ$

$\therefore\ \angle CED=80^\circ$ ($\because$ 맞꼭지각)

이때, 삼각형 BEA의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABE+80^\circ+80^\circ=180^\circ \qquad \therefore\ \angle ABE=20^\circ$

삼각형 CDE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle CDE+80^\circ+22^\circ=180^\circ \qquad \therefore\ \angle CDE=78^\circ$

$\therefore\ \angle ABE+\angle BDC=20^\circ+78^\circ=98^\circ$

답 ③

11

삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $2:3:5$이므로 세 내각의 크기를 각각 $2k^\circ$, $3k^\circ$, $5k^\circ$라 하자.

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$2k^\circ+3k^\circ+5k^\circ=180^\circ$

$10k^\circ=180^\circ \qquad \therefore\ k=18$

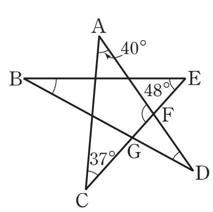
따라서 주어진 삼각형의 세 내각의 크기는 각각 36°, 54°, 90°이고, 크기가 가장 큰 외각의 크기는 내각의 크기가 가장 작을 때, 즉 36°일 때이므로

$180^\circ-36^\circ=144^\circ$

답 144°

12

오른쪽 그림에서 삼각형 ACF의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로



$40^\circ+37^\circ+\angle AFC=180^\circ$

$\therefore\ \angle AFC=103^\circ$ ……㉠

$\therefore\ \angle DFG=180^\circ-\angle AFC$

$=180^\circ-103^\circ=77^\circ$

삼각형 BGE에서 $\angle DGF$는 $\angle BGE$의 외각이므로

$\angle DGF=\angle DBE+48^\circ$

이때, 삼각형 DFG의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ADB+\angle DGF+\angle DFG=180^\circ$에서

$\angle ADB+(\angle DBE+48^\circ)+77^\circ=180^\circ$

$\angle ADB+\angle DBE+125^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle ADB+\angle DBE=55^\circ$ ……㉡

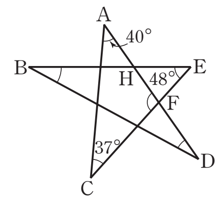
㉠, ㉡에서

$\angle ADB+\angle DBE+\angle AFC=55^\circ+103^\circ=158^\circ$

답 158°

| 다른풀이 |

오른쪽 그림에서 삼각형 ACF의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로



$40^\circ+37^\circ+\angle AFC=180^\circ$

$\therefore\ \angle AFC=103^\circ$

삼각형 HBD에서 $\angle EHF$는 $\angle BHD$의 외각이므로

$\angle EHF=\angle ADB+\angle DBE$ ……㉢

또한, 삼각형 EHF에서 $\angle AFC$는 $\angle EFH$의 외각이므로

$\angle AFC=\angle EHF+\angle BEF$

$\therefore\ \angle EHF=\angle AFC-\angle BEF$ ……㉣

㉢, ㉣에서 $\angle ADB+\angle DBE=\angle AFC-\angle BEF$

$\therefore\ \angle ADB+\angle DBE+\angle AFC$

$=\angle AFC-\angle BEF+\angle AFC$

$=2\angle AFC-\angle BEF$

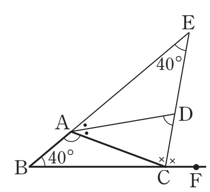
$=2\times103^\circ-48^\circ=158^\circ$

13

$\triangle BCE$는 $\overline{BC}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle E=\angle B=40^\circ$

삼각형 BCE에서 $\angle ECF$는 $\angle BCE$의 외각이므로 오른쪽 그림에서



$\angle ECF=\angle B+\angle E$

$=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

$\therefore\ \angle ACE=\angle ECF=80^\circ$

삼각형 ACE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle CAE+\angle ACE+\angle E=180^\circ$에서

$\angle CAE+80^\circ+40^\circ=180^\circ \qquad \therefore\ \angle CAE=60^\circ$

$\therefore\ \angle BAC=180^\circ-\angle CAE$

$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ ……㉠

한편, $\overline{AD}$는 $\angle CAE$의 이등분선이므로

$\angle EAD=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle CAE=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

삼각형 ACD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle DAC+\angle DCA+\angle ADC=180^\circ$에서

$30^\circ+80^\circ+\angle ADC=180^\circ$

$\therefore\ \angle ADC=70^\circ$ ……㉡

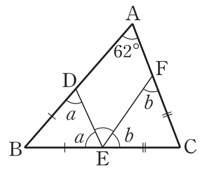
㉠, ㉡에서

$\angle BAC+\angle ADC=120^\circ+70^\circ=190^\circ$

답 ⑤

14

△BED는 $\overline{BE}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이고 △CFE는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle BDE=\angle BED=\angle a$,

$\angle CEF=\angle CFE=\angle b$라 하면

$\angle DEF=180°-(\angle a+\angle b)$ ……㉠

한편, 삼각형 BED의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle B+\angle a+\angle a=180°$ $\quad\therefore\ \angle B=180°-2\angle a$

삼각형 CFE의 세 내각의 크기의 합도 180°이므로

$\angle C+\angle b+\angle b=180°$ $\quad\therefore\ \angle C=180°-2\angle b$

이때, 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180°$

$62°+(180°-2\angle a)+(180°-2\angle b)=180°$

$242°=2\angle a+2\angle b$ $\quad\therefore\ \angle a+\angle b=121°$

㉠에서

$\angle DEF=180°-(\angle a+\angle b)$

$=180°-121°=59°$

답 59°

15

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABC+\angle ACB+81°=180°$

$3(\angle RBC+\angle RCB)+81°=180°$

$3(\angle RBC+\angle RCB)=99°$

$\therefore\ \angle RBC+\angle RCB=33°$ ……㉠

삼각형 QBC에서 ∠PQR는 ∠BQC의 외각이므로

$\angle PQR=2\angle RBC+\angle RCB$ ……㉡

삼각형 SBC에서 ∠PSR는 ∠BSC의 외각이므로

$\angle PSR=\angle RBC+2\angle RCB$ ……㉢

㉡+㉢을 하면

$\angle PQR+\angle PSR=3\angle RBC+3\angle RCB$

$=3(\angle RBC+\angle RCB)$

$=3\times 33°$ (∵ ㉠)

$=99°$

답 99°

16 해결단계

❶ 단계	$\angle BED=\angle x$로 놓고 ∠CED의 크기를 $\angle x$로 나타낸다.
❷ 단계	∠AEB의 크기를 $\angle x$로 나타낸다.
❸ 단계	∠BED의 크기를 구한다.

$\angle BED=\angle x$라 하면 삼각형 BDE에서 $\overline{BD}=\overline{DE}$이므로

$\angle DBE=\angle BED=\angle x$

삼각형 BDE에서 ∠EDC는 ∠BDE의 외각이므로

$\angle EDC=\angle BED+\angle DBE=2\angle x$

또한, 삼각형 CED에서 $\overline{CD}=\overline{CE}$이므로

$\angle CED=\angle EDC=2\angle x$

삼각형 CED의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle CED+\angle CDE+\angle ECD=180°$

$\therefore\ \angle ECD=180°-(\angle CED+\angle CDE)=180°-4\angle x$

이때, 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\angle BAC=\angle ECD=180°-4\angle x$

삼각형 ABE의 세 내각의 크기의 합은 180°이고 $\overline{AB}=\overline{AE}$이므로

$\angle ABE=\angle AEB=\frac{1}{2}\{180°-(180°-4\angle x)\}=2\angle x$

$\angle AEB+\angle BED+\angle CED=180°$이므로

$2\angle x+\angle x+2\angle x=180°$, $5\angle x=180°$ $\quad\therefore\ \angle x=36°$

$\therefore\ \angle BED=36°$

답 36°

| 다른풀이 |

$\angle BED=\angle x$라 하면 삼각형 BDE에서 $\overline{BD}=\overline{DE}$이므로

$\angle DBE=\angle BED=\angle x$

삼각형 BDE에서 ∠EDC는 ∠BDE의 외각이므로

$\angle EDC=\angle BED+\angle DBE=2\angle x$

한편, $\overline{AB}=\overline{AE}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$이므로

두 이등변삼각형 ABE와 CED의 꼭지각은 각각

∠BAC, ∠BCA이다.

이때, △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\angle BCA$

꼭지각의 크기가 같은 두 이등변삼각형 ABE와 CED의 밑각의 크기도 같으므로

$\angle AEB=\angle ABE=\angle CED=\angle EDC=2\angle x$

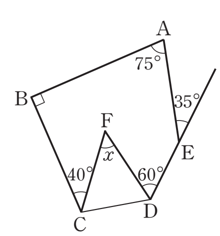
$\angle AEB+\angle BED+\angle CED=180°$에서

$2\angle x+\angle x+2\angle x=180°$, $5\angle x=180°$ $\quad\therefore\ \angle x=36°$

$\therefore\ \angle BED=36°$

17

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 오각형 ABCDE가 만들어진다.



오각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times(5-2)=540°$

이므로

$\angle FCD+\angle FDC$

$=540°-\{75°+90°+40°+60°+(180°-35°)\}$

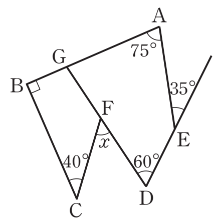
$=130°$

따라서 삼각형 FCD에서

$\angle x=180^\circ-(\angle FCD+\angle FDC)$

$=180^\circ-130^\circ=50^\circ$ 답 ④

| 다른풀이 |



오른쪽 그림과 같이 선분 DF의 연장선이 선분 AB와 만나는 점을 G라 하면 주어진 도형은 사각형 AGDE와 사각형 BCFG로 나눌 수 있다.

$\angle AED=180^\circ-35^\circ=145^\circ$이고,

사각형 AGDE의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$75^\circ+\angle AGF+60^\circ+145^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle AGF=80^\circ$

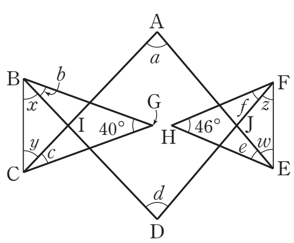
$\angle BGF=180^\circ-80^\circ=100^\circ$, $\angle CFG=180^\circ-\angle x$이고,

사각형 BCFG의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$100^\circ+90^\circ+40^\circ+(180^\circ-\angle x)=360^\circ$

$\therefore \angle x=50^\circ$

18



위의 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{EF}$를 그으면 삼각형 BCI에서

$\angle BIC=180^\circ-(\angle x+\angle y)$

$\therefore \angle AID=\angle BIC$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=180^\circ-(\angle x+\angle y)$

삼각형 GBC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$40^\circ+\angle x+\angle y+\angle b+\angle c=180^\circ$

$180^\circ-(\angle x+\angle y)=40^\circ+\angle b+\angle c$

$\therefore \angle AID=\angle b+\angle c+40^\circ$ ⋯⋯ ㉠

한편, 삼각형 EFJ에서 $\angle EJF=180^\circ-(\angle z+\angle w)$

$\therefore \angle AJD=\angle EJF$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=180^\circ-(\angle z+\angle w)$

삼각형 HEF의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$46^\circ+\angle z+\angle w+\angle e+\angle f=180^\circ$

$180^\circ-(\angle z+\angle w)=46^\circ+\angle e+\angle f$

$\therefore \angle AJD=\angle e+\angle f+46^\circ$ ⋯⋯ ㉡

이때, 사각형 AIDJ의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle a+\angle AID+\angle d+\angle AJD=360^\circ$

㉠, ㉡을 위의 식에 대입하면

$\angle a+(\angle b+\angle c+40^\circ)+\angle d+(\angle e+\angle f+46^\circ)=360^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f=360^\circ-40^\circ-46^\circ$

$=274^\circ$ 답 274°

19

세 다각형 A, B, C의 변의 개수를 각각 a, b, c라 하자.

세 다각형 A, B, C의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수의 비가 $1:3:4$이므로

$(a-3):(b-3):(c-3)=1:3:4$

이때, $a-3=k$, $b-3=3k$, $c-3=4k$ (k는 자연수)로 놓으면

각 다각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각

$a-2=k+1$(개), $b-2=3k+1$(개), $c-2=4k+1$(개)의 삼각형이 만들어진다.

세 다각형 A, B, C의 내각의 크기의 합을 모두 더하면 4860°이므로

$180^\circ\times(a-2)+180^\circ\times(b-2)+180^\circ\times(c-2)=4860^\circ$

$180^\circ\times(k+1)+180^\circ\times(3k+1)+180^\circ\times(4k+1)=4860^\circ$

$(k+1)+(3k+1)+(4k+1)=27$

$8k=24 \qquad \therefore k=3$

$\therefore a=k+3=6$, $b=3k+3=12$, $c=4k+3=15$

따라서 세 다각형 A, B, C의 변은 각각 6개, 12개, 15개이므로

모든 변의 개수의 합은

$6+12+15=33$ 답 ①

20

중앙에 있는 오각형과 인접한 각은 모두 중앙에 있는 오각형의 외각이다.

중앙에 있는 오각형의 각각의 내각마다 두 개의 외각이 존재하므로 이들의 합은 오각형의 외각의 크기의 합의 2배, 즉

$2\times360^\circ=720^\circ$이다.

따라서 구하는 각의 크기의 합은 5개의 다각형의 내각의 크기의 합에서 720°를 빼면 된다.

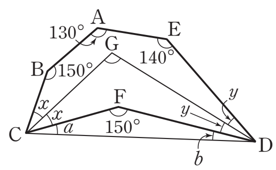
즉, 구하는 합은

$\{180^\circ\times(3-2)+180^\circ\times(4-2)+180^\circ\times(5-2)$
$+180^\circ\times(6-2)+180^\circ\times(7-2)\}-720^\circ$
$=(180^\circ+360^\circ+540^\circ+720^\circ+900^\circ)-720^\circ=1980^\circ$

답 1980°

21

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 긋고



$\angle BCG=\angle GCF=\angle x$,
$\angle EDG=\angle GDF=\angle y$,
$\angle FCD=\angle a$, $\angle FDC=\angle b$
라 하자.

삼각형 CDF의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$150^\circ+\angle a+\angle b=180^\circ$
$\therefore\ \angle a+\angle b=30^\circ$ ······ ㉠

오각형 ABCDE의 내각의 크기의 합은
$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로
$2(\angle x+\angle y)+(\angle a+\angle b)+130^\circ+150^\circ+140^\circ=540^\circ$
$2(\angle x+\angle y)+30^\circ+130^\circ+150^\circ+140^\circ=540^\circ$ ($\because$ ㉠)
$2(\angle x+\angle y)=90^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=45^\circ$ ······ ㉡

삼각형 CDG의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle CGD+(\angle x+\angle y)+(\angle a+\angle b)=180^\circ$
$\angle CGD+45^\circ+30^\circ=180^\circ$ ($\because$ ㉠, ㉡)
$\therefore\ \angle CGD=105^\circ$

답 ②

22

$\angle PAB=\angle a$, $\angle PBA=\angle b$, $\angle QCD=\angle c$, $\angle QDC=\angle d$라 하면 사각형 ABCD의 외각의 크기의 합은 360°이므로
$2(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)=360^\circ$
$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$ ······ ㉠

두 삼각형 PBA, QDC의 세 내각의 크기의 합은 모두 180°이므로
$(\angle P+\angle a+\angle b)+(\angle Q+\angle c+\angle d)=180^\circ+180^\circ=360^\circ$
$\angle P+\angle Q+180^\circ=360^\circ$ ($\because$ ㉠)
$\therefore\ \angle P+\angle Q=180^\circ$

답 180°

23

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면 한 내각의 크기는
$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$이고, 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{n}$이므로
$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}:\dfrac{360^\circ}{n}=6:1$
$(n-2):2=6:1$, $n-2=12$
$\therefore\ n=14$

따라서 주어진 정다각형은 정십사각형이므로 대각선의 개수는
$\dfrac{14(14-3)}{2}=77$

답 ③

blacklabel 특강 필수원리

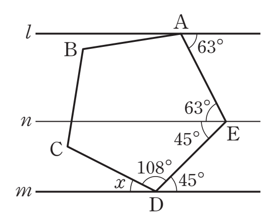
정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 주어질 때

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $m:n$일 때,
한 내각의 크기 : $180^\circ\times\dfrac{m}{m+n}$, 한 외각의 크기 : $180^\circ\times\dfrac{n}{m+n}$

24

정오각형의 한 내각의 크기는
$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 평행선의 성질에 의하여 엇각의 크기가 같으므로



$\angle x=180^\circ-(108^\circ+45^\circ)=27^\circ$

답 ①

25

주어진 두 정다각형의 변의 개수를 각각 a, b라 하면 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수의 비가 $5:8$이므로
$(a-2):(b-2)=5:8$ ······ ㉠

(가)

이때, $a-2=5k$, $b-2=8k$ (k는 자연수)로 놓으면 두 정다각형의 한 내각의 크기의 비가 $15:16$이므로
$\dfrac{180^\circ\times5k}{a}:\dfrac{180^\circ\times8k}{b}=15:16$

(나)

$\dfrac{5}{a} : \dfrac{8}{b} = 15 : 16$, $5b : 8a = 15 : 16$

$120a = 80b \qquad \therefore b = \dfrac{3}{2}a$

이것을 ㉠에 대입하면 $(a-2) : \left(\dfrac{3}{2}a-2\right) = 5 : 8$

$\dfrac{15}{2}a - 10 = 8a - 16$, $\dfrac{a}{2} = 6 \qquad \therefore a = 12$

$\therefore b = \dfrac{3}{2}a = \dfrac{3}{2} \times 12 = 18$

(다)

따라서 주어진 두 정다각형의 변은 각각 12개, 18개이므로 두 정다각형의 모든 변의 개수의 합은

$12 + 18 = 30$

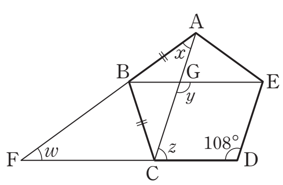
(라)

답 30

단계	채점 기준	배점
(가)	대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수의 비를 이용하여 비례식을 세운 경우	30%
(나)	한 내각의 크기의 비를 이용하여 비례식을 세운 경우	30%
(다)	두 정다각형의 변의 개수를 각각 구한 경우	30%
(라)	두 정다각형의 모든 변의 개수의 합을 구한 경우	10%

26

정오각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$



삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCA = \angle BAC = \angle x$

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle x + \angle x + 108^\circ = 180^\circ$

$2\angle x = 72^\circ \qquad \therefore \angle x = 36^\circ$

또한, $\angle CBF$, $\angle BCF$는 각각 $\angle B$, $\angle C$의 외각이므로

$\angle CBF = \angle BCF = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

즉, 삼각형 BFC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle w + 72^\circ + 72^\circ = 180^\circ \qquad \therefore \angle w = 36^\circ$

한편, $\angle ACB = \angle x = 36^\circ$이므로

$\angle z = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$

같은 방법으로 $\angle BED = 72^\circ$

이때, 사각형 CDEG의 내각의 크기의 합은 360°이고, $\angle D = 108^\circ$이므로

$72^\circ + \angle y + 72^\circ + 108^\circ = 360^\circ \qquad \therefore \angle y = 108^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y + 2\angle z - \angle w = 36^\circ + 108^\circ + 144^\circ - 36^\circ$

$= 252^\circ$

답 252°

27

정육각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$

$\triangle ABP$와 $\triangle BCQ$에서

$\angle ABP = \angle BCQ = 120^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BP} = \overline{CQ}$

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle BCQ$ (SAS 합동)

$\angle BAP = \angle CBQ = \angle a$, $\angle BPA = \angle CQB = \angle b$라 하면

삼각형 ABP의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$120^\circ + \angle a + \angle b = 180^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b = 60^\circ$ ······㉠

이때, 삼각형 GPB의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

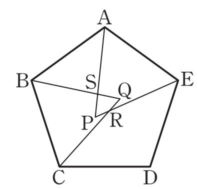
$\angle PGB = 180^\circ - (\angle a + \angle b) = 120^\circ$ ($\because$ ㉠)

$\therefore \angle AGQ = \angle PGB$ ($\because$ 맞꼭지각)

$= 120^\circ$

답 ①

28



정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$

$\overline{AP}$, $\overline{BQ}$의 교점을 S라 하면

$\angle SBA = \angle SAB = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$

삼각형 ABS의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BSA = 180^\circ - 2 \times 48^\circ = 84^\circ$

$\therefore \angle PSQ = \angle BSA = 84^\circ$ ($\because$ 맞꼭지각)

두 삼각형 BCQ, APE는 모두 정삼각형이므로

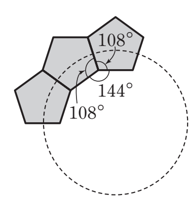
$\angle SQR = \angle SPR = 60^\circ$

이때, 사각형 PRQS의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle PRQ = 360^\circ - (60^\circ + 60^\circ + 84^\circ) = 156^\circ$

답 ③

29



정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$

이고 원의 내부에 생기는 다각형은

한 내각의 크기가 $360^\circ - 108^\circ \times 2 = 144^\circ$

로 모두 같고 각 변의 길이도 모두 같으므로 정다각형이다.

이때, 이 정다각형을 정n각형이라 하면 한 내각의 크기가 144°이므로

$\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 144^\circ$, $180^\circ \times (n-2) = 144^\circ \times n$

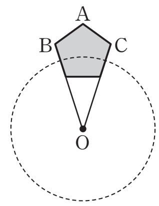
$36^\circ \times n = 360^\circ \qquad \therefore n = 10$

즉, 원의 내부에 생기는 정다각형은 정십각형이다.
따라서 원주를 완벽하게 채우려면 10개의 정오각형이 필요하다.

답 10개

| 다른풀이 |

오른쪽 그림과 같이 이어 붙여지는 정오각형의 변을 연장한 선분의 교점을 원의 중심 O라 할 수 있다.



정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

사각형 ABOC의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle\mathrm{BOC}=360^\circ-3\times108^\circ=36^\circ$

즉, 하나의 정오각형이 원의 중심에서 36° 만큼의 원주를 채우므로 원주를 완벽하게 채우려면 $360^\circ\div36^\circ=10$(개)의 정오각형이 필요하다.

30 해결단계

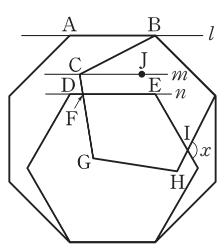
❶ 단계	정오각형, 정육각형, 정팔각형의 한 내각의 크기를 각각 구한다.
❷ 단계	정팔각형의 한 변에 평행한 두 직선을 긋는다.
❸ 단계	다각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구한다.

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

정팔각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B를 지나는 직선 l, 점 C를 지나고 직선 l에 평행한 직선 m, 두 점 D, E를 지나는 직선 n을 그으면



$l /\!/ m$이므로

$\angle\mathrm{BCJ}=\angle\mathrm{ABC}$ ($\because$ 엇각)

$=135^\circ-108^\circ=27^\circ$

$m /\!/ n$이므로

$\angle\mathrm{GFE}=\angle\mathrm{DCJ}$ ($\because$ 동위각)

$=108^\circ-27^\circ=81^\circ$

오각형 EFGHI의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로

$81^\circ+108^\circ+108^\circ+\angle\mathrm{EIH}+120^\circ=540^\circ$

$\therefore \angle\mathrm{EIH}=123^\circ$

$\therefore \angle x=\angle\mathrm{EIH}$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=123^\circ$

답 ③

Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 45~46

01 15	02 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조			03 34
04 100°	05 24	06 114°	07 540°	08 112

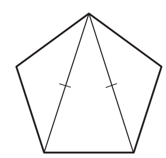
01 해결단계

❶ 단계	$f(4)$, $f(5)$의 값을 각각 구한다.
❷ 단계	$f(6)$, $f(7)$의 값을 각각 구한다.
❸ 단계	규칙을 찾아 주어진 식을 만족시키는 자연수 n의 값을 구한다.

정사각형의 대각선의 개수는 2이고 그 길이는 서로 같으므로

$f(4)=1$

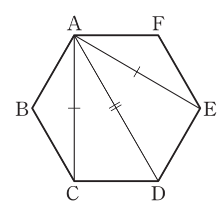
정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 오른쪽 그림과 같이 2개이고 그 길이는 서로 같다.



이때, 정오각형의 나머지 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 길이도 모두 이와 같으므로

$f(5)=1$

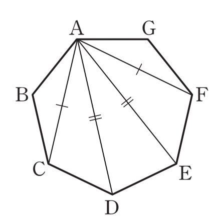
정육각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 오른쪽 그림과 같이 3개이고 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AE}}$이다.



이때, 정육각형의 나머지 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 길이도 모두 이와 같으므로

$f(6)=2$

정칠각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 오른쪽 그림과 같이 4개이고 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AE}}$이다.



이때, 정칠각형의 나머지 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 길이도 모두 이와 같으므로

$f(7)=2$

같은 방법으로

$f(8)=f(9)=3$, $f(10)=f(11)=4$, $f(12)=f(13)=5$,

$f(14)=f(15)=6$, $f(16)=f(17)=7$, $\cdots$

따라서

$f(n)+f(n+1)=13=6+7$에서

$f(n)=6,\ f(n+1)=7$

$\therefore\ n=15$ 답 15

02 해결단계

(1)	❶ 단계	정다각형의 내각의 크기를 이용하여 빈틈없이 이어 붙일 수 있는 이유를 설명한다.
(2)	❷ 단계	십이각형의 변의 길이가 모두 같음을 설명한다.
	❸ 단계	십이각형의 내각의 크기가 모두 같음을 설명한다.

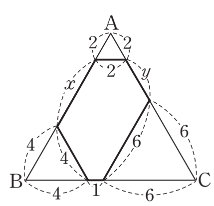
(1) 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°, 정사각형의 한 내각의 크기는 90°, 정육각형의 한 내각의 크기는 120°이다.
이때, 점 A에는 정삼각형 1개, 정사각형 2개, 정육각형 1개가 모여 있으므로 점 A에 모인 네 내각의 크기의 합은
$60^\circ+2\times90^\circ+120^\circ=360^\circ$
따라서 점 A에서 각 도형들을 빈틈없이 이어 붙일 수 있다.

(2) 주어진 십이각형의 변의 길이가 모두 같고, 각 꼭짓점마다 정삼각형 1개, 정사각형 1개가 모여 있으므로 모든 내각의 크기가 $90^\circ+60^\circ=150^\circ$로 같다.
따라서 주어진 십이각형은 정십이각형이다.

답 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

03 해결단계

❶ 단계	주어진 육각형의 변의 연장선으로 삼각형을 만든다.
❷ 단계	육각형의 외각의 크기를 구하여 ❶단계의 삼각형이 정삼각형임을 확인한다.
❸ 단계	정삼각형의 세 변의 길이가 같음을 이용하여 x, y의 값을 각각 구한다.



오른쪽 그림과 같이 길이가 x, 1, y인 세 변의 연장선으로 삼각형 ABC를 만들어 보자.

주어진 육각형의 내각의 크기가 모두 같으므로 외각의 크기도

$\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$로 모두 같다.

따라서 $\triangle$ABC는 정삼각형이므로 세 변의 길이가 모두 같다.

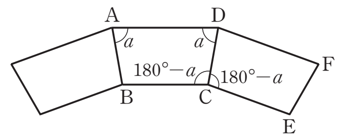
즉, $2+x+4=4+1+6=2+y+6$

$\therefore\ x=5,\ y=3$

$\therefore\ x^2+y^2=25+9=34$ 답 34

04 해결단계

❶ 단계	$\angle A=\angle D=\angle a$로 놓고 $\angle B$, $\angle C$를 $\angle a$로 나타낸다.
❷ 단계	정십팔각형의 한 내각의 크기를 구하여 $\angle BCE$의 크기를 구한다.
❸ 단계	$\angle a$의 크기를 구한다.
❹ 단계	$\angle B$의 크기를 구한다.



위의 그림과 같이 $\angle A=\angle D=\angle a$라 하면 사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle B=\angle C=\dfrac{1}{2}(360^\circ-2\angle a)=180^\circ-\angle a$

이어 붙여져 있는 벽돌 모양은 모두 합동이므로

$\angle DCE=180^\circ-\angle a$

이때, $\angle BCE$는 정십팔각형의 한 내각이므로

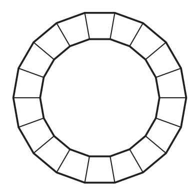
$\angle BCE=\dfrac{180^\circ\times(18-2)}{18}=160^\circ$

점 C에서 $2\times(180^\circ-\angle a)+160^\circ=360^\circ$

$2\angle a=160^\circ \qquad \therefore\ \angle a=80^\circ$

$\therefore\ \angle B=180^\circ-80^\circ=100^\circ$ 답 100°

| 다른풀이 |



오른쪽 그림과 같이 합동인 사다리꼴 18개를 이어 붙이면 내부에 생기는 도형은 정십팔각형이다.

이때, 정십팔각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(18-2)}{18}=160^\circ$

이므로

$2\angle B+160^\circ=360^\circ$에서

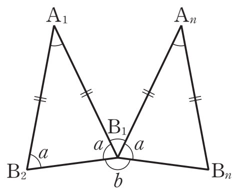
$2\angle B=200^\circ \qquad \therefore\ \angle B=100^\circ$

05 해결단계

❶ 단계	주어진 그림이 정n각형과 n개의 이등변삼각형임을 확인한다.
❷ 단계	정n각형의 한 내각의 크기를 구한다.
❸ 단계	자연수 n의 값을 구한다.

주어진 그림은 정n각형의 한 변을 변으로 하는 n개의 이등변삼각형이다.

이 도형의 일부분을 확대하면 다음 그림과 같다.



$\angle A_1B_1B_2=\angle a$, $\angle B_2B_1B_n=\angle b$라 하자.

삼각형 $A_1B_2B_1$은 이등변삼각형이므로

$\angle A_1B_2B_1=\angle A_1B_1B_2=\angle a$

삼각형 $A_1B_2B_1$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A_1+2\angle a=180^\circ$ $\quad\therefore 2\angle a=180^\circ-\angle A_1$

이때, $\triangle A_1B_2B_1$과 $\triangle A_nB_1B_n$에서

$\overline{A_1B_2}=\overline{A_1B_1}=\overline{A_nB_1}=\overline{A_nB_n}$, $\angle A_1=\angle A_2$

$\therefore \triangle A_1B_2B_1\equiv\triangle A_nB_1B_n$ (SAS 합동)

이므로 $\angle A_nB_1B_n=\angle a$

점 B_1에서

$\angle A_1B_1A_n+2\angle a+\angle b=360^\circ$

$\angle A_1B_1A_n+(180^\circ-\angle A_1)+\angle b=360^\circ$

$\angle b=180^\circ-(\angle A_1B_1A_n-\angle A_1)=180^\circ-15^\circ=165^\circ$

한편, $\angle b$는 정n각형의 한 내각이므로

$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=165^\circ$에서

$180^\circ\times n-360^\circ=165^\circ\times n$, $15^\circ\times n=360^\circ$

$\therefore n=24$

답 24

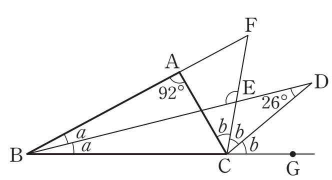
06 해결단계

❶ 단계	삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 $\angle ABD$와 $\angle ACF$의 크기를 각각 구한다.
❷ 단계	삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 $\angle DEC$의 크기를 구한다.
❸ 단계	$\angle BEF$의 크기를 구한다.

다음 그림과 같이 반직선 BC 위에 점 G를 잡고,

$\angle ABD=\angle CBD=\angle a$, $\angle ACF=\angle FCD=\angle DCG=\angle b$

라 하자.



삼각형 ABC에서 $\angle ACG$는 $\angle C$의 외각이므로

$\angle ACG=\angle ABC+\angle BAC$

$\therefore 3\angle b=2\angle a+92^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

삼각형 BCD에서 $\angle DCG$는 $\angle BCD$의 외각이므로

$\angle DCG=\angle CBD+\angle BDC$

$\therefore \angle b=\angle a+26^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$3(\angle a+26^\circ)=2\angle a+92^\circ$

$3\angle a+78^\circ=2\angle a+92^\circ$

$\therefore \angle a=14^\circ$, $\angle b=40^\circ$

삼각형 ECD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle DEC+\angle ECD+\angle EDC=180^\circ$에서

$\angle DEC+\angle b+26^\circ=180^\circ$

$\angle DEC+40^\circ+26^\circ=180^\circ$

$\angle DEC+66^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle DEC=114^\circ$

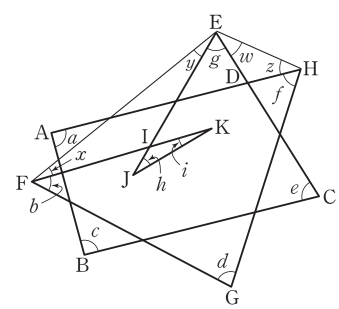
$\therefore \angle BEF=\angle DEC$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=114^\circ$

답 114°

07 해결단계

❶ 단계	주어진 그림에 적당한 보조선을 긋는다.
❷ 단계	보조선에 의해 생긴 각의 크기에 대한 식을 세운다.
❸ 단계	주어진 각의 크기의 합을 구한다.



위의 그림과 같이 $\overline{EF}$, $\overline{EH}$를 각각 그으면

$\triangle IEF$와 $\triangle IJK$에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이고

$\angle EIF=\angle JIK$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

$\angle x+\angle y=\angle i+\angle h$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

삼각형 DHE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle EDH=180^\circ-(\angle w+\angle z)$

$\therefore \angle ADC=\angle EDH$ ($\because$ 맞꼭지각)

$=180^\circ-(\angle w+\angle z)$

사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle a+\angle c+\angle e+180^\circ-(\angle w+\angle z)=360^\circ$

$\therefore \angle w+\angle z=\angle a+\angle c+\angle e-180^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

또한, 사각형 EFGH의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$(\angle y+\angle g+\angle w)+(\angle x+\angle b)+\angle d+(\angle z+\angle f)=360^\circ$

$\therefore (\angle x+\angle y)+(\angle w+\angle z)+\angle b+\angle d+\angle f+\angle g=360^\circ$

위의 식에 ㉠, ㉡을 대입하면

$(\angle i+\angle h)+(\angle a+\angle c+\angle e-180^\circ)+\angle b+\angle d+\angle f+\angle g$

$=360^\circ$

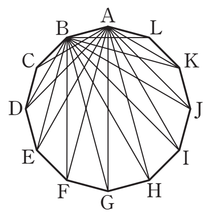
$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g+\angle h+\angle i$

$=360^\circ+180^\circ$

$=540^\circ$ 답 540°

08 해결단계

❶ 단계	정십이각형의 한 변과 겹치는 삼각형의 개수를 구한다.
❷ 단계	정십이각형의 두 변, 세 변과 겹치는 삼각형의 개수를 구한다.
❸ 단계	정십이각형과 겹치는 변이 하나도 없는 삼각형의 개수를 구한다.



오른쪽 그림과 같이 정십이각형의 12개의 꼭짓점 중에서 3개의 꼭짓점을 택하여 만들어지는 삼각형 중 변 AB와 겹치는 삼각형은 10개이다.
또한, 그 중에서 정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형은 △ABC, △ABL의 2개이고, 정십이각형의 세 변과 모두 겹치는 삼각형은 없다.
변 AB를 제외한 나머지 변과 겹치는 삼각형의 개수도 모두 이와 같고, 정십이각형의 변은 12개이므로 정십이각형과 겹치는 변이 있는 삼각형의 개수는
$12\times10-12=108$
따라서 정십이각형과 겹치는 변이 하나도 없는 삼각형의 개수는
$220-108=112$ 답 112

| 다른풀이 |

(ⅰ) 정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형의 개수
정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형인 △BAL에서 ∠A는 꼭지각이다.
즉, 정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형은 정십이각형의 각 꼭짓점을 꼭지각으로 하는 이등변삼각형이므로 그 개수는 12이다.

(ⅱ) 정십이각형의 한 변과 겹치는 삼각형의 개수
정십이각형의 변 AB와 겹치는 삼각형은 10개이고, 그 중 정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형은 2개이다.
따라서 정십이각형의 한 변과 겹치는 삼각형의 개수는
$12(10-2)=96$이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 정십이각형과 겹치는 변이 하나도 없는 삼각형의 개수는
$220-(12+96)=220-108=112$

blacklabel 특강 풀이첨삭

△ABC는 정십이각형의 두 변 AB, BC와 겹치므로 변 AB와 겹치는 삼각형과 변 BC와 겹치는 삼각형에 모두 포함된다.
따라서 정십이각형과 겹치는 변이 있는 삼각형의 개수를 구할 때 정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형을 중복하여 세지 않도록 2로 나누어야 한다.
즉, 변 AB와 정십이각형의 다른 한 변과 겹치는 삼각형은 △ABC, △ABL의 2개이므로 $\frac{2\times12}{2}=12$(개)를 제외해야 한다.

05 원과 부채꼴

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 48

01 ①, ④ 02 ③, ⑤ 03 $x=18$, $y=20$ 04 ③
05 ② 06 ②

01

② 합동인 두 원에 대하여 중심각의 크기가 같으면 현의 길이도 항상 같다. 즉, 반지름의 길이가 다른 두 원에서는 중심각의 크기가 같아도 현의 길이는 다르다.
③ 한 원에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.
⑤ 반원은 부채꼴이면서 활꼴이다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

02

① $\angle AOB=\angle COD$ (∵ 맞꼭지각)이므로
$\widehat{AB}=\widehat{CD}$
② $\angle AOD=180^\circ-\angle COD$
$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
즉, $\angle AOD=2\angle COD$이므로
$\widehat{AD}=2\widehat{CD}$
③ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{AD}\neq2\overline{CD}$
④ ②에서 $\angle AOD=2\angle COD$이므로 부채꼴 DOA의 넓이는
$36\times2=72(\text{cm}^2)$
⑤ $360^\circ\div\angle AOD=360^\circ\div120^\circ=3$
즉, 원의 둘레의 길이는 $\widehat{AD}$의 길이의 3배이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

03

가장 큰 반원의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\times(2\times5+2\times4)=9(\text{cm})$이므로
(둘레의 길이) $=2\pi\times9\times\frac{1}{2}+2\pi\times5\times\frac{1}{2}+2\pi\times4\times\frac{1}{2}$
$=9\pi+5\pi+4\pi$
$=18\pi(\text{cm})$

$$(\text{넓이})=\pi\times9^2\times\frac{1}{2}-\left(\pi\times5^2\times\frac{1}{2}+\pi\times4^2\times\frac{1}{2}\right)$$
$$=\frac{81}{2}\pi-\left(\frac{25}{2}\pi+8\pi\right)$$
$$=20\pi(\text{cm}^2)$$

$\therefore\ x=18,\ y=20$ 답 $x=18,\ y=20$

blacklabel 특강 참고

반지름의 길이가 a인 반원의 호의 길이는 $a\pi$이다.
문제의 그림에서 가장 큰 반원의 지름의 길이는 나머지 두 반원의 지름의 길이의 합과 같으므로 가장 큰 반원의 호의 길이는 나머지 두 반원의 호의 길이의 합과 같다.
즉, 색칠한 부분의 위쪽 둘레의 길이와 아래쪽 둘레의 길이는 같다.

04

부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 r라 하면 호 AB의 길이가 10π이므로

$2\pi r\times\frac{150}{360}=10\pi,\ \frac{5}{6}r=10\qquad\therefore\ r=12$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times12\times10\pi=60\pi$ 답 ③

| 다른풀이 |

부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 r라 하면

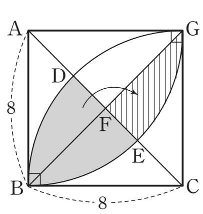
$2\pi r\times\frac{150}{360}=10\pi,\ \frac{5}{6}r=10\qquad\therefore\ r=12$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times12^2\times\frac{150}{360}=60\pi$

05

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ACG를 그린 후, 도형 BFD 부분을 빗금친 도형 GFE로 이동시키면



(색칠한 부분의 넓이)

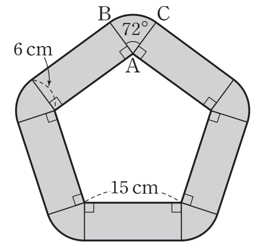
$=(\text{부채꼴 BAG의 넓이})-\triangle\text{BAG}$

$=\pi\times8^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times8\times8$

$=16\pi-32$ 답 ②

06

원이 지나간 자리는 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



이때, 정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이므로

$\angle\text{BAC}=360^\circ-(108^\circ+90^\circ+90^\circ)=72^\circ$

즉, 원이 지나간 영역은 가로, 세로의 길이가 각각 15 cm, 6 cm인 직사각형 5개와 반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 72°인 부채꼴 5개로 이루어진다.

따라서 원이 지나간 영역의 넓이는

$(15\times6)\times5+\left(\pi\times6^2\times\frac{72}{360}\right)\times5$

$=450+36\pi(\text{cm}^2)$ 답 ②

blacklabel 특강 필수원리

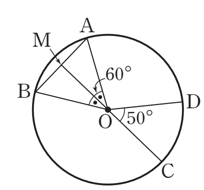
다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이므로 다각형의 둘레를 따라 원이 이동한다고 할 때, 원이 지나간 영역에 생기는 부채꼴을 합하면 항상 원이 된다. 이를 이용하면 쉽게 영역의 둘레의 길이나 넓이를 구할 수 있다.

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 49~53

01 ②	02 6 cm	03 216°	04 100°	05 ③
06 ④	07 6	08 ⑤	09 $a=8\pi,\ b=16$	
10 ②	11 ①	12 64	13 ⑤	14 15 : 8
15 ④	16 6π	17 ③	18 90π cm²	
19 $(18\pi-36)$cm²		20 $\frac{3}{2}\pi-2$	21 $\frac{32}{3}\pi$ cm²	
22 ②	23 ③	24 $\left(\frac{128}{3}\pi+80\right)$cm²		25 $\frac{341}{3}\pi$ m²
26 $(50\pi+48)$cm²		27 $\frac{32}{3}\pi$ cm	28 12	29 ⑤

01

$\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OA}}=\overline{\text{AB}}$이므로 △AOB는 정삼각형이다.



즉, $\angle\text{AOB}=60^\circ$이므로 $\angle\text{AOM}=30^\circ$

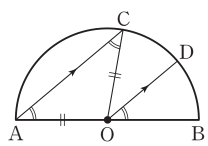
$\therefore\ \angle\text{AOD}=180^\circ-(30^\circ+50^\circ)=100^\circ$

부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로

(부채꼴 AOB의 넓이) : (부채꼴 AOD의 넓이)$=60:100$에서
$15:$(부채꼴 AOD의 넓이)$=3:5$
$\therefore$ (부채꼴 AOD의 넓이)$=\frac{75}{3}=25(\text{cm}^2)$ 답 ②

02

$\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로

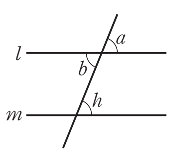


$\angle CAO=\angle DOB=40^\circ$ ($\because$ 동위각)
이때, $\overline{OC}$를 그으면 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로
$\triangle CAO$는 이등변삼각형이다.
$\therefore$ $\angle ACO=\angle CAO=40^\circ$
또한, $\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로
$\angle COD=\angle ACO=40^\circ$ ($\because$ 엇각)
따라서 $\angle COD=\angle BOD$이므로
$\widehat{DB}=\widehat{CD}=6$ cm 답 6 cm

blacklabel 특강 필수원리

평행선의 성질

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때
(1) 동위각의 크기는 같다.
⇨ $l/\!/m$이면 $\angle a=\angle h$
(2) 엇각의 크기는 같다.
⇨ $l/\!/m$이면 $\angle b=\angle h$

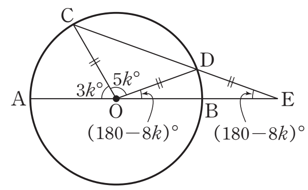


03

두 점 P, Q의 속력의 비가 $9:5$이므로 점 P의 속력을 $9v$, 점 Q의 속력을 $5v$ $(v>0)$라 하자.
점 P가 점 A에서 점 B까지 원 O의 둘레를 따라 움직이는 데 걸린 시간은 25분이므로 점 P가 움직인 호의 길이를 l_1이라 하면
$l_1=9v\times25=225v$
점 P보다 5분 먼저 출발한 점 Q가 점 A에서 점 B까지 원 O의 둘레를 따라 움직이는 데 걸린 시간은 $25+5=30$(분)이므로 점 Q가 움직인 호의 길이를 l_2라 하면
$l_2=5v\times30=150v$
$\therefore$ $l_1:l_2=225v:150v=3:2$
이때, 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 구하는 중심각의 크기는
$360^\circ\times\frac{3}{3+2}=216^\circ$ 답 216°

04

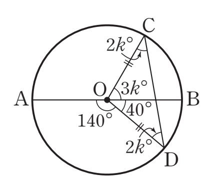
부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하고,
$\widehat{AC}:\widehat{CD}=3:5$이므로
$\angle COA=3k^\circ$, $\angle COD=5k^\circ$라 하면
$\angle DOE=(180-8k)^\circ$ (단, $k>0$)
이때, $\overline{OD}=\overline{DE}$이므로 $\angle DEO=\angle DOE=(180-8k)^\circ$



한편, $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 삼각형 ODC에서
$\angle ODC=\left(\frac{180-5k}{2}\right)^\circ=\left(90-\frac{5}{2}k\right)^\circ$
삼각형 DOE에서 $\angle ODC$는 $\angle ODE$의 외각이므로
$(180-8k)^\circ+(180-8k)^\circ=\left(90-\frac{5}{2}k\right)^\circ$
$\frac{27}{2}k^\circ=270^\circ$ $\therefore$ $k^\circ=20^\circ$
$\therefore$ $\angle COD=5k^\circ=5\times20^\circ=100^\circ$ 답 100°

05

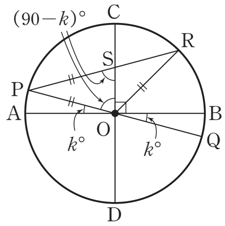
부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하고,
$\widehat{AD}:\widehat{ACD}=7:11$이므로
$\angle AOD=360^\circ\times\frac{7}{7+11}=140^\circ$
$\therefore$ $\angle BOD=180^\circ-140^\circ=40^\circ$
한편, $\angle BOC:\angle OCD=3:2$이므로
$\angle BOC=3k^\circ$, $\angle OCD=2k^\circ$ $(k>0)$라 하자.



$\triangle COD$는 이등변삼각형이므로
$\angle ODC=\angle OCD=2k^\circ$
삼각형 COD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$2k^\circ+2k^\circ+(3k^\circ+40^\circ)=180^\circ$
$7k^\circ=140^\circ$ $\therefore$ $k^\circ=20^\circ$
$\therefore$ $\angle AOC=180^\circ-3k^\circ=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
원 O의 둘레의 길이가 12 cm이므로 중심각의 크기가 120°인 호 AC의 길이는
$12\times\frac{120}{360}=4(\text{cm})$ 답 ③

06

$\angle QOB = k^\circ$라 하면



$\angle AOP = k^\circ$ ($\because$ 맞꼭지각)

두 지름 AB, CD가 수직으로 만나므로

$\angle POC = (90-k)^\circ$

이때, $\overline{PO} = \overline{PS}$이므로

$\angle PSO = \angle POC = (90-k)^\circ$

삼각형 POS의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle OPS = 180^\circ - \{(90-k)^\circ + (90-k)^\circ\} = 2k^\circ$

삼각형 OPR에서 $\overline{OP} = \overline{OR}$이므로

$\angle ORS = \angle OPS = 2k^\circ$

삼각형 OPR에서 $\angle QOR$는 $\angle POR$의 외각이므로

$\angle QOR = 2k^\circ + 2k^\circ = 4k^\circ$

부채꼴 BOQ의 넓이가 8 cm^2이고, 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 부채꼴 ROQ의 넓이를 x cm^2라 하면

$k : 4k = 8 : x$, $1 : 4 = 8 : x$ $\quad \therefore x = 32$

따라서 부채꼴 ROQ의 넓이는 32 cm^2이다. 답 ④

07 해결단계

❶ 단계	$\angle AOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$ 사이의 관계를 찾는다.
❷ 단계	$\triangle EOC$와 $\triangle FDO$가 합동임을 확인한다.
❸ 단계	넓이가 같은 도형을 찾아 색칠한 부분의 넓이를 구한다.

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하고,

$\widehat{AD} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$이므로

$\angle AOD = \angle DOC = \angle COB$

$\angle AOD = x^\circ$라 하면 $\overline{FD} /\!/ \overline{OB}$이므로

$\angle FDO = \angle DOB$ ($\because$ 엇각)

$\quad = \angle DOC + \angle COB = 2x^\circ$

$\overline{EC} /\!/ \overline{OB}$이므로

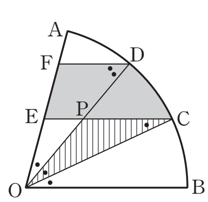
$\angle ECO = \angle COB = x^\circ$ ($\because$ 엇각)

이때, $\triangle EOC$와 $\triangle FDO$에서

$\overline{OC} = \overline{DO}$, $\angle COE = \angle ODF = 2x^\circ$, $\angle OCE = \angle DOF = x^\circ$

$\therefore \triangle EOC \equiv \triangle FDO$ (ASA 합동)

즉, $\triangle EOC = \triangle FDO$이므로 오른쪽 그림에서 사각형 FEPD의 넓이는 삼각형 POC의 넓이와 같다.



따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 DOC의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{3} \times$(부채꼴 AOB의 넓이)$= \frac{1}{3} \times 18 = 6$ 답 6

blackLabel 특강 참고

기호 $\triangle ABC$

삼각형 ABC를 기호 $\triangle ABC$와 같이 나타낸다.

또한, 삼각형 ABC의 넓이를 $\triangle ABC$로 나타내기도 한다.

08

$\overline{AD} = 20$ cm이고, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 4 : 3$이므로

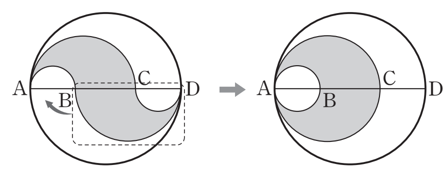
$\overline{AB} = \overline{CD} = 20 \times \frac{3}{3+4+3} = 6$(cm)

$\overline{BC} = 20 \times \frac{4}{3+4+3} = 8$(cm)

색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 각각 3 cm, 7 cm인 원의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$2\pi \times 3 + 2\pi \times 7 = 20\pi$(cm) $\quad \therefore a = 20\pi$

$\overline{AB} = \overline{CD}$이므로 다음 그림과 같이 반원을 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 지름이 $\overline{AC}$인 원의 넓이에서 지름이 $\overline{AB}$인 원의 넓이를 뺀 것과 같다.



즉, 색칠한 부분의 넓이는

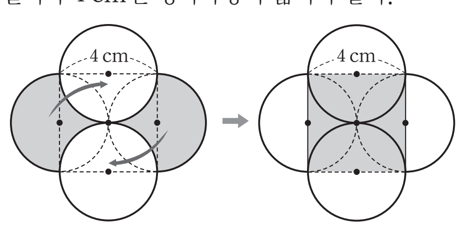
$\pi \times 7^2 - \pi \times 3^2 = 40\pi$($cm^2$) $\quad \therefore b = 40\pi$ 답 ⑤

09

색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 2 cm인 원 2개의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$2 \times 2\pi \times 2 = 8\pi$(cm) $\quad \therefore a = 8\pi$

다음 그림과 같이 반원 2개를 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형의 넓이와 같다.

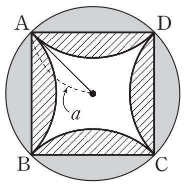


즉, 색칠한 부분의 넓이는

$4 \times 4 = 16$(cm^2) $\quad \therefore b = 16$ 답 $a = 8\pi$, $b = 16$

10

오른쪽 그림에서 어두운 부분의 넓이와 빗금친 부분의 넓이는 서로 같다.



$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)

$=$(어두운 부분의 넓이)

$=$(원의 넓이)

$-$(정사각형 ABCD의 넓이)

$=\pi\times a^2-4\times\left(\frac{1}{2}\times a\times a\right)$

$=a^2\pi-2a^2$

따라서 주어진 그림에서 색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ABCD의 넓이에서 빗금친 부분의 넓이를 뺀 것과 같으므로

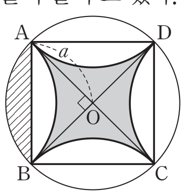
$4\times\left(\frac{1}{2}\times a\times a\right)-(a^2\pi-2a^2)=4a^2-a^2\pi=16-4\pi$

따라서 $a^2=4$에서 $a=2$ ($\because a>0$) **답** ②

| 다른풀이 |

부채꼴의 넓이를 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구할 수도 있다.

원의 중심을 O라 하면 색칠한 부분은 오른쪽 그림과 같이 정사각형의 직교하는 두 대각선에 의하여 합동인 4개의 도형으로 나누어진다.



이때, 빗금친 부분의 넓이는

(사분원 OAB의 넓이)$-\triangle$OAB

$=\pi\times a^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times a\times a=\frac{a^2}{4}\pi-\frac{a^2}{2}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

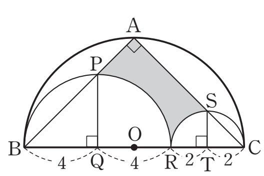
$=4\times\{\triangle\text{OAB}-(\text{빗금친 부분의 넓이})\}$

$=4\times\left\{\frac{1}{2}\times a\times a-\left(\frac{a^2}{4}\pi-\frac{a^2}{2}\right)\right\}$

$=4a^2-a^2\pi$

11

오른쪽 그림과 같이 다섯 개의 점 P, Q, R, S, T를 정하면 두 점 Q와 T는 각각 반지름의 길이가 4, 2인 반원의 중심이므로



(색칠한 부분의 넓이)

$=\triangle$ABC$-\triangle$PBQ$-$(사분원 PQR의 넓이)

$-$(사분원 RST의 넓이)$-\triangle$STC

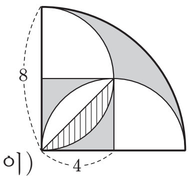
$=\frac{1}{2}\times12\times6-\frac{1}{2}\times4\times4-\pi\times4^2\times\frac{90}{360}$

$-\pi\times2^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times2\times2$

$=26-5\pi$ **답** ①

12

오른쪽 그림에서 어두운 부분의 넓이를 S라 하면 구하는 넓이는 $4S$이다. 이때,



$S=$(반지름의 길이가 8인 사분원의 넓이)

$-2\times$(반지름의 길이가 4인 사분원의 넓이)

$-2\times$(빗금친 부분의 넓이)

$=\pi\times8^2\times\frac{1}{4}-2\times\left(\pi\times4^2\times\frac{1}{4}\right)-2\times\left(\pi\times4^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times4^2\right)$

$=16$

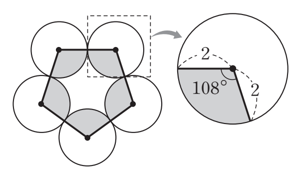
이므로 구하는 넓이는

$4S=4\times16=64$ **답** 64

13

각 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 다각형은 정오각형이고, 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$



따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 2이고, 중심각의 크기가 108°인 부채꼴의 둘레의 길이의 5배와 같으므로

$\left(2+2+2\pi\times2\times\frac{108}{360}\right)\times5=6\pi+20$ **답** ⑤

14

두 부채꼴 A, B의 반지름의 길이를 각각 a, b라 하면

(부채꼴 A의 넓이)$=\frac{1}{2}\times a\times6\pi=3a\pi$

(부채꼴 B의 넓이)$=\frac{1}{2}\times b\times10\pi=5b\pi$

즉, $3a\pi:5b\pi=9:8$이므로 $24a\pi=45b\pi$

$8a=15b$ $\quad\therefore a:b=15:8$ **답** 15 : 8

15

지름이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AB'}$인 두 반원의 넓이가 같으므로 구하는 넓이는

(부채꼴 BAB′의 넓이)+(지름이 $\overline{AB'}$인 반원의 넓이)

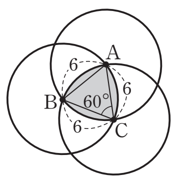
−(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)

=(부채꼴 BAB′의 넓이)

$=\pi\times6^2\times\dfrac{40}{360}=4\pi(\text{cm}^2)$ **답** ④

16

세 원은 모두 반지름의 길이가 6으로 같은 원이고, 세 선분 AB, BC, CA는 모두 반지름이므로



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=6$

즉, △ABC는 정삼각형이므로 $\angle ACB=60^\circ$

(가)

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 부채꼴 ACB의 호의 길이의 3배와 같으므로

(나)

$\left(2\pi\times6\times\dfrac{60}{360}\right)\times3=6\pi$

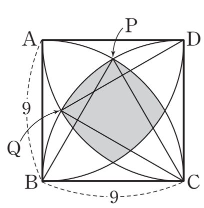
(다)

답 6π

단계	채점 기준	배점
(가)	△ABC가 정삼각형임을 알고 한 내각의 크기를 구한 경우	40%
(나)	구하는 둘레의 길이는 부채꼴 ACB의 호의 길이의 3배임을 서술한 경우	30%
(다)	색칠한 부분의 둘레의 길이를 구한 경우	30%

17

오른쪽 그림에서 $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{BC}$는 모두 사분원의 반지름이므로



$\overline{PB}=\overline{PC}=\overline{BC}=9$

즉, △PBC는 정삼각형이므로

$\angle PCB=60^\circ$, $\angle PCD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

같은 방법으로 △QCD도 정삼각형이므로

$\angle QCD=60^\circ$, $\angle QCB=30^\circ$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 9이고 중심각의 크기가 30°인 부채꼴 QCP의 호의 길이의 4배와 같으므로

$\left(2\pi\times9\times\dfrac{30}{360}\right)\times4=6\pi$ **답** ③

18

정오각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이므로

$\angle BOC=108^\circ$

△BOC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\angle OCB=\dfrac{180^\circ-108^\circ}{2}=36^\circ$

이때, $\overline{OA}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AOB=\angle OBC=36^\circ$ (∵ 엇각)

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 호 AB의 길이는

$2\pi r\times\dfrac{36}{360}=3\pi$, $\dfrac{1}{5}\pi r=3\pi$

$\therefore r=15(\text{cm})$

또한,

$\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC$

$=36^\circ+108^\circ=144^\circ$

따라서 부채꼴 AOC의 넓이는

$\pi\times15^2\times\dfrac{144}{360}=90\pi(\text{cm}^2)$ **답** $90\pi\ \text{cm}^2$

19

직사각형 ABCD의 넓이를 $S\ \text{cm}^2$, 사분원 CED의 넓이를 $T\ \text{cm}^2$라 하고 $\overline{BC}=x$ cm라 하면

(색칠한 부분의 넓이)$=(S+T)-\triangle ABE=S$

즉, $T=\triangle ABE$이므로

$\pi\times6^2\times\dfrac{90}{360}=\dfrac{1}{2}\times6\times(6+x)$

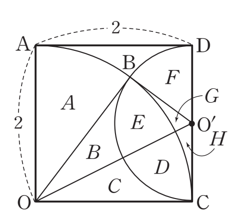
$9\pi=18+3x$ $\quad\therefore x=3\pi-6$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$S=6x=6(3\pi-6)=18\pi-36(\text{cm}^2)$ **답** $(18\pi-36)\text{cm}^2$

20

오른쪽 그림과 같이 각 영역의 넓이를 A, B, C, D, E, F, G, H라 하면



(색칠한 부분의 넓이)

$=A+D+E+F$

$=(A+B+C+D+E)$

$\quad+(D+E+F+G+H)$

$\quad-(B+E+G+C+D+H)$

즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOC의 넓이와 반원 O′의 넓이의 합에서 사각형 BOCO′의 넓이를 뺀 것과 같다.

이때, $\triangle OCO' \equiv \triangle OBO'$ (SSS 합동)이므로

(사각형 BOCO′의 넓이)$=2\times\frac{1}{2}\times2\times1=2$

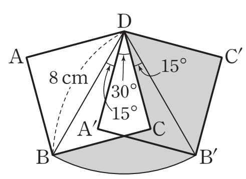
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times2^2\times\frac{90}{360}+\pi\times1^2\times\frac{1}{2}-2=\frac{3}{2}\pi-2$ 답 $\frac{3}{2}\pi-2$

blacklabel 특강 풀이첨삭

$\triangle OCO'$과 $\triangle OBO'$에서 $\overline{OO'}$은 공통이고 $\overline{O'C}=\overline{O'B}=$(반원 O′의 반지름의 길이), $\overline{OC}=\overline{OB}=$(사분원 O의 반지름의 길이)이므로 $\triangle OCO' \equiv \triangle OBO'$ (SSS 합동)이다.

21



오른쪽 그림과 같이 $\overline{B'D}$를 그으면

$\angle BDC=\angle B'DA'=45^\circ$

이므로

$\angle BDA'=\angle B'DC$

$=45^\circ-\angle A'DC$

$=45^\circ-30^\circ=15^\circ$

$\therefore\ \angle BDB'=15^\circ+30^\circ+15^\circ=60^\circ$

이때, $\triangle DBC=\triangle DB'C'$이므로 색칠한 부분의 넓이는

부채꼴 BDB′의 넓이와 같다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times8^2\times\frac{60}{360}=\frac{32}{3}\pi(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{32}{3}\pi\ \text{cm}^2$

22

(도형 ACED의 넓이)=(도형 OBE의 넓이)이므로

(부채꼴 AOD의 넓이)

=(도형 ACED의 넓이)+(도형 OEC의 넓이)

=(도형 OBE의 넓이)+(도형 OEC의 넓이)

=(반원 O′의 넓이)

즉, 부채꼴 AOD의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면 반원 O′의 반지름의 길이는 $\frac{12-2}{2}=5$이므로

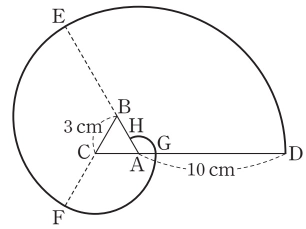
$S=$(반원 O′의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=\frac{25}{2}\pi$

이때, $\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times l=S$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times l=\frac{25}{2}\pi \qquad \therefore\ l=\frac{25}{6}\pi$ 답 ②

23

다음 그림과 같이 점 B, C, D, …, H를 정하자.



정삼각형의 한 외각의 크기는 $180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로 4개의 부채꼴 DAE, EBF, FCG, GAH의 중심각의 크기는 모두 120°이다.

이때, 각 부채꼴의 반지름의 길이는

$\overline{AD}=10$ cm, $\overline{BE}=10-3=7(\text{cm})$, $\overline{CF}=7-3=4(\text{cm})$,

$\overline{AG}=4-3=1(\text{cm})$

따라서 줄의 끝이 움직인 거리는

$\widehat{DE}+\widehat{EF}+\widehat{FG}+\widehat{GH}$

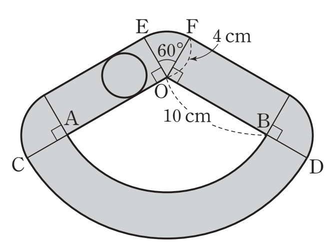
$=\left(2\pi\times10\times\frac{120}{360}\right)+\left(2\pi\times7\times\frac{120}{360}\right)+\left(2\pi\times4\times\frac{120}{360}\right)+\left(2\pi\times1\times\frac{120}{360}\right)$

$=\frac{20}{3}\pi+\frac{14}{3}\pi+\frac{8}{3}\pi+\frac{2}{3}\pi$

$=\frac{44}{3}\pi(\text{cm})$ 답 ③

24

원이 부채꼴의 둘레를 따라 돌아 출발 지점으로 왔을 때, 원이 지나간 부분은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



이때, $\angle AOB=120^\circ$이므로

$\angle EOF=360^\circ-(120^\circ+90^\circ+90^\circ)=60^\circ$

즉, 원이 지나간 영역은 가로, 세로의 길이가 각각 10 cm, 4 cm인 직사각형 2개와 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 60°인 부채꼴 1개, 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 2개, 부채꼴 OCD에서 부채꼴 OAB를 제외한 부분으로 이루어진다.

따라서 원이 지나간 부분의 넓이는

$$(10\times4)\times2+\pi\times4^2\times\frac{60}{360}+\left(\pi\times4^2\times\frac{90}{360}\right)\times2$$
$$+\left(\pi\times14^2\times\frac{120}{360}-\pi\times10^2\times\frac{120}{360}\right)$$
$$=\frac{128}{3}\pi+80(\mathrm{cm}^2)$$

답 $\left(\frac{128}{3}\pi+80\right)\mathrm{cm}^2$

blacklabel 특강 오답피하기

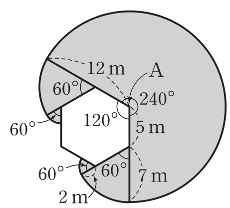
다각형의 둘레를 따라 원이 이동한다고 할 때, 원이 지나간 영역에 생기는 부채꼴을 합하면 항상 원이 된다.
하지만 부채꼴은 다각형이 아니므로 원이 부채꼴을 따라 이동할 때는 이것이 성립하지 않는다.

25

정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$$

따라서 줄이 매어진 울타리를 A지점이라 하면 강아지가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 어두운 부분과 같으므로 구하는 넓이는

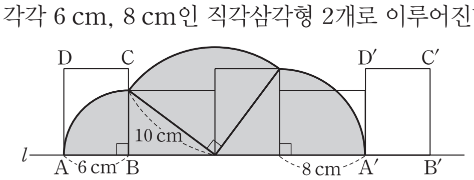


$$\pi\times12^2\times\frac{240}{360}+\left(\pi\times7^2\times\frac{60}{360}\right)\times2+\left(\pi\times2^2\times\frac{60}{360}\right)\times2$$
$$=\frac{341}{3}\pi(\mathrm{m}^2)$$

답 $\frac{341}{3}\pi\ \mathrm{m}^2$

26

선분 AA′과 꼭짓점 A가 그리는 곡선으로 둘러싸인 영역은 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 6 cm, 10 cm, 8 cm이고 중심각의 크기는 모두 90°인 부채꼴 1개씩과 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm인 직각삼각형 2개로 이루어진다.



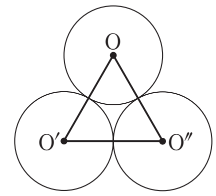
따라서 구하는 넓이는

$$\pi\times6^2\times\frac{90}{360}+\pi\times10^2\times\frac{90}{360}+\pi\times8^2\times\frac{90}{360}+\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)\times2$$
$$=50\pi+48(\mathrm{cm}^2)$$

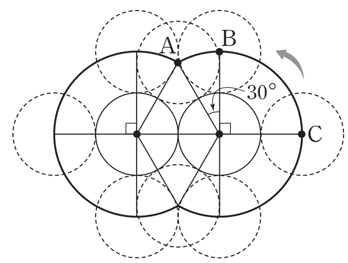
답 $(50\pi+48)\mathrm{cm}^2$

27

붙어 있는 두 원 O′과 O″의 둘레를 따라 원 O가 한 바퀴 돌 때, 원 O가 두 원 O′, O″과 동시에 만나는 경우는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.



이때, 삼각형 OO′O″은 세 변의 길이가 세 원의 지름의 길이와 같은 정삼각형이므로 한 내각의 크기는 60°이다.
즉, 원 O가 이동한 경로는 다음 그림과 같다.



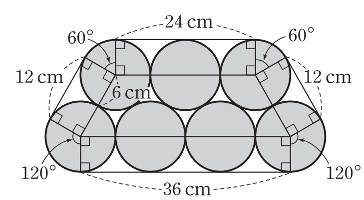
따라서 원 O의 중심이 이동한 거리는

$$4\widehat{AB}+4\widehat{BC}=4\times\left(2\pi\times4\times\frac{30}{360}\right)+4\times\left(2\pi\times4\times\frac{90}{360}\right)$$
$$=\frac{32}{3}\pi(\mathrm{cm})$$

답 $\frac{32}{3}\pi$ cm

28

방법 A에서 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 곡선 부분 끈의 길이는

$$\left(2\pi\times6\times\frac{60}{360}\right)\times2+\left(2\pi\times6\times\frac{120}{360}\right)\times2=12\pi(\mathrm{cm})$$

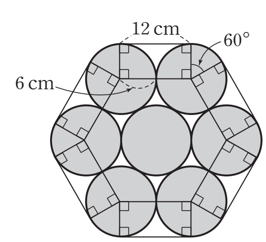
직선 부분 끈의 길이는

$$24+12+12+36=84(\mathrm{cm})$$

따라서 방법 A를 선택할 때, 필요한 끈의 길이의 최솟값은

$(12\pi+84)\mathrm{cm}$ $\quad\therefore a=12\pi+84$

방법 B에서 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 곡선 부분 끈의 길이는

$\left(2\pi\times6\times\frac{60}{360}\right)\times6=12\pi(\text{cm})$

직선 부분 끈의 길이는

$12\times6=72(\text{cm})$

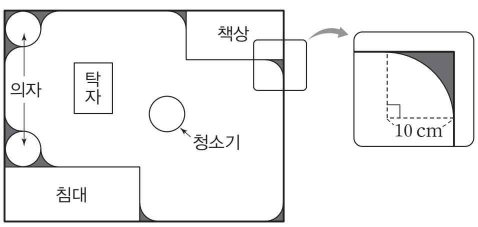
따라서 방법 B를 선택할 때, 필요한 끈의 길이의 최솟값은

$(12\pi+72)\,\text{cm}\qquad\therefore\ b=12\pi+72$

$\therefore\ a-b=(12\pi+84)-(12\pi+72)=12$ 답 12

29

청소기가 닿지 않는 부분은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



책상과 벽면이 닿는 곳에서 청소기가 닿지 않는 한 부분의 넓이를 S라 하면

$S=$(한 변의 길이가 10 cm인 정사각형의 넓이)

$-$(반지름의 길이가 10 cm인 사분원의 넓이)

$=10^2-\pi\times10^2\times\frac{90}{360}=100-25\pi(\text{cm}^2)$

넓이가 S인 이 부분과 같은 부분을 찾으면 다음과 같다.

(i) 책상 주변 : 넓이가 S인 곳 2군데

(ii) 의자만 놓인 곳 주변

넓이가 S인 곳 1군데와 넓이가 $2S$인 곳 2군데

(iii) 의자와 침대가 만나는 곳 주변

넓이가 S인 곳 1군데와 넓이가 $2S$인 곳 2군데

(iv) 침대와 벽면만 만나는 곳 : 넓이가 S인 곳 1군데

(v) 아무 것도 없는 벽면끼리 만나는 곳

넓이가 S인 곳 1군데

(i)~(v)에서 청소기가 닿지 않는 부분의 넓이는

$14S=14(100-25\pi)=1400-350\pi(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

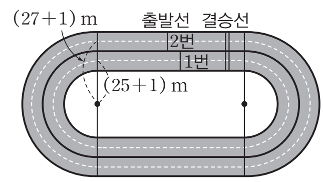
Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 54~55

01 4π m	**02** 45π	**03** $104+36\pi$	**04** 4π cm
05 0	**06** 8π cm	**07** 5	**08** $58\pi+88$

01 해결단계

❶ 단계	2번 트랙의 선수가 1번 트랙의 선수보다 곡선 부분의 길이의 차만큼 앞에서 출발해야 함을 파악한다.
❷ 단계	각 트랙의 선수가 달리는 곡선 부분의 거리를 구한다.
❸ 단계	2번 트랙에 있는 선수가 1번 트랙에 있는 선수보다 몇 m 앞에서 출발해야 하는지 구한다.

두 개의 트랙에서 직선 부분의 거리는 같으므로 2번 트랙에 있는 선수가 1번 트랙에 있는 선수보다 곡선 부분의 길이의 차만큼 앞에서 출발해야 한다.



선수들은 트랙의 폭의 중앙을 따라 달리므로

1번 트랙에 있는 선수가 달리는 곡선 부분의 거리는

$2\pi\times(25+1)=2\pi\times26=52\pi(\text{m})$

2번 트랙에 있는 선수가 달리는 곡선 부분의 거리는

$2\pi\times(27+1)=2\pi\times28=56\pi(\text{m})$

따라서 2번 트랙에 있는 선수는 1번 트랙에 있는 선수보다

$56\pi-52\pi=4\pi(\text{m})$ 앞에서 출발해야 한다. 답 4π m

02 해결단계

❶ 단계	평행선의 성질을 이용하여 $\angle ACD$의 크기를 구한다.
❷ 단계	색칠한 부분의 넓이는 두 부채꼴의 넓이의 차와 같음을 파악한다.
❸ 단계	색칠한 부분의 넓이를 구한다.

$\triangle DEC$에서

$\angle ECD=180^\circ-(\angle DEC+\angle EDC)$

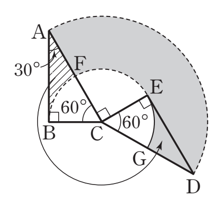
$=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로

$\angle ACE=\angle CED=90^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\therefore\ \angle ACD=\angle ACE+\angle ECD=90^\circ+60^\circ=150^\circ$

오른쪽 그림과 같이 빗금친 부분을 이동시키면 구하는 넓이는 부채꼴 ACD의 넓이에서 부채꼴 FCG의 넓이를 뺀 것과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\pi\times12^2\times\frac{150}{360}-\pi\times6^2\times\frac{150}{360}$

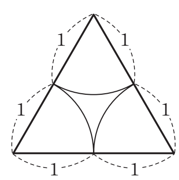
$=60\pi-15\pi=45\pi$ 답 45π

blacklabel 특강 참고

넓이가 같은 부분을 만들어 이동시키지 않고 다음과 같이 문제에서 색칠한 부분의 넓이를 직접 구할 수도 있다.
(색칠한 부분의 넓이)
$=\{\triangle$ABC+(부채꼴 ACD의 넓이)$\}-\triangle$CDE$-$(부채꼴 BCE의 넓이)
$=\triangle$ABC$-\triangle$CDE+(부채꼴 ACD의 넓이)$-$(부채꼴 BCE의 넓이)
=(부채꼴 ACD의 넓이)$-$(부채꼴 BCE의 넓이)

03 해결단계

❶ 단계	l_3, l_4, l_5, …를 구하여 l_n의 규칙을 찾는다.
❷ 단계	l_n의 규칙을 파악하여 n에 대한 식으로 나타낸다.
❸ 단계	$l_3+l_4+l_5+l_6+\cdots+l_{10}$의 값을 구한다.

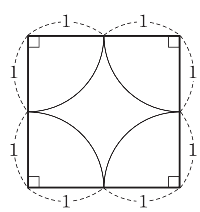


$n=3$일 때, 정삼각형이므로 한 내각의 크기는 60°이다.

$\therefore l_3=$(정삼각형의 둘레의 길이)$+3\times$(호 하나의 길이)

$=3\times2+3\times2\pi\times1\times\dfrac{60}{360}$

$=6+\pi$

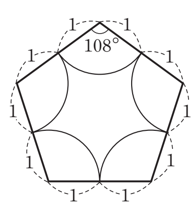


$n=4$일 때, 정사각형이므로 한 내각의 크기는 90°이다.

$\therefore l_4=$(정사각형의 둘레의 길이)$+4\times$(호 하나의 길이)

$=4\times2+4\times2\pi\times1\times\dfrac{90}{360}$

$=8+2\pi$



$n=5$일 때, 정오각형이므로 한 내각의 크기는 108°이다.

$\therefore l_5=$(정오각형의 둘레의 길이)$+5\times$(호 하나의 길이)

$=5\times2+5\times2\pi\times1\times\dfrac{108}{360}$

$=10+3\pi$

⋮

정 n각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$이므로

$l_n=n\times2+n\times2\pi\times1\times\dfrac{180\times(n-2)}{n\times360}$

$=2n+(n-2)\pi$

$\therefore l_3+l_4+l_5+l_6+\cdots+l_{10}$

$=(6+\pi)+(8+2\pi)+(10+3\pi)+\cdots+(20+8\pi)$

$=(6+8+10+\cdots+20)+(\pi+2\pi+3\pi+\cdots+8\pi)$

$=104+36\pi$ 답 $104+36\pi$

04 해결단계

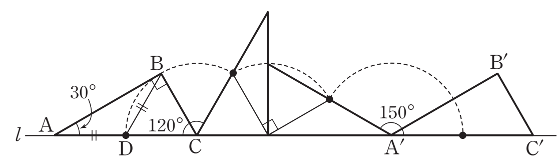
❶ 단계	$\angle$BDC의 크기를 구한다.
❷ 단계	점 D가 이동하는 경로를 확인한다.
❸ 단계	부채꼴의 호의 길이를 구하는 공식을 이용하여 경로의 길이를 구한다.

$\triangle$ADB는 $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{BD}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\text{ABD}=\angle\text{BAD}=30^\circ$ $\therefore \angle\text{BDC}=60^\circ$

또한, $\angle\text{BCD}=180^\circ-30^\circ-90^\circ=60^\circ$이므로 $\triangle$BDC는 한 변의 길이가 2 cm인 정삼각형이다.

즉, $\triangle$BAC가 회전하는 동안 점 D가 움직인 경로는 다음 그림의 점선으로 표시된 부분과 같다.



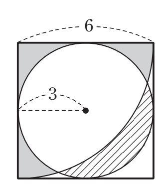
따라서 점 D가 움직인 거리는 반지름의 길이가 모두 2 cm이고 중심각의 크기는 각각 120°, 90°, 150°인 세 부채꼴의 호의 길이의 합과 같으므로

$2\pi\times2\times\dfrac{120}{360}+2\pi\times2\times\dfrac{90}{360}+2\pi\times2\times\dfrac{150}{360}$

$=4\pi$(cm) 답 4π cm

05 해결단계

❶ 단계	주어진 도형을 넓이를 구하기 쉽게 사등분한다.
❷ 단계	사등분한 도형 한 개에서 넓이의 차를 구한다.
❸ 단계	색칠한 부분의 넓이와 빗금친 부분의 넓이의 차를 구한다.



오른쪽 그림의 어두운 부분의 넓이를 A, 빗금친 부분의 넓이를 B, 작은 원에서 빗금친 부분을 제외한 부분의 넓이를 C라 하고 구하는 넓이의 차를 T라 하면

$T=4|A-B|$

이때,

$A-B=A+(C-C)-B$

$=(A+C)-(B+C)$

=(반지름의 길이가 6인 사분원의 넓이)$-$(반지름의 길이가 3인 원의 넓이)

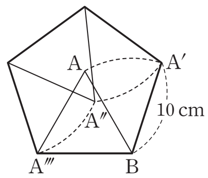
$=\pi\times6^2\times\dfrac{1}{4}-\pi\times3^2=0$

$\therefore T=4|A-B|=0$ 답 0

06 해결단계

❶ 단계	점 A가 이동한 경로를 확인한다.
❷ 단계	정오각형의 한 내각의 크기를 구하여 부채꼴의 중심각의 크기를 구한다.
❸ 단계	부채꼴의 호의 길이를 구하는 공식을 이용하여 이동한 거리를 구한다.

정삼각형이 이동하는 동안 점 A가 이동한 경로는 다음 그림의 점선으로 표시된 부분과 같다.



정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이므로

$\angle ABA'=108^\circ-60^\circ=48^\circ$

부채꼴 ABA′에서 호 AA′의 길이는

$\widehat{AA'}=2\pi\times10\times\frac{48}{360}=\frac{8}{3}\pi(\text{cm})$

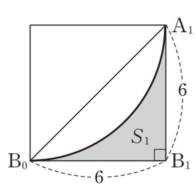
이때, $\widehat{A'A''}=\widehat{A''A'''}=\frac{8}{3}\pi$ cm이므로 점 A가 이동한 거리는

$3\times\frac{8}{3}\pi=8\pi(\text{cm})$ 답 8π cm

07 해결단계

❶ 단계	$\triangle A_1B_0B_1$이 직각이등변삼각형임을 확인한다.
❷ 단계	S_1, S_2, S_3, $\cdots$의 값을 구하여 규칙성을 찾는다.
❸ 단계	$S_m=\frac{9}{64}-\frac{9}{256}\pi$를 만족시키는 m의 값을 구한다.

$\angle A_1B_1B_0=90^\circ$, $\angle A_1B_0B_1=45^\circ$이므로 $\triangle A_1B_0B_1$은 직각이등변삼각형이다. 이때, $\overline{A_0B_0}=12$이므로



$\overline{A_1B_1}=\overline{B_0B_1}=\frac{1}{2}\overline{A_0B_0}=6$

$\therefore S_1=6^2-\pi\times6^2\times\frac{90}{360}=36-9\pi$

같은 방법으로 $\triangle A_2B_1B_2$도 직각이등변삼각형이므로

$\overline{B_1B_2}=\frac{1}{2}\overline{A_1B_1}=\frac{1}{2}\times6=3$

$\therefore S_2=3^2-\pi\times3^2\times\frac{90}{360}=9-\frac{9}{4}\pi$

$=\frac{1}{4}(36-9\pi)=\frac{1}{4}S_1$

또한, $\overline{B_2B_3}=\frac{1}{2}\overline{A_2B_2}=\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$이므로

$S_3=\left(\frac{3}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\frac{90}{360}=\frac{9}{4}-\frac{9}{16}\pi$

$=\frac{1}{4}\left(9-\frac{9}{4}\pi\right)=\frac{1}{4}S_2$

$\vdots$

즉, $S_{n+1}=\frac{1}{4}S_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$이므로

$S_4=\frac{1}{4}S_3=\frac{1}{4}\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{16}\pi\right)=\frac{9}{16}-\frac{9}{64}\pi$

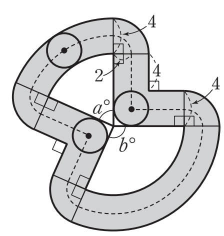
$S_5=\frac{1}{4}S_4=\frac{1}{4}\left(\frac{9}{16}-\frac{9}{64}\pi\right)=\frac{9}{64}-\frac{9}{256}\pi$

$\therefore m=5$ 답 5

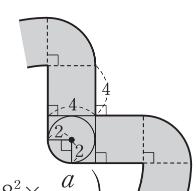
08 해결단계

❶ 단계	작은 부채꼴의 중심각의 크기를 a°, 큰 부채꼴의 중심각의 크기를 b°라 할 때, $a^\circ+b^\circ$의 값을 구한다.
❷ 단계	원이 지나간 영역을 확인한다.
❸ 단계	원이 지나간 영역을 직사각형과 부채꼴로 나누어 구한다.

잘라 낸 후 남은 두 부채꼴의 중심각의 크기를 각각 a°, b°라 하면 원이 지나간 부분은 다음 그림에서 어두운 부분과 같고, $a^\circ+b^\circ=180^\circ$이다.



이때, 큰 원에서 잘려진 부분으로 원이 지나간 영역은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는



$\left(\pi\times4^2\times\frac{90}{360}\right)\times4+\left(\pi\times12^2\times\frac{a}{360}-\pi\times8^2\times\frac{a}{360}\right)$

$+\left(\pi\times12^2\times\frac{b}{360}-\pi\times8^2\times\frac{b}{360}\right)$

$+4^2\times6-2\times\left(2^2-\pi\times2^2\times\frac{90}{360}\right)$

$=16\pi+\left(\pi\times12^2\times\frac{1}{2}-\pi\times8^2\times\frac{1}{2}\right)+96-2\times(4-\pi)$

$=16\pi+40\pi+88+2\pi$

$=58\pi+88$ 답 $58\pi+88$

III 입체도형

06 다면체와 회전체

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 60

01 2　02 38　03 ④　04 ①, ④　05 ⑤
06 $48\pi\ \text{cm}^2$　07 ⑤

01

각 다면체의 면의 개수를 구하면 다음과 같다.
오각기둥 : $5+2=7$
칠각기둥 : $7+2=9$
오각뿔 : $5+1=6$
칠각뿔 : $7+1=8$
오각뿔대 : $5+2=7$
육각뿔대 : $6+2=8$
따라서 칠면체는 오각기둥, 오각뿔대의 2개이다. 답 2

blacklabel 특강 필수원리

다면체의 이름

	n각기둥	n각뿔	n각뿔대
다면체의 이름	$(n+2)$면체	$(n+1)$면체	$(n+2)$면체

02

주어진 각기둥을 n각기둥이라 하면
$2n=18$　　$\therefore n=9$
즉, 주어진 각기둥은 구각기둥이므로
면의 개수는 $9+2=11$　　$\therefore x=11$
모서리의 개수는 $3\times9=27$　　$\therefore y=27$
$\therefore x+y=11+27=38$ 답 38

03

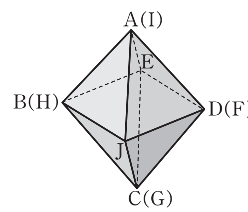
주어진 표를 옳게 나타내면 다음과 같다.

	정다면체	면의 모양	모서리의 개수	한 꼭짓점에 모인 모서리의 개수
①	정사면체	정삼각형	6	3
②	정육면체	정사각형	12	3
③	정팔면체	정삼각형	12	4
④	정십이면체	정오각형	30	3
⑤	정이십면체	정삼각형	30	5

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

04

주어진 전개도로 정다면체를 만들면 오른쪽 그림과 같으므로



① $\overline{AJ}$는 $\overline{IE}$와 만난다.
④ $\overline{CJ}$는 $\overline{IE}$와 평행하다.
따라서 $\overline{IE}$와 꼬인 위치에 있는 모서리가 아닌 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

blacklabel 특강 참고

겨냥도
일반적으로 겨냥도를 그릴 때는 입체도형의 모양을 잘 알아볼 수 있도록 하기 위하여 보이는 모서리는 실선으로, 보이지 않는 모서리는 점선으로 그린다.

05

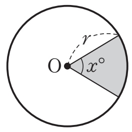
주어진 입체도형은 가운데가 비어 있으므로 회전축에서 떨어져 있는 평면도형을 회전시킨 것이다.
또한, 밑면이 2개이고 뚫린 모양이 원기둥이므로 1회전시킬 때 주어진 입체도형이 생기는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

06

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 옆면인 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로
$2\pi l\times\dfrac{120}{360}=2\pi\times4$　　$\therefore l=12$
따라서 옆면인 부채꼴의 넓이는
$\pi\times12^2\times\dfrac{120}{360}=48\pi(\text{cm}^2)$ 답 $48\pi\ \text{cm}^2$

blackabel 특강 필수개념

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이가 r, 부채꼴의 중심각의 크기가 $x°$일 때

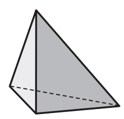


(1) (부채꼴의 호의 길이)$=2\pi r\times\dfrac{x}{360}$

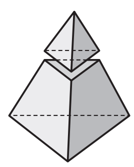
(2) (부채꼴의 넓이)$=\pi r^2\times\dfrac{x}{360}$

07

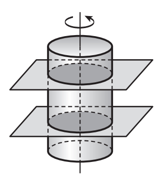
ㄱ. 각뿔의 옆면은 모두 삼각형이나 항상 이등변 삼각형은 아니다.



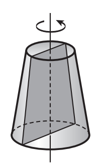
ㄴ. 사면체를 밑면에 평행한 평면으로 자르면 삼각뿔과 삼각뿔대가 만들어진다.



ㄷ. 원기둥을 회전축에 수직인 평면으로 잘라서 생긴 단면은 합동인 원이다.



ㄹ. 원뿔대를 회전축을 포함한 평면으로 잘라서 생긴 단면은 사다리꼴이다.



답 ⑤

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 61~65

01 ④	02 ②	03 16	04 사각기둥	05 12
06 ㄱ, ㄷ	07 ②	08 1	09 ⑤	10 점 B, 점 G
11 ②	12 60°	13 ③	14 60	15 40 cm
16 ③	17 ④	18 ㄱ, ㄴ, ㄷ	19 40π cm²	20 ②
21 $26+4\pi$	22 ②	23 ②	24 ⑤	
25 $(96\pi+24)$ cm		26 ③	27 20π cm²	28 ③
29 ⑤				

01

조건 (가), (나)를 만족시키는 다면체는 각기둥이다.
구하는 다면체를 n각기둥이라 하면 밑면은 n각형이므로 조건 (다)에서

$\dfrac{n(n-3)}{2}=20$, $n(n-3)=40$

이때, $8\times5=40$이므로 $n=8$

따라서 구하는 다면체는 팔각기둥이다. 답 ④

02

$A=2\times3=6$

$B=3\times5=15$

$C=6+1=7$

$D=2\times7=14$

$\therefore A<C<D<B$ 답 ②

03

주어진 다면체의 밑면을 n각형이라 하면

$180°\times(n-2)=1080°$

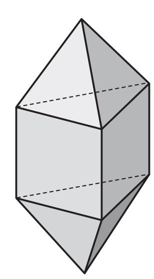
$n-2=6$ $\therefore n=8$

즉, 주어진 다면체의 밑면은 팔각형이다.
이때, 옆면의 모양이 삼각형인 다면체는 각뿔이므로 주어진 다면체는 팔각뿔이다.
따라서 구하는 모서리의 개수는

$2\times8=16$ 답 16

04

주어진 다각형으로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 같은 삼각뿔, 삼각기둥, 삼각뿔이 차례대로 붙어 있는 모양이다.
이 입체도형의 꼭짓점의 개수는 8이므로 구하는 각기둥을 n각기둥이라 하면



$2n=8$ $\therefore n=4$

따라서 구하는 각기둥은 사각기둥이다.

답 사각기둥

05

주어진 사각뿔대를 잘라 생기는 큰 입체도형은 칠면체이고, 작은 입체도형은 오면체이다.

따라서 구하는 면의 개수의 합은

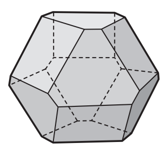
$7+5=12$ **답** 12

blacklabel 특강 풀이첨삭

큰 입체도형의 면은 면 KLCD, CGHD, LNFGC, NFEM, KMEHD, EFGH, MNLK의 7개이고, 작은 입체도형의 면은 면 ABLK, BNL, MNLK, AMK, BNMA의 5개이다.

06

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같다.



ㄱ. 각 꼭짓점에 모인 면은 정사각형인 면 1개, 육각형인 면 2개로 3개이다.

ㄴ. 각 모서리에 모인 면이 2개씩이므로 모서리의 개수는

$$\frac{(\text{모든 다각형의 변의 개수의 합})}{2}=\frac{4\times6+6\times8}{2}=\frac{72}{2}=36$$

ㄷ. 각 꼭짓점에 모인 면이 3개씩이므로 꼭짓점의 개수는

$$\frac{(\text{모든 다각형의 꼭짓점의 개수의 합})}{3}=\frac{4\times6+6\times8}{3}=\frac{72}{3}=24$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. **답** ㄱ, ㄷ

blacklabel 특강 교과 외 지식

목제주령구

1975년 3월부터 1976년 12월까지 경주 안압지를 발굴, 조사하던 중 1만 5천여 점에 이르는 많은 유물이 출토되었는데, 십사면체 주사위인 목제주령구도 이때 출토되었다.

연못 바닥의 뻘 속에서 발견된 이 주사위는 참나무로 만들어졌으며 높이가 4.8 cm이고, 사각형 6개와 육각형 8개로 이루어져 있다. 그리고 각 면에는 여러 가지 벌칙이 적혀 있다.

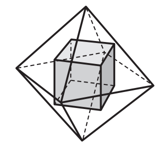
07

② 정사면체는 평행한 면이 없다.

③ 정육면체와 정팔면체의 모서리의 개수는 12로 같다.

④ 면의 모양이 정삼각형인 정다면체는 정사면체, 정팔면체, 정이십면체의 3가지이다.

⑤ 정팔면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 정육면체이다.



따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

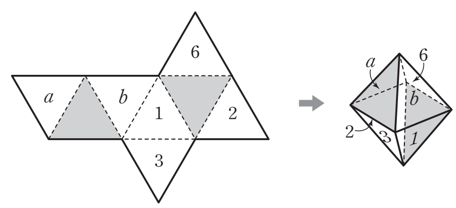
blacklabel 특강 참고

정다면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 다면체는 처음 정다면체의 면의 개수만큼 꼭짓점을 갖는다.

(1) 정사면체 ⇨ 정사면체
(2) 정육면체 ⇨ 정팔면체
(3) 정팔면체 ⇨ 정육면체
(4) 정십이면체 ⇨ 정이십면체
(5) 정이십면체 ⇨ 정십이면체

08

주어진 전개도로 정팔면체 모양의 주사위를 만들면 다음 그림과 같다.



따라서 평행한 면의 눈의 수의 합은 $3+6=9$로 일정하므로

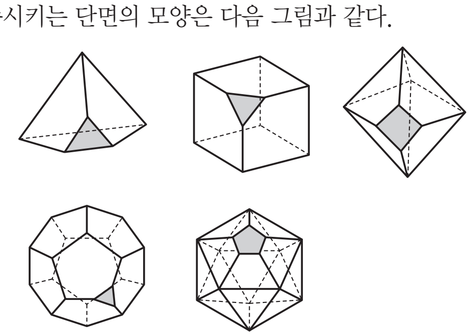
$1+a=9 \quad \therefore a=8$

$2+b=9 \quad \therefore b=7$

$\therefore a-b=8-7=1$ **답** 1

09

정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 각각 3, 3, 4, 3, 5이므로 주어진 조건을 만족시키는 단면의 모양은 다음 그림과 같다.



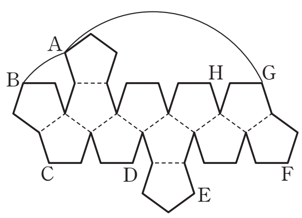
① 정사면체 ⇨ 정삼각형
② 정육면체 ⇨ 정삼각형
③ 정팔면체 ⇨ 정사각형
④ 정십이면체 ⇨ 정삼각형
⑤ 정이십면체 ⇨ 정오각형
따라서 바르게 짝 지어진 것은 ⑤이다. 답 ⑤

blacklabel 특강 오답피하기

한 모서리를 자를 때마다 단면의 꼭짓점이 생기는 것을 확인할 수 있다. 정다각형의 각 꼭짓점에 모인 면의 개수는 각 꼭짓점에 모인 모서리의 개수와 같으므로 겨냥도를 이용하여 문제를 푸는 것보다 이 성질을 이용하면 실수를 줄일 수 있다.

10

꼭짓점 A와 만나는 꼭짓점을 선으로 연결하면 다음 그림과 같다.

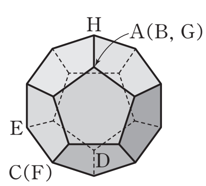


따라서 꼭짓점 A와 만나는 점은 점 B와 점 G이다.

답 점 B, 점 G

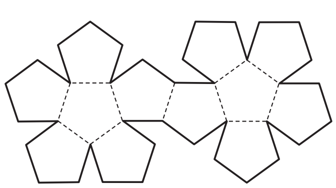
blacklabel 특강 풀이첨삭

주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 정십이면체이다.



11

정팔면체의 모서리의 개수는 12, 정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12이다.



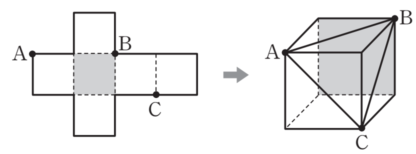
정십이면체의 모서리의 개수는 30이지만, 정십이면체의 모서리를 잘라 그 전개도를 만들려면 위의 그림과 같이 11개의 모서리는 자르지 않아야 하므로 잘라야 하는 최소한의 모서리의 개수는

$30-11=19$

즉, $a=12$, $b=12$, $c=19$이므로 $a+b-c=5$ 답 ②

12

주어진 전개도로 만든 정육면체는 다음 그림과 같다.



정육면체를 이루는 면은 모두 합동인 정사각형이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$는 각각 합동인 정사각형의 대각선이므로 그 길이가 같다.

즉, 삼각형 ABC는 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이고, 정삼각형의 한 내각의 크기는 $60°$이므로

$\angle ABC=60°$ 답 $60°$

13

꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면

(i) 정사면체에 대하여 $v=4$, $e=6$, $f=4$이므로

(가) $\frac{2}{3}\times e=\frac{2}{3}\times 6=4=v$

(나) $e:f=6:4=3:2\neq 5:2$

(다) $v+f-e=4+4-6=2$

(ii) 정육면체에 대하여 $v=8$, $e=12$, $f=6$이므로

(가) $\frac{2}{3}\times e=\frac{2}{3}\times 12=8=v$

(나) $e:f=12:6=2:1\neq 5:2$

(다) $v+f-e=8+6-12=2$

(iii) 정팔면체에 대하여 $v=6$, $e=12$, $f=8$이므로

(가) $\frac{2}{3}\times e=\frac{2}{3}\times 12=8\neq v$

(나) $e:f=12:8=3:2\neq 5:2$

(다) $v+f-e=6+8-12=2$

(iv) 정십이면체에 대하여 $v=20$, $e=30$, $f=12$이므로

(가) $\frac{2}{3}\times e=\frac{2}{3}\times 30=20=v$

(나) $e:f=30:12=5:2$

(다) $v+f-e=20+12-30=2$

(v) 정이십면체에 대하여 $v=12$, $e=30$, $f=20$이므로

㈎ $\frac{2}{3}\times e=\frac{2}{3}\times 30=20\neq v$

㈏ $e:f=30:20=3:2\neq 5:2$

㈐ $v+f-e=12+20-30=2$

(i)~(v)에서 조건 ㈎를 만족시키는 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체의 3개이다. $\therefore a=3$

조건 ㈏를 만족시키는 정다면체는 정십이면체의 1개이다.

$\therefore b=1$

모든 정다면체가 조건 ㈐를 만족시키므로 $c=5$

$\therefore a+b+c=3+1+5=9$ 답 ③

blacklabel 특강 풀이첨삭

다면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수 사이의 관계

다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면 $v-e+f=2$가 항상 성립한다. 이 공식을 이용하여 문제의 세 조건을 모두 만족시키는 정다면체를 구하면

조건 ㈎에서 $v=\frac{2}{3}e$ ……㉠

조건 ㈏에서 $e:f=5:2$이므로 $5f=2e$ $\therefore f=\frac{2}{5}e$ ……㉡

㉠, ㉡을 $v-e+f=2$에 대입하면

$v-e+f=\frac{2}{3}e-e+\frac{2}{5}e=\frac{10e-15e+6e}{15}=\frac{1}{15}e$

즉, $\frac{1}{15}e=2$ $\therefore e=30$

따라서 $f=\frac{2}{5}\times 30=12$, 즉 구하는 정다면체는 정십이면체이다.

14

정이십면체의 한 꼭짓점에서 하나의 정오각형이 만들어지고 정이십면체의 꼭짓점이 12개이므로 정오각형인 면은 총 12개가 만들어진다.
㈎

또한, 정이십면체의 각 면에서 하나의 정육각형이 만들어지고 정이십면체의 면이 20개이므로 정육각형인 면은 총 20개가 만들어진다.
㈏

따라서 한 꼭짓점에 모인 면이 3개씩이므로 축구공 모양의 입체도형의 꼭짓점의 개수는

$\frac{(\text{모든 다각형의 꼭짓점의 개수의 합})}{3}$

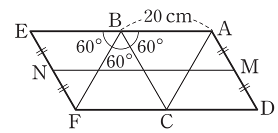
$=\frac{5\times 12+6\times 20}{3}=60$
㈐

답 60

단계	채점 기준	배점
㈎	축구공 모양의 입체도형에서 정오각형인 면의 개수를 구한 경우	30%
㈏	축구공 모양의 입체도형에서 정육각형인 면의 개수를 구한 경우	30%
㈐	축구공 모양의 입체도형의 꼭짓점의 개수를 구한 경우	40%

15 해결단계

❶ 단계	정팔면체의 전개도의 일부를 이용하여 개미의 이동 경로를 나타낸다.
❷ 단계	개미의 이동 거리를 구한다.



주어진 정팔면체의 전개도의 일부를 이용하여 오른쪽 그림과 같이 개미의 이동 경로를 나타내면 최단 거리는 $\overline{MN}$의 길이와 같다.

따라서 개미의 이동 거리는

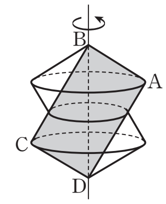
$\overline{MN}=\overline{AE}=2\overline{AB}=2\times 20=40(\text{cm})$ 답 40 cm

blacklabel 특강 풀이첨삭

두 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{EF}$의 중점이므로 사각형 ENMA는 평행사변형이다.

16

직사각형 ABCD를 대각선 BD를 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

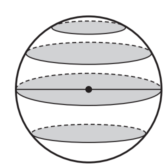


답 ③

17

④ 원뿔을 회전축을 포함하면서 밑면과 수직인 평면으로 자를 때에만 단면의 모양이 삼각형이다.

⑤ 구를 평면으로 자를 때, 어느 방향으로 잘라도 단면의 모양은 항상 원이다.
이때, 원의 반지름의 길이가 길수록 그 넓이도 커지므로 단면의 넓이가 가장 크도록 자르려면 지름을 포함하는 평면으로 잘라야 한다.

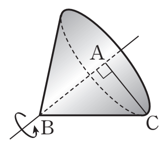


따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

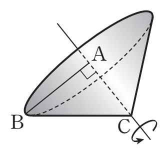
18

주어진 직선을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체는 다음과 같다.

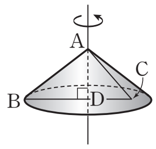
ㄱ.



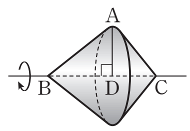
ㄴ.



ㄷ.



ㄹ.

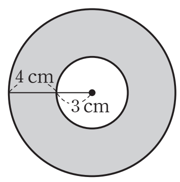


따라서 원뿔을 만드는 회전축이 될 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

19

정육각형의 두 꼭짓점을 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 단면의 넓이는

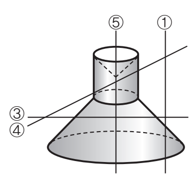
$\pi\times7^2-\pi\times3^2=49\pi-9\pi$

$=40\pi(\text{cm}^2)$

답 40π cm^2

20

직각삼각형 ABC를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같고, ①, ③, ④, ⑤는 각각 그림과 같은 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이다.

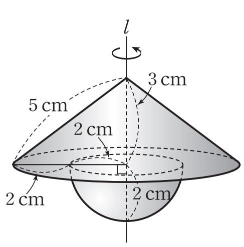


따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ②이다.

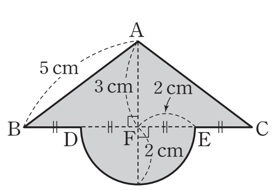
답 ②

21

주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체는 [그림 1]과 같고, 이 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

[그림 2]의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BD}+\widehat{DE}+\overline{EC}+\overline{CA}$

$=5+2+\frac{1}{2}\times(2\pi\times2)+2+5=14+2\pi(\text{cm})$

$\therefore a=14+2\pi$

[그림 2]의 넓이는

$(\triangle\text{ABC}$의 넓이$)+($반원의 넓이$)$

$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AF}+\frac{1}{2}\times(\pi\times\overline{DF}^2)$

$=\frac{1}{2}\times8\times3+\frac{1}{2}\times(\pi\times2^2)=12+2\pi(\text{cm}^2)$

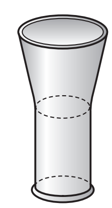
$\therefore b=12+2\pi$

$\therefore a+b=14+2\pi+12+2\pi=26+4\pi$

답 $26+4\pi$

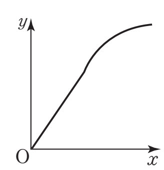
22

주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시키면 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 부분과 폭이 점점 넓어지는 부분으로 나누어진다.



이때, 폭이 일정한 부분에서는 물의 높이가 일정하게 증가하고, 폭이 점점 넓어지는 부분에서는 물의 높이가 점점 느리게 증가한다.

따라서 두 변수 x, y 사이의 그래프의 개형은 다음 그림과 같다.

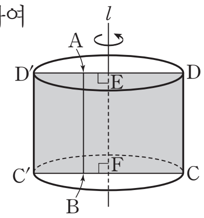


답 ②

23 해결단계

❶ 단계	회전체의 겨냥도를 그린다.
❷ 단계	단면의 넓이를 사각형 ABCD의 넓이에 대한 식으로 나타낸다.
❸ 단계	$\overline{AE}:\overline{ED}$를 구한다.

정사각형 ABCD를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



이때, 직선 l이 변 BC와 만나는 점을 F라 하면

(사각형 D′C′CD의 넓이)

$=\dfrac{3}{2}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

이므로

$2\times$(사각형 EFCD의 넓이)$=\dfrac{3}{2}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

따라서

(사각형 EFCD의 넓이)$=\dfrac{3}{4}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

이므로

$\overline{\mathrm{CD}}\times\overline{\mathrm{ED}}=\dfrac{3}{4}\times\overline{\mathrm{CD}}\times\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{ED}}=\dfrac{3}{4}\overline{\mathrm{AD}}$

즉, $\overline{\mathrm{ED}}=\dfrac{3}{4}(\overline{\mathrm{AE}}+\overline{\mathrm{ED}})$에서

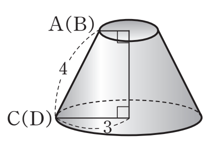
$\overline{\mathrm{ED}}=\dfrac{3}{4}\overline{\mathrm{AE}}+\dfrac{3}{4}\overline{\mathrm{ED}}$, $\dfrac{1}{4}\overline{\mathrm{ED}}=\dfrac{3}{4}\overline{\mathrm{AE}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{ED}}=3\overline{\mathrm{AE}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{ED}}=\overline{\mathrm{AE}}:3\overline{\mathrm{AE}}=1:3$ 답 ②

24

주어진 전개도로 만들어지는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



② 모선의 길이는 $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이와 같으므로 4이다.

③ 전개도에서 $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$의 길이는 반지름의 길이가 3인 원의 둘레의 길이와 같으므로

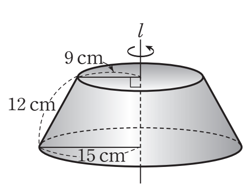
$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}=2\pi\times3=6\pi$

⑤ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 원이지만 그 크기는 다를 수 있다.

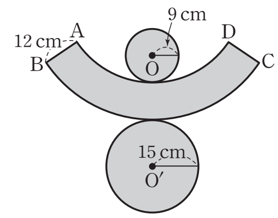
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

25

주어진 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.



이 원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 두 밑면인 원의 중심을 각각 O, O′이라 하면



(원 O의 둘레의 길이)$=\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$

(원 O′의 둘레의 길이)$=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$

또한, $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}$이므로 각 도형의 둘레의 길이의 합은

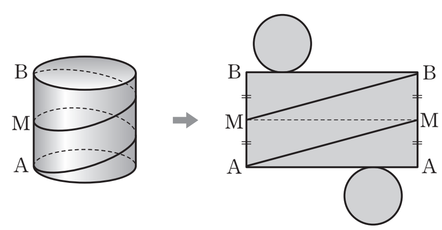
$2\{$(원 O의 둘레의 길이)$+$(원 O′의 둘레의 길이)$+\overline{\mathrm{AB}}\}$

$=2\{(2\pi\times9)+(2\pi\times15)+12\}$

$=96\pi+24$(cm) 답 $(96\pi+24)$ cm

26

원기둥을 실로 팽팽하게 두 바퀴 감으므로 모선 AB의 중점을 M이라 하면 실의 경로는 점 A에서 점 M까지, 점 M에서 점 B까지 각각 직선으로 나타난다.



따라서 실의 경로를 전개도 위에 바르게 나타낸 것은 ③이다.

답 ③

27

작은 밑면의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 8 cm이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로 작은 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times8\times\dfrac{90}{360}=2\pi r$ $\quad\therefore\ r=2$

즉, 작은 밑면의 반지름의 길이는 2 cm이다. (가)

큰 밑면의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 $8+8=16$(cm)이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로 큰 밑면의 반지름의 길이를 R cm라 하면

$2\pi\times16\times\frac{90}{360}=2\pi R \qquad \therefore R=4$

즉, 큰 밑면의 반지름의 길이는 4 cm이다. (나)

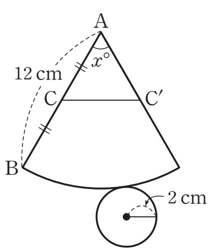
따라서 두 밑면의 넓이의 합은

$\pi\times2^2+\pi\times4^2=4\pi+16\pi=20\pi(\mathrm{cm}^2)$ (다)

답 $20\pi\ \mathrm{cm}^2$

단계	채점 기준	배점
(가)	작은 밑면의 반지름의 길이를 구한 경우	40%
(나)	큰 밑면의 반지름의 길이를 구한 경우	40%
(다)	두 밑면의 넓이의 합을 구한 경우	20%

28



주어진 원뿔의 전개도는 위의 그림과 같고 점 C에서 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 다시 점 C로 돌아오는 가장 짧은 선은 $\overline{CC'}$이다.

$\angle A=x^\circ$라 하면 옆면인 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로

$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times2 \qquad \therefore x=60$

즉, $\angle A=60^\circ$, $\overline{AC}=\overline{AC'}$이므로 $\triangle ACC'$은 정삼각형이다.

따라서 구하는 선의 길이는

$\overline{CC'}=\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6(\mathrm{cm})$

답 ③

29

모선의 길이를 l이라 하고, 세 원뿔 A, B, C의 밑면의 지름의 길이를 각각 $2r$, $3r$, $4r$라 하자.

옆면의 넓이의 합은 반지름의 길이가 l인 원의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times l\times2\pi r+\frac{1}{2}\times l\times3\pi r+\frac{1}{2}\times l\times4\pi r=\pi l^2$

$\frac{9}{2}\pi rl=\pi l^2$

즉, $\frac{9}{2}r=l$이고 원뿔 A의 밑면의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l이므로 l은 r의 $\frac{9}{2}$배이다.

답 ⑤

Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 66~67

01 (1) $3m+2n=30$ (2) 13, 11 **02** 풀이 참조
03 (1) 32 (2) 4π **04** 51 **05** 486 **06** 30
07 94 **08** 12초

01 해결단계

(1)	❶ 단계	m, n 사이의 관계를 식으로 나타낸다.
(2)	❷ 단계	❶ 단계를 만족시키는 m, n의 값을 모두 구한다.
	❸ 단계	$m+n$의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구한다.

(1) m각뿔대의 모서리의 개수는 $3m$, n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$이므로

$3m+2n=30$ ……㉠

(2) $m\geq3$, $n\geq3$이므로 ㉠을 만족시키는 자연수 m, n은

$m=4$, $n=9$ 또는 $m=6$, $n=6$ 또는 $m=8$, $n=3$

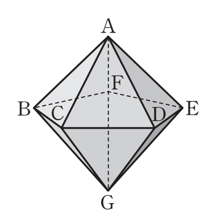
따라서 $m+n$의 최댓값은 $4+9=13$, 최솟값은 $8+3=11$이다.

답 (1) $3m+2n=30$ (2) 13, 11

02 해결단계

❶ 단계	주어진 전개도로 만든 입체도형의 겨냥도를 그린다.
❷ 단계	입체도형의 각 꼭짓점에 모이는 면의 개수를 구한다.
❸ 단계	정다면체가 되기 위한 조건을 확인한다.
❹ 단계	주어진 전개도로 만든 입체도형이 정다면체가 아닌 이유를 설명한다.

주어진 전개도로 만든 입체도형에서 꼭짓점을 정하면 오른쪽 그림과 같다.



꼭짓점 A와 꼭짓점 G에서 모이는 면은 5개이고, 다섯 개의 꼭짓점 B, C, D, E, F에서 모이는 면은 4개씩이다.

즉, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 모두 같지 않다.

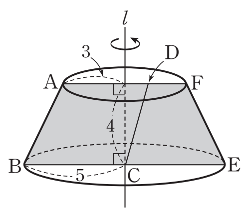
정다면체는 모든 면이 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같아야 하므로 주어진 전개도로 만든 입체도형은 정다면체가 아니다.

답 풀이 참조

03 해결단계

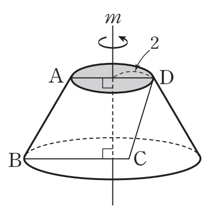
(1)	❶단계	조건에 맞는 회전축의 위치를 구한다.
	❷단계	단면의 넓이의 최댓값을 구한다.
(2)	❸단계	조건에 맞는 회전축의 위치를 구한다.
	❹단계	밑면의 넓이의 최솟값을 구한다.

(1) 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면의 넓이가 최대가 되도록 원뿔대를 만들려면 회전축이 오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나는 직선 l이어야 한다.



따라서 단면은 사다리꼴 ABEF와 같으므로 단면의 넓이의 최댓값은 $\frac{1}{2}\times(6+10)\times4=32$

(2) 원뿔대의 밑면의 넓이가 최소가 되도록 원뿔대를 만들려면 회전축이 오른쪽 그림과 같이 선분 AD의 중점을 지나는 직선 m이어야 한다.



따라서 밑면은 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times4=2$인 원이므로 밑면의 넓이의 최솟값은 $\pi\times2^2=4\pi$

답 (1) 32 (2) 4π

04 해결단계

❶단계	직육면체의 꼭짓점의 개수, 모서리의 개수, 면의 개수를 구한다.
❷단계	연결된 입체도형에서 겹치는 꼭짓점의 개수를 구한다.
❸단계	v, e, f의 값을 각각 구한다.
❹단계	$v-e+f$의 값을 구한다.

직육면체의 꼭짓점은 8개, 모서리는 12개, 면은 6개이므로 50개의 직육면체의 꼭짓점의 개수는

$50\times8=400$

연결된 입체도형에서 겹치는 꼭짓점이 49개이므로 연결된 입체도형의 꼭짓점의 개수는

$400-49=351$ $\therefore v=351$

꼭짓점을 연결하였으므로 모서리와 면은 겹치는 부분이 없다.

따라서 연결된 입체도형의 모서리의 개수는

$50\times12=600$ $\therefore e=600$

연결된 입체도형의 면의 개수는

$50\times6=300$ $\therefore f=300$

$\therefore v-e+f=351-600+300=51$

답 51

blacklabel 특강 오답피하기

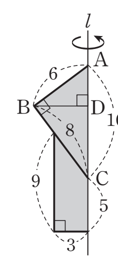
$v-e+f=2$는 구와 연결 상태가 같은 다면체에서 성립한다. 즉, 볼록한 입체도형일 때만 성립함에 주의하자.

05 해결단계

❶단계	회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 큰 경우를 찾는다.
❷단계	❶단계에서 찾은 단면의 넓이를 이용하여 a의 값을 구한다.
❸단계	회전축을 포함하거나 회전축에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 큰 경우를 찾는다.
❹단계	❸단계에서 찾은 단면의 넓이를 이용하여 b의 값을 구한다.
❺단계	$25a-b$의 값을 구한다.

만들어지는 입체도형을 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원이다.

이때, 넓이가 가장 큰 경우는 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{BD}$를 반지름으로 하는 원이다.



삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times10\times\overline{BD}$

$\therefore \overline{BD}=\frac{24}{5}$

즉, 가장 큰 단면의 넓이는 $\pi\times\left(\frac{24}{5}\right)^2=\frac{576}{25}\pi$

$\therefore a=\frac{576}{25}$

한편, 만들어지는 입체도형을 회전축을 포함하거나 회전축에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 크려면 회전축을 포함하는 평면으로 잘라야 한다.

이때, 생기는 단면의 넓이는 주어진 평면도형의 넓이의 2배이다.

즉, 가장 큰 단면의 넓이는

$2\times\left\{\frac{1}{2}\times6\times8+\frac{1}{2}\times(5+9)\times3\right\}=2(24+21)=90$

$\therefore b=90$

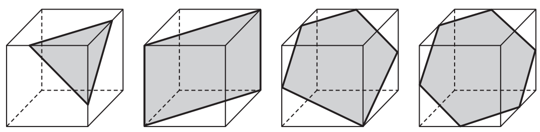
$\therefore 25a-b=25\times\frac{576}{25}-90=576-90=486$

답 486

06 해결단계

❶단계	두 입체도형의 모서리의 개수의 합이 최대가 될 조건을 찾는다.
❷단계	조건에 맞도록 정육면체를 잘라 본다.
❸단계	모서리의 개수의 합의 최댓값을 구한다.

한 평면이 정육면체의 모서리 하나를 지나면서 자를 때마다 정육면체에서 하나의 모서리였던 것이 나누어진 두 입체도형의 모서리가 되어 모서리의 개수가 1개씩 늘어난다.
또한, 평면과 모서리의 교점이 단면의 꼭짓점이 되므로 평면과 모서리의 교점이 많을수록 단면의 변의 개수가 늘어난다.
즉, 정육면체의 모서리를 최대한 많이 지나는 평면으로 자를 때, 두 입체도형의 모서리의 개수의 합은 최대가 된다.
이때, 정육면체를 한 평면으로 자른 단면의 모양이 될 수 있는 것은 다음의 4가지이다.

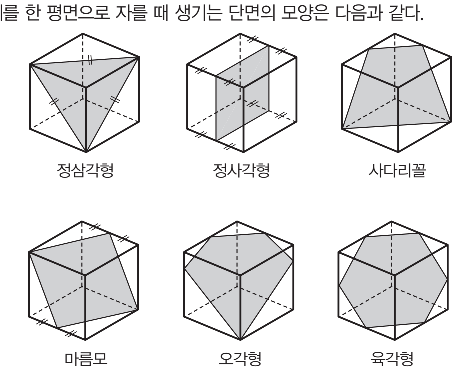


즉, 단면이 육각형이 되도록 자를 때, 두 입체도형의 모서리의 개수의 합이 최대이고 그 최댓값은

(잘리지 않은 모서리의 개수)+(잘린 모서리의 개수)×2
+(단면의 변의 개수)×2
=6+6×2+6×2=30 답 30

blacklabel 특강 풀이첨삭

정육면체를 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 다음과 같다.



07 해결단계

❶ 단계	f의 값을 구한다.
❷ 단계	e의 값을 구한다.
❸ 단계	v의 값을 구한다.
❹ 단계	$v+e-f$의 값을 구한다.

정팔각형인 면이 6개, 정사각형인 면이 12개, 정육각형인 면이 8개이므로 입체도형의 면의 개수는

$6+12+8=26 \qquad \therefore f=26$

한 모서리에서 면이 2개씩 모이므로 입체도형의 모서리의 개수는

$\dfrac{8\times6+4\times12+6\times8}{2}=72 \qquad \therefore e=72$

한 꼭짓점에서 면이 3개씩 모이므로 입체도형의 꼭짓점의 개수는

$\dfrac{8\times6+4\times12+6\times8}{3}=48 \qquad \therefore v=48$

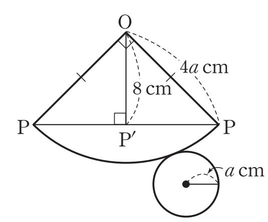
$\therefore v+e-f=48+72-26=94$ 답 94

08 해결단계

❶ 단계	옆면의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 구한다.
❷ 단계	두 개미 A, B가 처음으로 만날 때까지 걸리는 시간을 구한다.
❸ 단계	두 개미 A, B가 두 번째로 만날 때까지 걸리는 시간을 구한다.

원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 서로 같으므로 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면 $2\pi\times4a\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times a \qquad \therefore x=90$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 $90°$이다.
즉, 주어진 입체도형의 전개도는 다음 그림과 같고 $\triangle OPP'$은 직각이등변삼각형이므로
$\overline{PP'}=\overline{OP'}=8$ cm



한편, 두 개미 A, B는 초속 2 cm로 일정하게 움직이므로 개미 A가 점 P에서 출발하여 점 P′까지 가는 데 걸리는 시간은 $\dfrac{8}{2}=4$(초), 개미 B가 점 O에서 출발하여 점 P′까지 가는 데 걸리는 시간은 $\dfrac{8}{2}=4$(초)이다.
즉, 출발하여 4초 후 두 개미 A, B는 점 P′에서 처음으로 만난다.
이후 개미 A는 점 P까지 갔다가 다시 점 P′까지의 거리, 즉 16 cm의 거리를 $\dfrac{16}{2}=8$(초) 동안 움직이고, 개미 B는 점 O로 되돌아갔다가 다시 점 P′까지의 거리, 즉 16 cm의 거리를 $\dfrac{16}{2}=8$(초) 동안 움직이므로 점 P′에서 처음으로 만난 지 8초 후에 다시 점 P′에서 만난다.
따라서 두 개미 A, B가 동시에 출발하여 두 번째 만날 때까지 걸리는 시간은 4+8=12(초)이다. 답 12초

blacklabel 특강 풀이첨삭

$\angle OPP'=\dfrac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$이므로
삼각형 OPP′에서
$\angle POP'=180°-(45°+90°)=45°$
즉, $\angle OPP'=\angle POP'$이고 $\angle OP'P=90°$이므로
$\triangle OPP'$은 직각이등변삼각형이다.

07 입체도형의 겉넓이와 부피

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 pp. 69~70

01 ③	02 ①	03 ④	04 ④	
05 $(48\pi+48)\text{ cm}^2$		06 $25\pi\text{ cm}^3$		07 ④
08 84	09 ②	10 ④	11 ⑤	
12 $18\pi\text{ cm}^3$, $54\pi\text{ cm}^3$				

01

(겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)

$=\left\{\frac{1}{2}\times(5+8)\times4\right\}\times2+(4+8+5+5)\times10$

$=52+220$

$=272(\text{cm}^2)$

(부피)=(밑넓이)×(높이)

$=\left\{\frac{1}{2}\times(5+8)\times4\right\}\times10$

$=260(\text{cm}^3)$ 답 ③

02

원기둥 A의 겉넓이는

$(\pi\times4^2)\times2+2\pi\times4\times10=32\pi+80\pi=112\pi(\text{cm}^2)$

원기둥 B의 높이를 h cm라 하면 원기둥 B의 겉넓이는

$(\pi\times2^2)\times2+2\pi\times2\times h=8\pi+4\pi h$

즉, $112\pi=8\pi+4\pi h$이므로

$4\pi h=104\pi \qquad \therefore h=26$

따라서 원기둥 B의 높이는 26 cm이다. 답 ①

03

원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=12\pi \qquad \therefore r=6$

따라서 원기둥의 부피는

$\pi\times6^2\times5=180\pi(\text{cm}^3)$ 답 ④

04

(겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=6\times6+\left(\frac{1}{2}\times6\times5\right)\times4$

$=36+60=96(\text{cm}^2)$

(부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)×(높이)

$=\frac{1}{3}\times6^2\times4=48(\text{cm}^3)$ 답 ④

05

주어진 입체도형의 밑면은 반지름의 길이가 6 cm인 반원이므로

(밑넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi(\text{cm}^2)$

잘린 단면을 제외한 옆면은 반지름의 길이가 10 cm, 호의 길이가 $\frac{1}{2}\times2\pi\times6=6\pi(\text{cm})$인 부채꼴이므로 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times10\times6\pi=30\pi(\text{cm}^2)$

즉,

(옆넓이)$=\frac{1}{2}\times12\times8+30\pi$

$=48+30\pi(\text{cm}^2)$

∴ (겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=18\pi+(48+30\pi)$

$=48\pi+48(\text{cm}^2)$ 답 $(48\pi+48)\text{cm}^2$

blacklabel 특강 필수개념

부채꼴의 호의 길이와 넓이 사이의 관계

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl$

06

처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm, 높이를 h cm라 하면 원뿔 A의 밑면의 반지름의 길이는 $2r$ cm, 원뿔 B의 높이는 $2h$ cm이므로

(원뿔 A의 부피)$=\frac{1}{3}\times\{\pi\times(2r)^2\}\times h$

$=\frac{4}{3}\pi r^2h\ (\text{cm}^3)$

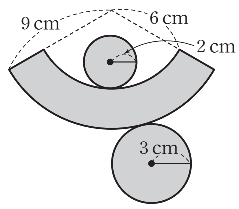
이때, $\frac{4}{3}\pi r^2h=50\pi$이므로 $r^2h=\frac{75}{2}$

∴ (원뿔 B의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times2h=\frac{2}{3}\pi r^2h$

$=\frac{2}{3}\pi\times\frac{75}{2}=25\pi(\text{cm}^3)$ 답 $25\pi\text{ cm}^3$

07

주어진 원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

=(작은 밑면의 넓이)

+(큰 밑면의 넓이)+(옆넓이)

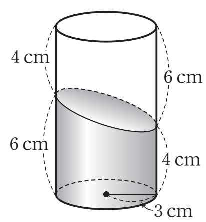
$=\pi\times2^2+\pi\times3^2+\left(\frac{1}{2}\times9\times6\pi-\frac{1}{2}\times6\times4\pi\right)$

$=4\pi+9\pi+15\pi=28\pi(\text{cm}^2)$

답 ④

08

주어진 입체도형과 똑같은 입체도형을 오른쪽 그림과 같이 단면이 꼭 맞게 포개어지도록 하면 원기둥이 만들어지고, 주어진 입체도형의 윗뚜껑을 제외한 겉넓이와 부피는 각각 이 원기둥의 겉넓이와 부피의 $\frac{1}{2}$이다. 즉,



(겉넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(\pi\times3^2)\times2+2\pi\times3\times(6+4)\}$

$=39\pi(\text{cm}^2)$

(부피)$=\frac{1}{2}\times\{\pi\times3^2\times(6+4)\}$

$=45\pi(\text{cm}^3)$

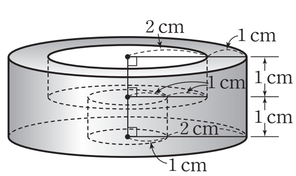
따라서 $a=39$, $b=45$이므로

$a+b=84$

답 84

09

주어진 도형을 1회전시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(위쪽 밑면의 넓이)

$=\pi\times3^2-\pi\times2^2=5\pi(\text{cm}^2)$

(가운데 밑면의 넓이)$=\pi\times2^2-\pi\times1^2$

$=3\pi(\text{cm}^2)$

(아래쪽 밑면의 넓이)

$=\pi\times3^2-\pi\times1^2=8\pi(\text{cm}^2)$

(바깥쪽 옆면의 넓이)$=2\pi\times3\times2$

$=12\pi(\text{cm}^2)$

(안쪽 옆면의 넓이)$=2\pi\times2\times1+2\pi\times1\times1$

$=6\pi(\text{cm}^2)$

따라서 회전체의 겉넓이는

$5\pi+3\pi+8\pi+12\pi+6\pi=34\pi(\text{cm}^2)$

한편, 회전체의 부피는

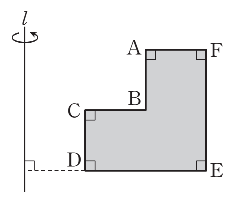
$\pi\times3^2\times2-\pi\times2^2\times1-\pi\times1^2\times1=18\pi-4\pi-\pi$

$=13\pi(\text{cm}^3)$

답 ②

blacklabel 특강 참고

회전체의 겉넓이를 구할 때에는 회전시키는 도형의 각 변이 회전한 후 생기는 면을 순서대로 고려하면 빠짐없이 중복되지 않게 구할 수 있다.
주어진 문제에서 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 오른쪽 그림과 같이 정하고 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$가 각각 회전하여 생기는 면의 넓이를 순서대로 구하면 된다.



10

구의 $\frac{1}{8}$을 잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이는 구의 겉넓이의 $\frac{7}{8}$과 반지름의 길이가 4 cm인 사분원 3개의 넓이의 합과 같으므로

(겉넓이)$=\frac{7}{8}\times4\pi\times4^2+\left(\pi\times4^2\times\frac{1}{4}\right)\times3$

$=56\pi+12\pi$

$=68\pi(\text{cm}^2)$

답 ④

11

반지름의 길이가 10 cm인 큰 쇠구슬 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times10^3=\frac{4000}{3}\pi(\text{cm}^3)$

반지름의 길이가 1 cm인 작은 쇠구슬 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times1^3=\frac{4}{3}\pi(\text{cm}^3)$

따라서 만들 수 있는 작은 쇠구슬의 최대 개수는

$\frac{4000}{3}\pi\div\frac{4}{3}\pi=\frac{4000}{3}\pi\times\frac{3}{4\pi}=1000$(개)

답 ⑤

12

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{4}{3}\pi r^3=36\pi$, $r^3=27=3^3$ $\quad\therefore r=3$

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times6=18\pi(\text{cm}^3)$,

(원기둥의 부피)$=(\pi\times3^2)\times6=54\pi(\text{cm}^3)$

답 $18\pi\text{ cm}^3$, $54\pi\text{ cm}^3$

| 다른풀이 |

(원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)$=1:2:3$이므로

(원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{2}\times$(구의 부피)$=\dfrac{1}{2}\times36\pi=18\pi(\text{cm}^3)$,

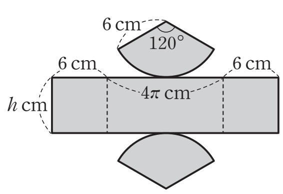
(원기둥의 부피)$=3\times$(원뿔의 부피)$=3\times18\pi=54\pi(\text{cm}^3)$

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 71~75

01 ④	02 ②	03 ③	04 384 cm^2	
05 $(115\pi-50)\text{cm}^2$		06 504 cm^2	07 ①	08 $\frac{5}{2}$
09 $5:6$	10 ②	11 ②	12 $56\pi\text{ cm}^2$	
13 $(504+4\pi)\text{cm}^2$		14 $32\pi+28$	15 ②	16 ④
17 $\frac{153}{8}\text{cm}^3$	18 6	19 ③	20 ⑤	21 320분
22 ②	23 6 cm	24 $124\pi\text{ cm}^2$		25 ②
26 2	27 ③	28 $\frac{10}{3}\pi\text{ cm}^3$		29 $105\pi\text{ cm}^3$
30 ③				

01

밑면인 부채꼴의 호의 길이는 $2\pi\times6\times\dfrac{120}{360}=4\pi(\text{cm})$



주어진 입체도형의 전개도는 위의 그림과 같으므로 겉넓이는

(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=\left(\pi\times6^2\times\dfrac{120}{360}\right)\times2+(6+4\pi+6)\times h$

$=24\pi+4\pi h+12h(\text{cm}^2)$

이때, 겉넓이가 $(44\pi+60)\text{cm}^2$이므로

$24\pi+4\pi h+12h=44\pi+60$에서

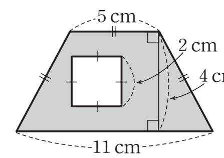
$4\pi h+12h=20\pi+60$, $\pi h+3h=5\pi+15$

$\therefore h=5$

답 ④

02

주어진 입체도형의 밑면은 오른쪽 그림과 같으므로



(밑넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times(11+5)\times4-(2\times2)$

$=28(\text{cm}^2)$

(바깥쪽 옆넓이)$=(11+5+5+5)\times8$

$=208(\text{cm}^2)$

(안쪽 옆넓이)$=(2+2+2+2)\times8$

$=64(\text{cm}^2)$

따라서 주어진 입체도형의 겉넓이는

(밑넓이)$\times2+$(바깥쪽 옆넓이)$+$(안쪽 옆넓이)

$=28\times2+208+64$

$=328(\text{cm}^2)$

답 ②

03

페인트를 칠할 때, 지면과 맞닿은 밑면은 칠하지 않으므로 페인트를 칠하게 되는 창고의 겉넓이는

(윗부분의 겉넓이)

$=\left(\dfrac{1}{2}\times\pi\times5^2\right)\times2+\left(\dfrac{1}{2}\times2\pi\times5\right)\times40$

$=25\pi+200\pi$

$=225\pi(\text{m}^2)$

(아랫부분의 겉넓이)

$=(10+40+10+40)\times2\pi=200\pi(\text{m}^2)$

$\therefore$ (창고의 겉넓이)$=225\pi+200\pi=425\pi(\text{m}^2)$

따라서 창고의 겉면을 칠하는 데 필요한 페인트 통은

$425\pi\div25\pi=17$(통)

이므로 창고의 겉면을 칠하는 데 드는 비용은

$8000\times17=136000$(원)

답 ③

blacklabel 특강 오답피하기

입체도형의 겉면을 칠하는 것이 아니라 창고의 겉면을 칠하는 것이므로 그 넓이를 구할 때, 지면과 맞닿은 창고의 밑면을 겉넓이에 포함시켜 계산하지 않도록 한다.

04

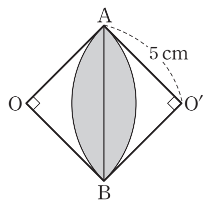
한 번 자를 때마다 정사각형 모양의 단면이 2개씩 더 생기므로 9번 자를 때, 새로 생기는 정사각형 모양의 단면의 개수는

$2\times9=18$

새로 생기는 정사각형 모양의 단면의 넓이는
$18\times(4\times4)=288(\mathrm{cm}^2)$
따라서 직육면체들의 겉넓이의 합은
$6\times(4\times4)+288=384(\mathrm{cm}^2)$ 답 $384\ \mathrm{cm}^2$

05

두 원기둥이 겹쳐진 부분의 입체도형의 밑면은 오른쪽 그림의 어두운 부분과 같으므로



(밑넓이)
$=2\times\{(\text{부채꼴 AOB의 넓이})-\triangle\mathrm{AOB}\}$
$=2\times\left(\pi\times5^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times5\times5\right)$
$=\dfrac{25}{2}\pi-25(\mathrm{cm}^2)$
(가)

또한, $\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{AO'B}=90^\circ$이므로
(밑면의 둘레의 길이)$=2\times\left(2\pi\times5\times\dfrac{90}{360}\right)=5\pi(\mathrm{cm})$
$\therefore$ (옆넓이)$=5\pi\times18=90\pi(\mathrm{cm}^2)$
(나)

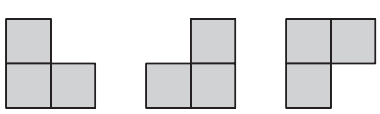
따라서 두 원기둥이 겹쳐진 부분의 입체도형의 겉넓이는
$\left(\dfrac{25}{2}\pi-25\right)\times2+90\pi$
$=115\pi-50(\mathrm{cm}^2)$
(다)

답 $(115\pi-50)\mathrm{cm}^2$

단계	채점 기준	배점
(가)	입체도형의 밑넓이를 구한 경우	40 %
(나)	입체도형의 옆넓이를 구한 경우	40 %
(다)	입체도형의 겉넓이를 구한 경우	20 %

06

[1단계]에서 보이는 정육면체의 면의 개수는
$1\times6=6$
[2단계]의 입체도형을 앞, 뒤, 위, 아래, 왼쪽, 오른쪽의 6개의 방향에서 바라볼 때의 그림은 다음과 같다.



[앞, 아래, 왼쪽] [뒤, 오른쪽] [위]

즉, [2단계]에서 보이는 정육면체의 면의 개수는
$(1+2)\times6=18$
같은 방법으로 보이는 정육면체의 면의 개수를 구하면
[3단계] : $(1+2+3)\times6=36$
[4단계] : $(1+2+3+4)\times6=60$
[5단계] : $(1+2+3+4+5)\times6=90$
[6단계] : $(1+2+3+4+5+6)\times6=126$
이때, 정육면체의 한 면의 넓이는 $2^2=4(\mathrm{cm}^2)$이므로 [6단계]의 입체도형의 겉넓이는
$126\times4=504(\mathrm{cm}^2)$ 답 $504\ \mathrm{cm}^2$

07

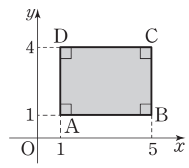
물체를 넣었다가 꺼냈을 때 내려간 수면의 높이를 h cm라 하면 그릇에서 줄어든 물의 부피는
$\pi\times8^2\times h=64\pi h(\mathrm{cm}^3)$
또한, 정육면체 모양의 물체의 부피는 $2^3=8(\mathrm{cm}^3)$
이때, 줄어든 물의 부피는 물체의 부피와 같으므로
$64\pi h=8 \qquad \therefore h=\dfrac{1}{8\pi}$
따라서 수면의 높이는 $\dfrac{1}{8\pi}$ cm 내려간다. 답 ①

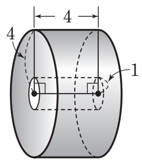
08

처음 정육면체의 부피는 $8\times8\times8=512(\mathrm{cm}^3)$
잘라 낸 정육면체 1개의 부피는 $a^3\ \mathrm{cm}^3$이고, 꼭짓점 8개에서 잘라 내므로 남은 입체도형의 부피는
$512-8a^3(\mathrm{cm}^3) \qquad \therefore x=512-8a^3$
잘린 면을 이동하여 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 처음 정육면체의 겉넓이와 같음을 알 수 있다.
즉, 잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이는
$6\times(8\times8)=384(\mathrm{cm}^2) \qquad \therefore y=384$
이때, $x-y=3$이므로
$(512-8a^3)-384=3,\ 8a^3=125$
$a^3=\dfrac{125}{8}=\left(\dfrac{5}{2}\right)^3 \qquad \therefore a=\dfrac{5}{2}$ 답 $\dfrac{5}{2}$

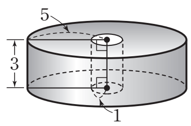
09

사각형 ABCD를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 이를 x축, y축을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 각각 [그림 1], [그림 2]와 같다.





[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]에서

$V_x=(\pi\times4^2-\pi\times1^2)\times4=60\pi$

[그림 2]에서

$V_y=(\pi\times5^2-\pi\times1^2)\times3=72\pi$

$\therefore V_x : V_y=60\pi : 72\pi=5 : 6$

답 5 : 6

10

처음 정육면체의 부피는 $6\times6\times6=216(\mathrm{cm}^3)$

사각기둥 모양인 구멍 1개의 부피는 $2\times2\times6=24(\mathrm{cm}^3)$

이때, 정육면체의 부피에서 사각기둥 모양의 구멍 3개의 부피를 빼면 정육면체의 한가운데에 있는 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체의 부피는 2번 더 빼게 된다.

따라서 주어진 입체도형의 부피는

(처음 정육면체의 부피)$-3\times$(구멍 1개의 부피)

$+2\times$(한가운데에 있는 정육면체의 부피)

$=216-3\times24+2\times(2\times2\times2)$

$=160(\mathrm{cm}^3)$

답 ②

| 다른풀이 |

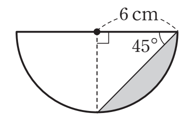
처음 정육면체는 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체 27개를 쌓아 만든 것으로 생각할 수 있고, 구멍을 각 면의 한가운데에 뚫었으므로 주어진 입체도형은 27개의 작은 정육면체 중에서 7개를 뺀 것과 같다.

즉, 20개의 작은 정육면체와 부피가 같으므로 주어진 입체도형의 부피는

$20\times(2\times2\times2)=160(\mathrm{cm}^3)$

11

통을 45°만큼 기울였을 때 통의 밑면은 오른쪽 그림과 같으므로 흘러 넘친 물의 양은



$\left(\pi\times6^2\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\times6\times6\right)\times10$

$=(9\pi+18)\times10$

$=90\pi+180(\mathrm{cm}^3)$

답 ②

12

원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

(원뿔의 옆넓이)$=\pi\times r\times10=10\pi r(\mathrm{cm}^2)$

원뿔이 $\dfrac{5}{2}$바퀴 회전하여 제자리로 되돌아오므로 반지름의 길이가 10 cm인 원 O의 넓이는 원뿔의 옆넓이의 $\dfrac{5}{2}$배이다. 즉,

$\dfrac{5}{2}\times10\pi r=\pi\times10^2 \qquad \therefore r=4$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times4^2+\pi\times4\times10=56\pi(\mathrm{cm}^2)$

답 $56\pi\ \mathrm{cm}^2$

| 다른풀이 |

원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 둘레의 길이는 $2\pi r$ cm

원뿔이 $\dfrac{5}{2}$바퀴 회전하여 제자리로 되돌아오므로 반지름의 길이가 10 cm인 원 O의 둘레의 길이는 원뿔의 밑면의 둘레의 길이의 $\dfrac{5}{2}$배이다. 즉,

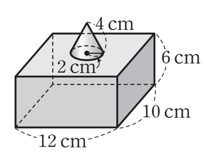
$\dfrac{5}{2}\times2\pi r=2\pi\times10 \qquad \therefore r=4$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times4^2+\pi\times4\times10=56\pi(\mathrm{cm}^2)$

13

주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

=(원뿔의 옆넓이)+(직육면체의 겉넓이)

−(원뿔의 밑넓이)

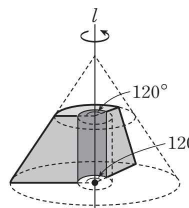
$=(\pi\times2\times4)+2\times(12\times10+10\times6+12\times6)-(\pi\times2^2)$

$=8\pi+504-4\pi$

$=504+4\pi(\mathrm{cm}^2)$

답 $(504+4\pi)\ \mathrm{cm}^2$

14



주어진 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 하여 120°만큼 회전시킬 때 생기는 입체도형은 위의 그림과 같이 원뿔대의 중앙에 원기둥 모양의 구멍이 뚫린 입체도형을 회전축 l을 포함하고 밑면에 수직인 평면으로 삼등분한 것 중 하나와 같으므로

(두 밑면의 넓이의 합)

$$=\left(\pi\times3^2\times\frac{120}{360}-\pi\times1^2\times\frac{120}{360}\right)+\left(\pi\times6^2\times\frac{120}{360}-\pi\times1^2\times\frac{120}{360}\right)$$

$$=\frac{8}{3}\pi+\frac{35}{3}\pi=\frac{43}{3}\pi$$

(원뿔대 부분의 옆넓이) $=\pi\times6\times10\times\frac{120}{360}-\pi\times3\times5\times\frac{120}{360}$

$=20\pi-5\pi=15\pi$

(원기둥 부분의 옆넓이) $=2\pi\times1\times\frac{120}{360}\times4=\frac{8}{3}\pi$

(사다리꼴 모양의 옆넓이) $=\left\{\frac{1}{2}\times(2+5)\times4\right\}\times2$

$=28$

따라서 주어진 회전체의 겉넓이는

$\frac{43}{3}\pi+15\pi+\frac{8}{3}\pi+28=32\pi+28$ 답 $32\pi+28$

15

처음 정사면체의 한 면의 넓이를 S라 하면 잘라 낸 정사면체의 한 면의 넓이는 $\frac{1}{9}S$이다.

처음 정사면체의 한 면에 대하여 잘라 낸 정삼각형이 3개씩이고, 잘린 단면마다 정삼각형 1개가 생겼으므로

$A=4\times\left(S-3\times\frac{1}{9}S\right)+4\times\frac{1}{9}S=\frac{28}{9}S$

잘라 낸 정사면체 1개의 겉넓이는 $4\times\frac{1}{9}S=\frac{4}{9}S$이고, 모두 4개의 정사면체를 잘라 내었으므로

$B=4\times\frac{4}{9}S=\frac{16}{9}S$

$\therefore \frac{A}{B}=\frac{28}{9}S\div\frac{16}{9}S=\frac{7}{4}$ 답 ②

blacklabel 특강 참고

중학교 3학년 과정에서 수의 범위를 실수로 확장하면 다음과 같이 해결할 수 있다.
처음 정사면체의 한 모서리의 길이를 $3a$라 하면 잘라 낸 정사면체의 한 모서리의 길이는 a이다.
잘라 낸 4개의 정사면체의 겉넓이의 합은

$B=4\times\left\{4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2\right)\right\}=4\sqrt{3}a^2$

잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이는

$A=4\times$(처음 정사면체의 한 면에서 남은 부분의 넓이)
$+4\times$(잘린 단면 1개의 넓이)

$=4\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(3a)^2-3\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2\right)\right\}+4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2\right)$

$=9\sqrt{3}a^2-3\sqrt{3}a^2+\sqrt{3}a^2=7\sqrt{3}a^2$

$\therefore \frac{A}{B}=\frac{7\sqrt{3}a^2}{4\sqrt{3}a^2}=\frac{7}{4}$

16

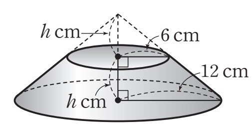
주어진 전개도를 옆면으로 하는 원뿔대의 큰 밑면의 반지름의 길이를 r_1 cm라 하면

$2\pi\times20\times\frac{216}{360}=2\pi r_1 \qquad \therefore r_1=12$

작은 밑면의 반지름의 길이를 r_2 cm라 하면

$2\pi\times10\times\frac{216}{360}=2\pi r_2 \qquad \therefore r_2=6$

즉, 원뿔대는 오른쪽 그림과 같고, 원뿔대의 높이를 h cm라 하면 부피가 672π cm^{3}이므로



$\left(\frac{1}{3}\times\pi\times12^2\times2h\right)-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times h\right)=672\pi$

$84\pi h=672\pi \qquad \therefore h=8$

따라서 원뿔대의 높이는 8 cm이다. 답 ④

17

삼각뿔 O$-$EFG에서 $\overline{\text{EF}}=\overline{\text{FG}}=3$ cm, $\overline{\text{OF}}=6$ cm이므로

(삼각뿔 O$-$EFG의 부피) $=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times6$

$=9$(cm^3)

삼각뿔 O$-$PBQ에서 $\overline{\text{BP}}=\overline{\text{BQ}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{3}{2}$ cm,

$\overline{\text{OB}}=\overline{\text{BF}}=3$ cm이므로

(삼각뿔 O$-$PBQ의 부피) $=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times3$

$=\frac{9}{8}$(cm^3)

즉, 잘라 낸 삼각뿔대의 부피는

$9-\frac{9}{8}=\frac{63}{8}$(cm^3)

이때, 정육면체의 부피는 $3\times3\times3=27(\text{cm}^3)$이므로 삼각뿔대를 잘라 내고 남은 입체도형의 부피는

$27-\dfrac{63}{8}=\dfrac{153}{8}(\text{cm}^3)$ 답 $\dfrac{153}{8}$ cm^3

18

원뿔대의 큰 밑면의 반지름의 길이는 6 m이므로 원뿔대의 부피를 V_1 m^3라 하면

$V_1=\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times4\right)-\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times2\right)=42\pi$

원기둥의 부피를 V_2 m^3라 하면

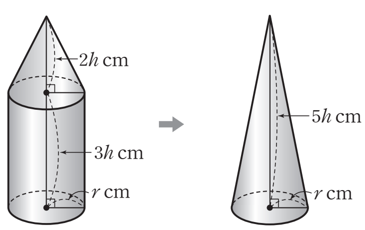
$V_2=\pi\times6^2\times7=252\pi$

따라서 $V_1=\dfrac{1}{a}V_2$, 즉 $V_2=aV_1$에서

$252\pi=42\pi a$ $\quad\therefore a=\dfrac{252\pi}{42\pi}=6$ 답 6

19

원뿔과 원기둥의 높이를 각각 $2h$ cm, $3h$ cm라 하고, 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 처음 입체도형은 [그림 1], 최대한 큰 원뿔이 되도록 깎아 만든 입체도형은 [그림 2]와 같다.



[그림 1] [그림 2]

$([\text{그림 }1]\text{의 부피})=\pi r^2\times3h+\dfrac{1}{3}\times\pi r^2\times2h$

$=\dfrac{11}{3}\pi r^2h(\text{cm}^3)$

$([\text{그림 }2]\text{의 부피})=\dfrac{1}{3}\times\pi r^2\times5h$

$=\dfrac{5}{3}\pi r^2h(\text{cm}^3)$

이때, 두 입체도형의 부피의 차는 18 cm^3이므로

$\left(\dfrac{11}{3}-\dfrac{5}{3}\right)\pi r^2h=18$

$2\pi r^2h=18$ $\quad\therefore \pi r^2h=9$

따라서 최대한 크게 새로 만든 원뿔, 즉 [그림 2]의 부피는

$\dfrac{5}{3}\pi r^2h=\dfrac{5}{3}\times9=15(\text{cm}^3)$ 답 ③

20

처음 삼각기둥의 부피는

$\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\right)\times5=40(\text{cm}^3)$

꼭짓점 E를 포함하는 입체도형은 밑면이 $\triangle$EFP이고 높이가 $\overline{\text{DF}}$인 삼각뿔이다.

이때, $\overline{\text{BP}}=x$ cm라 하면 $\overline{\text{EP}}=(5-x)$cm이므로

$V_2=\dfrac{1}{3}\times\left\{\dfrac{1}{2}\times4\times(5-x)\times4\right\}=\dfrac{8}{3}(5-x)$

$V_1=40-\dfrac{8}{3}(5-x)$

이때, $V_1=4V_2$이므로

$40-\dfrac{8}{3}(5-x)=4\times\dfrac{8}{3}(5-x)$

$120-8(5-x)=32(5-x)$, $40x=80$

$\therefore x=2$ $\quad\therefore \overline{\text{BP}}=2$ cm 답 ⑤

21

5분 동안 넣은 물의 양은

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times10=\dfrac{250}{3}\pi$ ㈎

따라서 1분 동안 넣은 물의 양은

$\dfrac{250}{3}\pi\div5=\dfrac{50}{3}\pi$ ㈏

원뿔 모양의 그릇의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times20^2\times40=\dfrac{16000}{3}\pi$ ㈐

빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면

$\dfrac{16000}{3}\pi=\dfrac{50}{3}\pi x$

$\therefore x=\dfrac{16000}{3}\pi\div\dfrac{50}{3}\pi=320$

따라서 320분이 걸린다. ㈑

답 320분

단계	채점 기준	배점
㈎	5분 동안 넣은 물의 양을 구한 경우	20 %
㈏	1분 동안 넣은 물의 양을 구한 경우	30 %
㈐	원뿔 모양의 그릇의 부피를 구한 경우	20 %
㈑	빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구한 경우	30 %

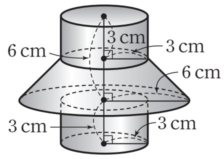
22

삼각형 DEF에서

$\angle DEF = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$이므로

$\triangle DEF$는 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE} = \overline{FD} = 6$ cm이므로 주어진 평면도형을 회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



∴ (입체도형의 부피)

$= 2 \times$(원기둥의 부피)$+$(원뿔대의 부피)

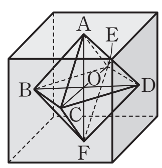
$= 2 \times (\pi \times 3^2 \times 3) + \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\right)$

$= 54\pi + 72\pi - 9\pi = 117\pi(\text{cm}^3)$ 답 ②

23 해결단계

❶ 단계	정팔면체를 이루는 정사각뿔의 부피를 정육면체의 한 모서리의 길이로 나타낸다.
❷ 단계	정팔면체의 부피를 정육면체의 한 모서리의 길이로 나타낸다.
❸ 단계	정육면체의 한 모서리의 길이를 구한다.

주어진 정팔면체는 오른쪽 그림과 같이 사각형 BCDE를 밑면으로 하는 두 정사각뿔 A−BCDE, F−BCDE를 붙여 놓은 것이다.



이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 사각형 BCDE의 두 대각선의 교점을 O라 하면

$\overline{AF} = \overline{BD} = \overline{CE} = a$ cm, $\overline{OA} = \overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{AF} = \frac{1}{2}a(\text{cm})$

이때, 정팔면체는 합동인 두 정사각뿔로 이루어져 있고, 정사각뿔의 밑면인 사각형 BCDE의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{CE} = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2}a^2(\text{cm}^2)$

즉, 정사각뿔 A−BCDE의 부피는

$\frac{1}{3} \times$(사각형 BCDE의 넓이)$\times \overline{OA} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}a^2 \times \frac{1}{2}a$

$= \frac{1}{12}a^3(\text{cm}^3)$

따라서 정팔면체의 부피는

$2 \times$(정사각뿔 A−BCDE의 부피)$= 2 \times \frac{1}{12}a^3$

$= \frac{1}{6}a^3(\text{cm}^3)$

이때, 정팔면체의 부피가 36 cm^3이므로

$\frac{1}{6}a^3 = 36$, $a^3 = 216 = 6^3$ ∴ $a = 6$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

24

주어진 입체도형의 겉넓이는

(작은 반구의 겉넓이)$+$(큰 반구의 겉넓이)

$+$(큰 원의 넓이)$-$(작은 원의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times 4\pi \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2 + \pi \times 6^2 - \pi \times 4^2$

$= 32\pi + 72\pi + 36\pi - 16\pi$

$= 124\pi(\text{cm}^2)$ 답 124π cm^2

25

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면 구의 겉넓이가 144π cm^2이므로

$4\pi r^2 = 144\pi$, $r^2 = 36 = 6^2$

∴ $r = 6$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$6 \times 2 = 12(\text{cm})$

이므로 정육면체의 겉넓이는

$(12 \times 12) \times 6 = 864(\text{cm}^2)$ 답 ②

26

상자 A 안에 들어 있는 공 1개의 반지름의 길이는 5 cm이므로 상자 A 안에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 합은

$8 \times (4\pi \times 5^2) = 800\pi(\text{cm}^2)$

∴ $a = 800\pi$

상자 B 안에 들어 있는 공 1개의 반지름의 길이는 $\frac{5}{2}$ cm이므로 상자 B 안에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 합은

$64 \times \left\{4\pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2\right\} = 1600\pi(\text{cm}^2)$

∴ $b = 1600\pi$

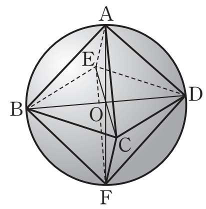
∴ $\frac{b}{a} = \frac{1600\pi}{800\pi} = 2$ 답 2

27

구의 부피를 $V_1\,\text{cm}^3$라 하면

$V_1=\frac{4}{3}\pi\times 6^3=288\pi$

정팔면체가 구 안에 꼭 맞게 들어 있으므로 오른쪽 그림에서



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$

$=6\text{ cm}$

이때, 정팔면체는 합동인 두 정사각뿔로 이루어져 있고 정사각뿔 A−BCDE의 밑면인 사각형 BCDE의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{CE}=\frac{1}{2}\times 12\times 12=72(\text{cm}^2)$

즉, 정사각뿔 A−BCDE의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\text{사각형 BCDE의 넓이})\times\overline{OA}=\frac{1}{3}\times 72\times 6=144(\text{cm}^3)$

정팔면체의 부피를 $V_2\,\text{cm}^3$라 하면

$V_2=2\times(\text{정사각뿔 A−BCDE의 부피})=2\times 144=288$

$\therefore \frac{V_1}{V_2}=\frac{288\pi}{288}=\pi$

따라서 구의 부피는 정팔면체의 부피의 π배이다. **답** ③

28

원기둥의 높이는 $2\times 4=8(\text{cm})$이므로

(빈 공간의 부피)

$=(\text{원기둥의 부피})-3\times(\text{구의 부피})-(\text{원뿔의 부피})$

$=\pi\times 1^2\times 8-3\times\frac{4}{3}\pi\times 1^3-\frac{1}{3}\times\pi\times 1^2\times 2$

$=8\pi-4\pi-\frac{2}{3}\pi=\frac{10}{3}\pi(\text{cm}^3)$

따라서 필요한 물의 양은 $\frac{10}{3}\pi\text{ cm}^3$이다. **답** $\frac{10}{3}\pi\text{ cm}^3$

29

반구의 반지름의 길이와 원기둥의 높이를 각각 $3r$ cm, $5r$ cm라 하면 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 $3r$ cm이므로 처음 비누의 부피는

$\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\times(3r)^3+\pi\times(3r)^2\times 5r=18\pi r^3+45\pi r^3$

$=63\pi r^3(\text{cm}^3)$

비누를 깎아서 가장 큰 구를 만들 때, 구의 반지름의 길이는 $3r$ cm이므로 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times(3r)^3=36\pi r^3(\text{cm}^3)$

이때, 두 비누의 부피의 차는 $45\pi\text{ cm}^3$이므로

$63\pi r^3-36\pi r^3=45\pi$, $27\pi r^3=45\pi$

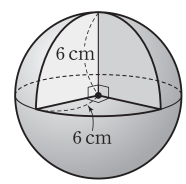
$\therefore r^3=\frac{45}{27}=\frac{5}{3}$

따라서 처음 비누의 부피는

$63\pi r^3=63\pi\times\frac{5}{3}=105\pi(\text{cm}^3)$ **답** $105\pi\text{ cm}^3$

30

공이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 구의 $\frac{1}{8}$을 잘라 내고 남은 부분의 부피와 같다.



$\therefore$ (공이 움직일 수 있는 공간의 부피)

$=\frac{7}{8}\times\left(\frac{4}{3}\pi\times 6^3\right)=252\pi(\text{cm}^3)$ **답** ③

Step 3	종합 사고력 도전 문제	pp. 76~77
01 24 cm	**02** (1) 460 cm^3 (2) 5.4 cm	**03** 624 cm^2
04 7 : 6 : 5 **05** $\frac{208}{3}\pi\text{ cm}^3$	**06** $\left(\frac{1}{3}\pi+\frac{1}{2}\right)r^3$	
07 72π	**08** 12분	

01 해결단계

❶ 단계	6개의 컵에 담긴 주스의 부피의 합을 구한다.
❷ 단계	처음 통에 담겨 있던 주스의 높이를 구한다.

원뿔 모양의 컵의 윗면의 반지름의 길이는 $\frac{12}{2}=6(\text{cm})$이므로

6개의 컵에 담긴 주스의 부피의 합은

$6\times\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 18\right)=1296\pi(\text{cm}^3)$

처음 통에 담겨 있던 주스의 높이를 h cm라 하면

$\pi\times9^2\times h=(\pi\times9^2\times8)+1296\pi$

$81\pi h=1944\pi$ $\therefore h=24$

따라서 처음 통에 담겨 있던 주스의 높이는 24 cm이다.

답 24 cm

02 해결단계

(1)	❶ 단계	㈏의 과정까지 시행 한 후, 수조 A에만 담긴 물의 부피를 구한다.
(2)	❷ 단계	㈐의 과정까지 시행 한 후, 수조 A에 담긴 물의 부피를 구한다.
	❸ 단계	수조 A에 담긴 물의 높이를 구한다.

(1) 수조 B가 들어 있지 않은 상태에서 수조 A의 물의 높이가 5 cm가 되도록 물을 부었을 때, 물의 부피는

$10\times10\times5=500(\text{cm}^3)$

수조 B에 물의 높이가 5 cm가 되도록 물을 부었을 때, 물의 부피는

$4\times2\times5=40(\text{cm}^3)$

따라서 ㈏의 과정까지 시행한 후, 수조 B가 들어 있는 부분을 제외한 수조 A에만 담긴 물의 부피는

$500-40=460(\text{cm}^3)$

(2) 수조 B에 가득 담긴 물의 부피는

$4\times2\times10=80(\text{cm}^3)$

수조 B의 물을 수조 A에 모두 부으면 수조 A에 담긴 물의 부피는

$80+460=540(\text{cm}^3)$

수조 A에 담긴 540 cm^3의 물의 높이를 h cm라 하면

$540=10\times10\times h$ $\therefore h=\dfrac{540}{100}=5.4$

따라서 수조 A에 담긴 물의 높이는 5.4 cm이다.

답 (1) 460 cm^3 (2) 5.4 cm

03 해결단계

❶ 단계	[그림 1]의 바깥쪽 부분의 넓이를 구한다.
❷ 단계	[그림 1]의 안쪽 부분의 넓이를 구한다.
❸ 단계	[그림 1]의 겉넓이를 구한다.

[그림 1]의 바깥쪽 부분은 넓이가 $4\times2=8(\text{cm}^2)$인 면이 16개, 넓이가 $4\times3=12(\text{cm}^2)$인 면이 16개, 넓이가 $2\times3=6(\text{cm}^2)$인 면이 16개이므로 [그림 1]의 바깥쪽 부분의 넓이는

$(8+12+6)\times16=416(\text{cm}^2)$

[그림 1]의 가운데에는 [그림 2]와 같은 모양의 공간이 비어 있으므로 [그림 1]의 안쪽 부분의 넓이는 [그림 2]의 겉넓이에서 [그림 1]의 바깥 표면의 뚫린 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

즉, [그림 1]의 안쪽 부분은 넓이가 $4\times2=8(\text{cm}^2)$인 면이 8개, 넓이가 $4\times3=12(\text{cm}^2)$인 면이 8개, 넓이가 $2\times3=6(\text{cm}^2)$인 면이 8개이므로 [그림 1]의 안쪽 부분의 넓이는

$(8+12+6)\times8=208(\text{cm}^2)$

따라서 [그림 1]의 입체도형의 겉넓이는

$416+208=624(\text{cm}^2)$

답 624 cm^2

04 해결단계

❶ 단계	처음 삼각기둥의 부피를 구한다.
❷ 단계	V_1과 V_3을 구한다.
❸ 단계	V_2를 구한다.
❹ 단계	$V_1:V_2:V_3$을 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

처음 삼각기둥의 부피는

$\dfrac{1}{2}\times4\times4\times6=48$

V_1은 사다리꼴 BPQC를 밑면으로 하는 사각뿔의 부피이므로

$V_1=\dfrac{1}{3}\times\left\{\dfrac{1}{2}\times(3+4)\times4\right\}\times4=\dfrac{56}{3}$

V_3은 사다리꼴 PEFQ를 밑면으로 하는 사각뿔의 부피이므로

$V_3=\dfrac{1}{3}\times\left\{\dfrac{1}{2}\times(2+3)\times4\right\}\times4=\dfrac{40}{3}$

따라서 V_2의 부피는

$(\text{처음 삼각기둥의 부피})-V_1-V_3=48-\dfrac{56}{3}-\dfrac{40}{3}=16$

따라서

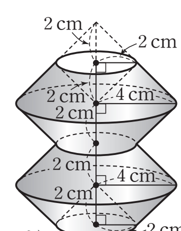
$V_1:V_2:V_3=\dfrac{56}{3}:16:\dfrac{40}{3}=7:6:5$

답 $7:6:5$

05 해결단계

❶ 단계	회전체의 겨냥도를 그리고, 부피를 구하는 방법을 설명한다.
❷ 단계	입체도형의 부피를 구한다.

1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 회전체의 부피는 4개의 원뿔대의 부피의 합에서 2개의 원뿔의 부피의 합을 뺀 것과 같다.



따라서 구하는 부피는

$4\times(\text{원뿔대 1개의 부피})-2\times(\text{원뿔 1개의 부피})$

$=4\times\left\{\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times4\right)-\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\right)\right\}$
$-2\times\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\right)$

$=4\times\dfrac{56}{3}\pi-2\times\dfrac{8}{3}\pi=\dfrac{208}{3}\pi(\text{cm}^3)$

답 $\dfrac{208}{3}\pi$ cm^3

06 해결단계

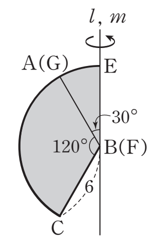
❶단계	원기둥 모양의 탱크의 높이를 구한다.
❷단계	사각기둥 모양의 탱크의 높이를 구한다.
❸단계	원기둥, 구, 사각기둥 모양의 탱크의 부피를 각각 구한다.
❹단계	가장 많은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피와 가장 적은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피의 차를 구한다.

(나)에서 구 모양의 탱크의 겉넓이는 $4\pi r^2$이다.
(가)에서 원기둥 모양의 탱크의 높이를 h_1이라 하면 원기둥 모양의 탱크와 구 모양의 탱크의 겉넓이가 같으므로
$\pi r^2\times2+2\pi r\times h_1=4\pi r^2$, $2\pi rh_1=2\pi r^2$
$h_1=\dfrac{2\pi r^2}{2\pi r}$ $\quad\therefore h_1=r$ ……㉠
(다)에서 사각기둥 모양의 탱크의 높이를 h_2라 하면 사각기둥 모양의 탱크와 구 모양의 탱크의 겉넓이가 같으므로
$r\times r\times2+4r\times h_2=4\pi r^2$, $4rh_2=4\pi r^2-2r^2$
$h_2=\dfrac{4\pi r^2-2r^2}{4r}$ $\quad\therefore h_2=\pi r-\dfrac{1}{2}r$ ……㉡
원기둥 모양의 탱크의 부피는
$\pi r^2\times h_1=\pi r^2\times r=\pi r^3$ ($\because$ ㉠)
구 모양의 탱크의 부피는 $\dfrac{4}{3}\pi r^3$
사각기둥 모양의 탱크의 부피는
$r\times r\times h_2=r^2\times\left(\pi r-\dfrac{1}{2}r\right)$ ($\because$ ㉡)
$=\pi r^3-\dfrac{1}{2}r^3$
이때, $r>0$이므로
$\pi r^3-\dfrac{1}{2}r^3<\pi r^3<\dfrac{4}{3}\pi r^3$
즉, 가장 많은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피와 가장 작은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피의 차는
$\dfrac{4}{3}\pi r^3-\left(\pi r^3-\dfrac{1}{2}r^3\right)=\dfrac{1}{3}\pi r^3+\dfrac{1}{2}r^3$
$=\left(\dfrac{1}{3}\pi+\dfrac{1}{2}\right)r^3$ 답 $\left(\dfrac{1}{3}\pi+\dfrac{1}{2}\right)r^3$

07 해결단계

❶단계	주어진 두 부채꼴의 한 변이 겹치도록 이어 붙여 원의 일부가 되는 것을 확인한다.
❷단계	$S+2T$가 의미하는 입체도형의 겉넓이가 무엇인지 파악한다.
❸단계	$\dfrac{1}{3}S+\dfrac{2}{3}T$의 값을 구한다.

두 직선 l과 m을 같은 회전축으로 두고 두 부채꼴 ABC와 EFG를 $\overline{\text{AB}}$와 $\overline{\text{GF}}$가 겹치도록 이어 붙여 보면 오른쪽 그림과 같이 부채꼴 EBC는 반지름의 길이가 6, 중심각의 크기가 150°인 부채꼴이 된다.



$\therefore \dfrac{1}{3}S+\dfrac{2}{3}T$
$=\dfrac{1}{3}(S+2T)$
$=\dfrac{1}{3}\{$(구의 겉넓이)$+4\times$(원뿔의 옆넓이)$\}$
$=\dfrac{1}{3}\{4\pi\times6^2+4\times(\pi\times3\times6)\}$
$=\dfrac{1}{3}\times216\pi=72\pi$ 답 72π

08 해결단계

❶단계	물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 될 때까지 걸리는 시간을 구한다.
❷단계	물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 된 이후 물이 완전히 다 빠져나갈 때까지 걸리는 시간을 구한다.
❸단계	가득 찬 물이 완전히 빠지는 데 걸리는 시간을 구한다.

물이 가득 찬 상태에서 물을 빼기 시작하여 물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 될 때까지는 총 7개의 구멍에서 물이 빠져나간다.
물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 될 때까지 빠져나간 물의 부피는 높이가 $\overline{\text{OA}}$인 원뿔대의 부피와 같으므로
$\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times12\right)-\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6\right)=126\pi(\text{cm}^3)$
구멍 1개당 1분에 $3\pi\ \text{cm}^3$씩 일정한 속도로 물이 빠져나가므로 물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 될 때까지 걸리는 시간을 x분이라 하면
$126\pi=7\times3\pi\times x$ $\quad\therefore x=6$
즉, 6분이 걸린다.
또한, 물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 된 이후 1개의 구멍에서만 물이 빠져나간다.
물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 된 이후 완전히 다 빠져나간 물의 부피는 높이가 $\overline{\text{AB}}$인 원뿔의 부피와 같으므로
$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6=18\pi(\text{cm}^3)$
구멍 1개당 1분에 $3\pi\ \text{cm}^3$씩 일정한 속도로 물이 빠져나가므로 물의 높이가 $\overline{\text{AB}}$가 된 이후 완전히 다 빠져나갈 때까지 걸리는 시간을 y분이라 하면
$18\pi=3\pi\times y$ $\quad\therefore y=6$
즉, 6분이 걸린다.
따라서 가득 찬 물이 완전히 빠지는 데 걸리는 시간은
$x+y=6+6=12$(분) 답 12분

IV 통계

08 도수분포표와 그래프

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 81

01 ㄱ, ㄹ	02 ③	03 60 %	04 ④, ⑤	05 ②

01

ㄱ. 전체 학생 수는 $4+6+3+2=15$(명)
ㄴ. 잎이 가장 적은 줄기는 잎이 2개인 3이다.
ㄷ. 통화 시간이 20분 미만인 학생 수는 $4+6=10$(명)
ㄹ. 통화 시간이 긴 것부터 순서대로 나열하면 33분, 31분, 24분, 23분, 22분, 19분, …이므로 통화 시간이 5번째로 긴 학생의 통화 시간은 22분이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄹ

02

① 계급의 크기는 $30-0=30$(분)
② $5+12+A+9+4=40$ $\therefore A=10$
③ TV를 전혀 보지 않는 학생이 있는지는 알 수 없다.
④ 도수가 가장 큰 계급은 30분 이상 60분 미만이므로 이 계급에 가장 많은 학생이 속해 있다.
⑤ TV 시청 시간이 120분 이상인 학생은 4명, 90분 이상인 학생은 $9+4=13$(명)이므로 TV 시청 시간이 12번째로 긴 학생이 속하는 계급은 90분 이상 120분 미만이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

03

나이가 25세 이상 35세 미만인 회원 수는
$25-(4+6+4)=11$(명)
이때, 나이가 35세 미만인 회원 수는 $4+11=15$(명)이므로
전체의 $\frac{15}{25}\times100=60(\%)$이다. 답 60 %

| 다른풀이 |
전체 동호회 회원은 25명이고, 히스토그램에서 나이가 35세 이상인 회원 수는 $6+4=10$(명)이므로
나이가 35세 이상인 회원은 전체의
$\frac{10}{25}\times100=40(\%)$
따라서 나이가 35세 미만인 회원은 전체의
$100-40=60(\%)$

04

① 계급의 개수는 6이다.
② 계급의 크기는 $650-640=10$(점)
③ 점수가 645점인 날이 속하는 계급은 640점 이상 650점 미만이므로 도수는 2이다.
④ 670점 이상의 점수를 기록한 날 수는
$15+12+3=30$(일)
⑤ 계급의 크기는 10점이고, 전체 도수가
$2+8+10+15+12+3=50$이므로 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
$10\times50=500$
따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

05

① 1반의 전체 학생 수는 $3+5+8+4+3+2=25$(명)
2반의 전체 학생 수는 $4+9+6+3+2+1=25$(명)
즉, 두 반의 전체 학생 수는 같다.
② 과학 실험 점수가 우수한 학생이 속하는 계급인 90점 이상 100점 미만에 1반 학생 수가 더 많지만 정확한 점수는 알 수 없으므로 과학 실험 점수가 가장 우수한 학생이 어느 반에 있는지는 알 수 없다.
③ 1반의 과학 실험 점수가 70점 미만인 학생 수는
$3+5+8=16$(명)
2반의 과학 실험 점수가 70점 미만인 학생 수는
$4+9+6=19$(명)
즉, 과학 실험 점수가 70점 미만인 학생은 1반보다 2반이 더 많다.
④ 과학 실험 점수가 55점인 학생이 속하는 계급은 50점 이상 60점 미만이고, 이 계급에 속하는 1반 학생은 5명, 2반 학생은 9명이므로 2반이 1반보다 4명 더 많다.

⑤ 1반에 대한 그래프가 2반에 대한 그래프보다 전체적으로 오른쪽에 치우쳐 있으므로 1반의 과학 실험 점수가 2반보다 더 좋다고 할 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

blacklabel 특강 풀이첨삭

⑤ 그래프에서 과학 실험 점수가 60점 미만인 학생 수는 2반이 1반보다 많고 과학 실험 점수가 60점 이상인 학생 수는 1반이 2반보다 많으므로 전체적으로 1반이 2반보다 과학 실험 점수가 높은 학생들이 많다고 할 수 있다.

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 82~85

01 ③, ⑤	02 10분	03 30	04 ④	05 8명
06 6	07 25명	08 ②	09 ①	10 18개
11 12	12 42 %	13 ③	14 ②	15 16
16 ③	17 384	18 ③		

01

① 줄넘기 기록이 가장 좋은 학생의 기록은 88회이고 B 모둠에 있다.

② A 모둠에서 줄넘기 기록이 가장 좋은 학생의 기록은 77회이고, 이 변량이 속한 줄기는 7이다.

③ 두 모둠 전체에서 줄넘기 기록을 좋은 것부터 순서대로 나열하면 88회, 78회, 77회, 76회, 75회, …이므로 줄넘기 기록이 네 번째로 좋은 학생의 기록 76회는 B 모둠에 있다.

④ A 모둠에서 줄넘기 기록이 65회 이하인 경우는 59회, 65회이고, B 모둠에서 줄넘기 기록이 65회 이하인 경우는 57회, 59회, 62회, 65회, 65회이므로 줄넘기 기록이 65회 이하인 학생 수는 A 모둠보다 B 모둠이 더 많다.

⑤ A 모둠의 평균은

$\frac{59+65+68+69+73+74+75+77}{8}=70(\text{회})$

B 모둠의 평균은

$\frac{57+59+62+65+65+66+74+76+78+88}{10}=69(\text{회})$

즉, A 모둠의 평균이 B 모둠의 평균보다 더 높다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

02

전체 학생 수는 $4+6+6+7+2=25(\text{명})$

즉, 전체 학생의 $\frac{1}{5}$은 $25\times\frac{1}{5}=5(\text{명})$

이때, 게임 시간이 긴 것부터 순서대로 나열하면

56분, 51분, 48분, 47분, 46분, …

이므로 게임 중독 여부 검사 대상이 되는 학생 5명 중에서 게임 시간이 가장 긴 학생의 게임 시간은 56분, 게임 시간이 가장 짧은 학생의 게임 시간은 46분이다.

따라서 구하는 차는 $56-46=10(\text{분})$ 답 10분

blacklabel 특강 오답피하기

게임 시간이 긴 순서대로 전체 학생의 상위 $\frac{1}{5}$이 검사 대상이므로 마지막 줄기의 마지막 잎부터 차례대로 세어 확인한다.

03

10일 동안의 자유투 성공 횟수의 총합은

$9+19+19+21+24+24+24+30+31+33=234(\text{회})$

이때, 주어진 줄기와 잎 그림에서 가장 자주 나온 값은 24회이므로 11일 동안의 자유투 성공 횟수의 평균은 24회이어야 한다.

즉, $\frac{234+n}{11}=24$이므로

$234+n=264 \qquad \therefore n=30$ 답 30

04

전체 학생은 40명이므로

$15+a+b+9+4+c=40$

$\therefore a+b+c=12$

이때, $a:b:c=2:3:1$이므로

$c=\frac{1}{2+3+1}\times12=2$

따라서 40분 이상 60분 미만인 학생 수는

$4+c=4+2=6(\text{명})$

이므로 전체의 $\frac{6}{40}\times100=15(\%)$이다. 답 ④

다른풀이

$a:b:c=2:3:1$이므로 $a=2c$, $b=3c$라 하자.

전체 학생은 40명이므로 $15+a+b+9+4+c=40$에서

$15+2c+3c+9+4+c=40$

$6c=12 \qquad \therefore c=2$

따라서 40분 이상 60분 미만인 학생 수는 $4+c=4+2=6$(명)

이므로 전체의 $\frac{6}{40}\times 100=15(\%)$이다.

05

받은 문자 메시지가 40개 미만인 학생 수는

$2+4+10=16$(명)

이때, 전체 학생 수를 x라 하면 받은 문자 메시지의 개수가 40개 미만인 학생이 전체 40 %이므로

$\frac{16}{x}\times 100=40 \qquad \therefore x=40$

받은 문자 메시지가 40개 이상 50개 미만인 학생이 전체의 35 % 이므로 이 계급의 도수는

$40\times\frac{35}{100}=14$

따라서 받은 문자 메시지가 50개 이상 60개 미만인 학생 수는

$40-(2+4+10+14+2)=8$(명) 답 8명

06

운동 시간이 4시간 미만인 학생 수는 $6+10=16$(명)

전체 학생 수를 x라 하면 조건 ㈎에서

$\frac{16}{x}\times 100=50 \qquad \therefore x=32$

전체 학생은 32명이므로

$6+10+a+b+3=32 \qquad \therefore a+b=13 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또한, 조건 ㈏에서 운동 시간이 10번째로 긴 학생이 속한 계급이 4시간 이상 6시간 미만이어야 하므로 운동 시간이 6시간 이상인 학생 수는 9 이하가 되어야 한다.

즉, $3+b$의 값이 9 이하가 되어야 하므로 b의 값은

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 하나이다.

이때, ㉠에서

$b=0$일 때 a의 값은 가장 크고 그 값은 13

$b=6$일 때 a의 값은 가장 작고 그 값은 7

따라서 구하는 차는 $13-7=6$이다. 답 6

07

35점, 40점, 50점을 각각 받은 학생은 반드시 3번 문항을 맞혔고, 이들의 수는 $8+6+4=18$(명)이다.

㈎

따라서 3번 문항의 정답자 22명 중에서 $22-18=4$(명)은 3번 문항 하나만 맞혀 25점을 받았으므로 1번과 2번 문항을 맞히고 3번 문항을 틀려 25점을 받은 학생 수는 $15-4=11$(명)이다.

㈏

즉, 세 문제 중에서 두 문제만 맞힌 학생은 1번과 2번 문항을 맞히고 3번 문항을 틀려 25점을 받은 11명, 1번과 3번 문항을 맞히고 2번 문항을 틀려 35점을 받은 8명, 2번과 3번 문항을 맞히고 1번 문항을 틀려 40점을 받은 6명이므로 구하는 학생 수는

$11+8+6=25$(명)

㈐

답 25명

단계	채점 기준	배점
㈎	반드시 3번 문항을 맞힌 학생 수를 구한 경우	30%
㈏	1번과 2번 문항을 맞히고 3번 문항을 틀려 25점을 받은 학생 수를 구한 경우	40%
㈐	세 문제 중에서 두 문제만 맞힌 학생 수를 구한 경우	30%

blacklabel 특강 풀이첨삭

해당 점수를 얻기 위해 맞혀야 하는 문항 번호는 오른쪽과 같다.

점수(점)		맞힌 문항 번호
10	$=10$	1번
15	$=15$	2번
25	$=10+15$	1번, 2번
	$=25$	3번
35	$=10+25$	1번, 3번
40	$=15+25$	2번, 3번
50	$=10+15+25$	1번, 2번, 3번

08 해결단계

❶ 단계	철수가 읽은 책의 수가 속한 계급을 구한다.
❷ 단계	1반 학생 중에서 철수보다 책을 적게 읽은 학생 수의 범위를 구한다.
❸ 단계	$M-m$의 값을 구한다.

1학년 전체에서 읽은 책의 수가

8권 미만인 학생 수는 $2+12=14$(명),

12권 미만인 학생 수는 $2+12+6+34=54$(명),

16권 미만인 학생 수는 $2+12+6+34+10+65=129$(명)

이므로 철수가 읽은 책의 수가 속하는 계급은 12권 이상 16권 미만이다.

이때, 1학년 전체에서 읽은 책의 수가 12권 이상 16권 미만인 학생 수는 $10+65=75$(명)이고 읽은 책의 수가 12권 이상 16권 미만인 학생 중에서 $120-54=66$(명)이 철수보다 책을 적게 읽었다.

따라서 1반 학생 중에서 철수보다 책을 적게 읽은 학생이 가장 많으려면 12권 이상 16권 미만인 계급에 속하는 철수를 제외한 1반 학생 9명이 모두 철수보다 책을 적게 읽은 학생이어야 한다.

또한, 1반 학생 중에서 철수보다 책을 적게 읽은 학생이 가장 적으려면 12권 이상 16권 미만인 계급에 속하는 나머지 학급 학생

65명이 모두 철수보다 책을 적게 읽은 학생이어야 하고, 1반 학생 중에서 $66-65=1$(명)만이 철수보다 책을 적게 읽은 학생이어야 한다.
따라서 $M=2+6+9=17$, $m=2+6+1=9$이므로
$M-m=17-9=8$ 답 ②

09

60분 이상 80분 미만인 계급의 직사각형의 넓이와 100분 이상 120분 미만인 계급의 직사각형의 넓이의 비가 $5:3$이므로 두 계급의 도수의 비도 $5:3$이다.
이때, 100분 이상 120분 미만인 계급의 도수는 6이므로 60분 이상 80분 미만인 계급의 도수를 x라 하면
$5:3=x:6$, $3x=30$
$\therefore x=10$
따라서 하루 운동 시간이 60분 이상 80분 미만인 학생은 10명이다.
답 ①

10

무게가 300 g 미만인 사과가 전체의 60 %이므로 무게가 300 g 이상인 사과는 전체의 40 %이다.
즉, 무게가 300 g 이상인 사과의 개수는
$50\times\frac{40}{100}=20$(개)
따라서 무게가 300 g 이상 350 g 미만인 사과의 개수는
$20-2=18$(개) 답 18개

11

전체 학생 수는
$3+4+5+6+6+4+2=30$(명)
상위 20 % 이내에 드는 학생 수는
$30\times\frac{20}{100}=6$(명)
상위 20 % 이내에 드는 학생 중에서 TV 시청 시간이 가장 짧은 학생이 속하는 계급은 7시간 이상 8시간 미만이므로
$a=7$
한편, 상위 50 % 이내에 드는 학생 수는
$30\times\frac{50}{100}=15$(명)
상위 50 % 이내에 드는 학생 중에서 TV 시청 시간이 가장 짧은 학생이 속하는 계급은 5시간 이상 6시간 미만이므로
$b=5$
$\therefore a+b=7+5=12$ 답 12

12

수학 점수가 75점 이상 80점 미만인 학생 수와 80점 이상 85점 미만인 학생 수의 비가 $4:7$이고, 80점 이상 85점 미만인 학생 수와 85점 이상 90점 미만인 학생 수의 비가 $2:1$이므로 75점 이상 80점 미만, 80점 이상 85점 미만, 85점 이상 90점 미만인 학생 수의 비는 $8:14:7$이다.
(가)
세 계급의 학생 수를 각각 $8x$, $14x$, $7x$라 하면
$2+4+7+8x+14x+7x+5+3=50$
$29x=29$ $\therefore x=1$
즉, 75점 이상 80점 미만, 80점 이상 85점 미만, 85점 이상 90점 미만인 학생은 각각 8명, 14명, 7명이다.
(나)
따라서 수학 점수가 80점 이상 90점 미만인 학생 수는
$14+7=21$(명)이므로 전체의 $\frac{21}{50}\times100=42(\%)$이다.
(다)
답 42 %

단계	채점 기준	배점
(가)	세 계급의 학생 수의 비를 구한 경우	40%
(나)	전체 학생 수를 이용하여 세 계급의 학생 수를 각각 구한 경우	30%
(다)	80점 이상 90점 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구한 경우	30%

blacklabel 특강 참고

연비
셋 이상의 수나 양의 비를 한꺼번에 나타낸 것으로, 다음과 같이 계산한다.
$A:B=a:b$이고, $B:C=c:d$
⇨ $A:B:C=ac:bc:bd$

13

ㄱ. 전체 학생 수는 $7+8+8+5=28$(명)
ㄴ. 90점 이상인 학생은 5명, 80점 이상인 학생은 $8+5=13$(명)이므로 높은 점수부터 순서대로 나열할 때, 10번째 학생의 점수가 속하는 계급은 80점 이상 90점 미만이다.

ㄷ. 70점 이상 80점 미만인 학생은 8명이므로 전체의

$\frac{8}{28}\times100=\frac{200}{7}(\%)$이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ③

14

$S_1=S_2$이고, $S_1+S_2=20$이므로 $S_1=S_2=10$

모눈 한 칸의 세로의 길이를 a라 하면

$S_1=S_2=\frac{1}{2}\times5\times2a=10$

$5a=10$ $\therefore a=2$

따라서 수학 점수가

80점 이상 90점 미만인 학생 수는 $7a=7\times2=14$(명),

90점 이상 100점 미만인 학생 수는 $4a=4\times2=8$(명)

이므로 구하는 학생 수는 $14+8=22$(명) 답 ②

15

받은 문자 메시지가 110개 미만인 학생은 3명이므로 전체 학생 수를 x라 하면

$\frac{3}{x}\times100=12$ $\therefore x=25$

이때, 받은 문자 메시지가 150개 이상 170개 미만인 학생 수를 y라 하면 170개 이상 190개 미만인 학생 수는 $\frac{1}{2}y$이므로

$3+9+7+y+\frac{1}{2}y=25$, $\frac{3}{2}y=6$

$\therefore y=4$

따라서 받은 문자 메시지가 150개 이상 170개 미만인 학생은 4명이므로 전체의 $\frac{4}{25}\times100=16(\%)$이다.

$\therefore a=16$ 답 16

16

전체 도수의 합은 $6+9+21+63+51=150$

이때, 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1200이므로 계급의 크기는

$1200\div150=8$(분)이다.

도수가 가장 큰 계급은 네 번째 계급이므로 구하는 계급은

$10+3\times8=34$(분) 이상 $10+4\times8=42$(분) 미만이다. 답 ③

blacklabel 특강 참고

주어진 도수분포다각형에 의하여 도수분포표는 오른쪽과 같다.

기다린 시간(분)	사람 수(명)
10이상 ~ 18미만	6
18 ~ 26	9
26 ~ 34	21
34 ~ 42	63
42 ~ 50	51
합계	150

17

(가) 남학생 수는 $3+11+13+15+8=50$(명)

$\therefore a=50$

(나) 계급의 크기는 $16-10=6$(회)이므로 여학생의 기록을 나타내는 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$(2+8+9+16+10)\times6=45\times6=270$

$\therefore b=270$

(다) 16회 이상 22회 미만인 계급에서 남학생은 11명, 여학생은 8명이므로 남학생이 여학생보다 3명 더 많다.

$\therefore c=16,\ d=22$

(라) 22회 이상 28회 미만인 계급에 속하는 남학생은 13명이므로 이들은 남학생 전체의 $\frac{13}{50}\times100=26(\%)$이다.

$\therefore e=26$

$\therefore a+b+c+d+e=50+270+16+22+26$

$=384$ 답 384

18

A반의 전체 학생 수는

$2+5+10+3+4+1=25$(명)

B반에서 70점 이상인 학생 수는 $2+4+2=8$(명),

60점 이상인 학생 수는 $3+2+4+2=11$(명)이므로 B반에서 수학 점수가 9번째로 높은 학생이 속하는 계급은 60점 이상 70점 미만인 계급이다.

A반에서 60점 이상인 학생 수는 $10+3+4+1=18$(명)이므로

A반 전체에서 상위 $\frac{18}{25}\times100=72(\%)$에 속한다.

A반에서 70점 이상인 학생 수는 $3+4+1=8$(명)이므로

A반 전체에서 상위 $\frac{8}{25}\times100=32(\%)$에 속한다.

따라서 $32<a\le72$이므로 a의 최댓값은 72이다. 답 ③

Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 86~87

01 (1) $m=2$, $n=3$ (2) $x=58$, $y=63$ 02 9명
03 (1) 13명 (2) $\frac{31}{49}$ 04 20명 05 2명 06 25
07 7 08 12명

01 해결단계

(1)	❶ 단계	자료를 바탕으로 도수분포표를 완성하여 m, n의 값을 각각 구한다.
(2)	❷ 단계	x, y가 속한 계급을 각각 구한다.
	❸ 단계	x, y의 값을 각각 구한다.

(1) 주어진 20개의 자료 중에서 x, y를 제외한 18개의 자료로부터 도수분포표를 만들면 오른쪽과 같다.

과자의 개수(개)	봉지 수(봉지)
52이상 ~ 55미만	2
55 ~ 58	3
58 ~ 61	7
61 ~ 64	3
64 ~ 67	3
합계	18

이를 주어진 도수분포표와 비교하면 x, y는 58개 이상 61개 미만, 61개 이상 64개 미만인 계급에 각각 하나씩 들어감을 알 수 있다.
$\therefore m=2$, $n=3$

(2) $y-x=5$에서 $y>x$
즉, x는 58개 이상 61개 미만인 계급에, y는 61개 이상 64개 미만인 계급에 속해 있다.
따라서 $58 \leq x < 61$, $61 \leq y < 64$이고 x, y는 자연수이므로 $x=58$, $y=63$이다.

답 (1) $m=2$, $n=3$ (2) $x=58$, $y=63$

02 해결단계

❶ 단계	전체 학생 수를 구한다.
❷ 단계	통학 시간이 20분 이상인 학생 수를 구한다.
❸ 단계	통학 시간이 15분 이상 20분 미만인 학생 수를 구한다.

통학 시간이 15분 미만인 학생 수는
$3+6=9$(명)
이 학생들이 전체의 30 %이므로 전체 학생 수를 x라 하면
$\frac{9}{x} \times 100=30$ $\therefore x=30$
즉, 통학 시간이 20분 이상인 학생 수는
$30 \times \frac{40}{100}=12$(명)
따라서 통학 시간이 15분 이상 20분 미만인 학생 수는
$30-(9+12)=9$(명)

답 9명

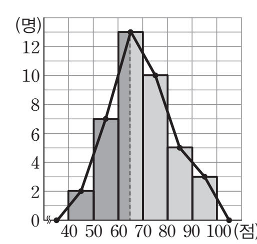
다른풀이
통학 시간이 15분 미만인 학생은 전체의 30 %, 20분 이상인 학생은 전체의 40 %이므로
통학 시간이 15분 이상 20분 미만인 학생은 전체의
$100-(30+40)=30$(%)
이때, 히스토그램에서 통학 시간이 15분 미만인 학생 수는 $3+6=9$(명)이므로 통학 시간이 15분 이상 20분 미만인 학생도 9명이다.

03 해결단계

(1)	❶ 단계	60점 이상 70점 미만인 학생 수를 x라 하고 70점 미만인 학생 수와 70점 이상인 학생 수를 x를 사용하여 나타낸다.
	❷ 단계	60점 이상 70점 미만인 학생 수를 구한다.
(2)	❸ 단계	도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구한다.
	❹ 단계	히스토그램의 직사각형의 넓이의 합을 이용하여 a, b의 값을 각각 구한다.
	❺ 단계	$\frac{a}{b}$의 값을 구한다.

(1) 과학 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생 수를 x라 하면
70점 이상 80점 미만인 학생 수는
$40-(2+7+x+5+3)=23-x$(명)
이때, 과학 점수가
70점 미만인 학생 수는 $2+7+x=9+x$(명)이고,
70점 이상인 학생 수는 $(23-x)+5+3=31-x$(명)이므로
$9+x=2(31-x)-14$, $3x=39$ $\therefore x=13$
따라서 과학 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생은 13명이다.

(2) 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같다.



계급의 크기는 $50-40=10$(점)이므로 40점 이상 60점 미만인 계급의 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합은 $10 \times (2+7)=90$이고, 가장 높은 꼭짓점을 가지는 60점 이상 70점 미만인 계급의 직사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$은
$10 \times 13 \times \frac{1}{2}=65$
$\therefore a=90+65=155$
또한, 70점 이상 100점 미만인 계급의 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합은 $10 \times (10+5+3)=180$이고, 60점 이상 70점 미만인 계급의 직사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$은 65이므로
$b=180+65=245$
$\therefore \frac{a}{b}=\frac{155}{245}=\frac{31}{49}$

답 (1) 13명 (2) $\frac{31}{49}$

blacklabel 특강 풀이첨삭

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같으므로
$a+b=40\times10=400$
따라서 a 또는 b의 값 중에서 하나를 구한 후 $b=400-a$, $a=400-b$를 이용하여 나머지 한 값을 구해도 된다.

04 해결단계

❶ 단계	줄기가 4인 학생 수와 7인 학생 수를 하나의 문자를 사용하여 나타낸다.
❷ 단계	❶ 단계의 문자의 값을 구한다.
❸ 단계	전체 학생 수를 구한다.

줄기가 4인 학생 수와 7인 학생 수를 각각 $2a$, $3a$라 하자.
줄기가 4인 학생들의 몸무게의 평균이 42 kg이므로 이들 학생들의 몸무게의 총합은
$42\times2a=84a$(kg)
줄기가 5인 학생들의 몸무게의 총합은
$50+51+52+54=207$(kg)
줄기가 6인 학생들의 몸무게의 총합은
$62+64+65+65+67+68=391$(kg)
줄기가 7인 학생들의 몸무게의 평균이 74 kg이므로 이들 학생들의 몸무게의 총합은
$74\times3a=222a$(kg)
이 반 전체 학생 수는 $2a+4+6+3a=5a+10$(명)이고 반 전체 학생들의 몸무게의 평균은 60.5 kg이므로
$\frac{84a+207+391+222a}{5a+10}=60.5$
$306a+598=60.5\times(5a+10)$
$306a+598=302.5a+605$, $3.5a=7$
$\therefore a=2$
따라서 이 반 전체 학생 수는
$5a+10=5\times2+10=20$(명) 답 20명

05 해결단계

❶ 단계	x의 값을 구한다.
❷ 단계	개수에 대한 표를 완성한다.
❸ 단계	20점을 받은 학생 수와 30점을 받은 학생 수의 차를 구한다.

개수에 대한 표에서 세 개의 수행 과제를 해결한 학생은 전체 학생의 20 %이므로
$\frac{x-5}{x+(x+6)+(x-5)}\times100=20$
$\frac{x-5}{3x+1}=\frac{1}{5}$, $5x-25=3x+1$
$2x=26$ $\therefore x=13$
따라서 개수에 대한 표를 완성하면 오른쪽과 같다.

개수(개)	학생 수(명)
1	13
2	19
3	8
합계	40

이때, 1개의 과제만 해결한 학생이 받을 수 있는 점수는 10점과 30점, 2개의 과제를 해결한 학생이 받을 수 있는 점수는 20점과 40점, 3개의 과제를 모두 해결한 학생이 받을 수 있는 점수는 50점이므로 20점을 받은 학생 수를 a, 30점을 받은 학생 수를 b라 하면
$6+b=13$, $a+14=19$
$\therefore a=5$, $b=7$
$\therefore b-a=2$
따라서 20점을 받은 학생 수와 30점을 받은 학생 수의 차는 2명이다. 답 2명

06 해결단계

❶ 단계	평균이 속한 계급을 구한다.
❷ 단계	x, y의 값을 각각 구한다.
❸ 단계	$x+y$의 값을 구한다.

평균이 78점이므로 평균 점수가 속한 계급은 70점 이상 80점 미만이다.
평균 점수가 속한 계급의 학생의 점수가 모두 평균보다 낮을 때, 평균보다 점수가 높은 학생 수는 최소가 된다.
$\therefore x=9+7=16$
평균 점수가 속한 계급의 학생의 점수가 모두 평균보다 높을 때, 평균보다 점수가 낮은 학생 수는 최소가 된다.
$\therefore y=2+7=9$
$\therefore x+y=25$ 답 25

07 해결단계

❶ 단계	남학생 중에서 달리기 기록이 14초 미만인 학생 수는 1반 전체 학생 수의 15 %임을 이용하여 a에 대한 식을 세운다.
❷ 단계	a의 값을 구한다.
❸ 단계	b의 값을 구한다.
❹ 단계	$a+b$의 값을 구한다.

남학생의 달리기 기록에 대한 도수분포다각형에서 13초 이상 14초 미만인 계급의 도수가 a이므로 남학생 수는

$1+a+7+4+2+1=a+15$(명)

남학생 수와 여학생 수가 같고, 남학생 중에서 달리기 기록이 14초 미만인 학생은 1반 전체 학생의 15 %이므로

$$\frac{1+a}{(a+15)+(a+15)}\times 100=15$$

$$\frac{a+1}{2a+30}\times 100=15,\ 100a+100=30a+450$$

$70a=350 \qquad \therefore a=5$

따라서 남학생 수와 여학생 수는 각각

$a+15=5+15=20$(명)

여학생의 달리기 기록에 대한 도수분포다각형에서 여학생 수는

$1+3+8+5+b+1=b+18$(명)이므로

$b+18=20 \qquad \therefore b=2$

$\therefore a+b=5+2=7$ 답 7

08 해결단계

❶ 단계	$x+y$의 값을 구한다.
❷ 단계	x, y의 값을 각각 구한다.
❸ 단계	3회 모두 2점을 얻은 학생 수를 구한다.
❹ 단계	3회 모두 같은 점수를 얻은 학생 수를 구한다.

전체 학생은 40명이므로

$3+2+5+x+y+6+4=40 \qquad \therefore x+y=20$

이때, $x:y=3:2$이므로

$$x=\frac{3}{3+2}\times 20=12,\ y=\frac{2}{3+2}\times 20=8$$

3회 모두 다른 점수를 얻으려면 $1+2+3=6$(점)을 얻어야 한다.

이때, 점수가 6점인 12명 중에서 3회 모두 다른 점수를 얻은 학생이 7명이므로 3회 모두 2점을 얻은 학생 수는 $12-7=5$(명)

따라서 3회 모두 같은 점수를 얻은 학생은 3점의 3명, 6점의 5명, 9점의 4명이므로 구하는 학생 수는

$3+5+4=12$(명) 답 12명

blacklabel 특강 풀이첨삭

과녁의 점수는 1점 또는 2점 또는 3점이므로 점수 3, 4, …, 9를 1, 2, 3 중에서 세 숫자의 합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$3=1+1+1$	$4=1+1+2$
$5=1+2+2=1+1+3$	$6=1+2+3=2+2+2$
$7=1+3+3=2+2+3$	$8=2+3+3$
$9=3+3+3$	

이 중에서

3회 모두 다른 점수를 얻는 경우는 $6=1+2+3$의 한 가지뿐이고

3회 모두 같은 점수를 얻는 경우는

$3=1+1+1$, $6=2+2+2$, $9=3+3+3$이다.

09 상대도수

Step 1 시험에 꼭 나오는 문제 p. 89

01 0.3 **02** ③ **03** ② **04** 세제 A **05** 9 : 2
06 ㄱ

01

전체 학생 수는

$10+50+70+40+20+10=200$(명)

도서관 이용 횟수가 8회 이상 12회 미만인 학생 수는

$40+20=60$(명)

따라서 도서관 이용 횟수가 8회 이상 12회 미만인 학생의 상대도수는

$\frac{60}{200}=0.3$ 답 0.3

02

인터넷 사용 시간이 0시간 이상 2시간 미만인 계급의 도수가 2이고 이 계급의 상대도수가 0.05이므로 민지네 반 전체 학생 수는

$\frac{2}{0.05}=40$(명)

① $A=40\times 0.35=14$

② $B=40$

③ $C=\frac{8}{40}=0.2$

④ $D=\frac{12}{40}=0.3$

⑤ 상대도수의 총합은 1이므로 $E=1$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

03

독서 시간이 9시간 이상 10시간 미만인 계급의 상대도수는 0.15이고, 독서 시간이 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 상대도수는 0.05이므로 전체 학생 수를 x라 하면

$0.15\times x-0.05\times x=18$

$0.1x=18$

$\therefore x=180$

따라서 1학년 전체 학생은 180명이다. 답 ②

04

세제 A에 대하여 소비자 만족도 점수가 80점 이상인 계급의 상대도수는 $\frac{36+30}{100}=0.66$

세제 B에 대하여 소비자 만족도 점수가 80점 이상인 계급의 상대도수는 $\frac{48+40}{160}=0.55$

이때, $0.66>0.55$이므로 두 세제 중에서 소비자 만족도 점수를 80점 이상 준 고객의 비율이 더 높은 세제는 A이다. **답** 세제 A

blacklabel 특강 풀이첨삭

각 계급의 상대도수를 구하여 두 세제 A, B의 상대도수의 분포표를 함께 나타내면 다음과 같다.

만족도 점수(점)	상대도수	
	세제 A	세제 B
60이상 ~ 70미만	0.14	0.1875
70 ~ 80	0.2	0.2625
80 ~ 90	0.36	0.3
90 ~ 100	0.3	0.25
합계	1	1

05

발 길이가 260 mm 이상 270 mm 미만인 계급의 도수의 비가 3 : 1이므로 축구 동아리와 농구 동아리의 이 계급의 도수를 각각 $3x$, x라 하면 이 계급의 상대도수의 비는

$\frac{3x}{24}:\frac{x}{36}=\frac{1}{8}:\frac{1}{36}=\frac{1}{2}:\frac{1}{9}=9:2$ **답** 9 : 2

06

ㄱ. A 동아리에서 수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는

$40\times(0.3+0.45)=30$(명)

B 동아리에서 수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는

$20\times(0.1+0.2)=6$(명)

따라서 수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는 A 동아리가 B 동아리보다 많다.

ㄴ. A 동아리의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$1\times(0.05+0.3+0.45+0.15+0.05)=1\times1=1$

B 동아리의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$1\times(0.05+0.1+0.2+0.5+0.15)=1\times1=1$

따라서 두 부분의 넓이는 같다.

ㄷ. B 동아리의 그래프가 A 동아리의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 동아리 학생들이 A 동아리 학생들보다 수면 시간이 많다고 할 수 있다.

그러므로 옳은 것은 ㄱ뿐이다. **답** ㄱ

Step 2 A등급을 위한 문제 pp. 90~93

01 ④	02 0.12	03 8명	04 ④	05 22
06 ④	07 ⑤	08 ②	09 600	10 ⑤
11 24	12 0.1	13 ④	14 3 : 2	15 0.48
16 ④	17 ③	18 13명	19 ③	

01

몸무게가 60 kg 이상 65 kg 미만인 계급의 도수가 2이고 이 계급의 상대도수가 0.05이므로 전체 학생 수는

$\frac{2}{0.05}=40$(명)

몸무게가 55 kg 미만인 학생이 전체의 70 %이므로 몸무게가 55 kg 이상 60 kg 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.7+0.05)=0.25$

따라서 몸무게가 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수는

$40\times0.25=10$(명) **답** ④

02

각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 $a=2x$, $b=5x$로 놓을 수 있다.

이때, 상대도수의 총합은 1이므로

$2x+0.16+5x+0.24+0.32=1$, $7x=0.28$

$\therefore x=0.04$

따라서 $a=0.08$, $b=0.2$이므로

$b-a=0.12$ **답** 0.12

03

실기 점수가 40점 이상 50점 미만인 계급의 도수가 2이고 이 계급의 상대도수가 0.08이므로 전체 학생 수는

$\frac{2}{0.08}=25$(명)

지영이가 속하는 계급은 50점 이상 60점 미만이므로 이 계급의 학생 수는

$25\times0.32=8$(명) 답 8명

04

무게가 400 g 이상 450 g 미만인 계급의 도수를 x라 하면 무게가 250 g 이상 300 g 미만인 계급의 도수는 $2.5x$이다.

또한, 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 계급의 도수는

$x+25\times0.08=x+2$

이때, 도수의 총합이 25이므로

$3+4+2.5x+7+(x+2)+x=25$

$16+\frac{9}{2}x=25$, $\frac{9}{2}x=9$ $\therefore x=2$

따라서 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 복숭아의 개수는

$x+2=2+2=4$(개) 답 ④

blacklabel 특강 오답피하기

구하는 것이 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 계급의 도수이므로 이 도수를 x로 놓고 식을 세울 수도 있다. 그런데 문제에서 두 계급의 도수와 상대도수를 각각 비교할 때, 기준이 되는 것이 무게가 400 g 이상 450 g 미만인 계급이므로 이 계급의 도수를 x로 놓으면 식을 좀 더 간단하게 세울 수 있다.

이때, 도수에 대한 조건과 상대도수에 대한 조건을 혼동하지 않도록 주의하여 무게가 400 g 이상 450 g 미만인 계급의 도수를 x로 놓았을 때, 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 계급의 도수를 $(x+0.08)$이라 하지 않도록 한다.

05

연습 시간이 30분 이상 60분 미만인 계급의 상대도수는

$1-\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{3}+\frac{1}{10}+\frac{2}{15}\right)=\frac{11}{30}$

이때, 각 계급의 도수는 자연수이어야 하므로 전체 학생 수를 x라 하면 $\frac{1}{15}x$, $\frac{11}{30}x$, $\frac{1}{3}x$, $\frac{1}{10}x$, $\frac{2}{15}x$의 값이 모두 자연수이어야 한다.

즉, x는 3, 10, 15, 30의 최소공배수, 즉 30의 배수이어야 한다.

80 이하의 자연수 중에서 30의 배수는 30과 60이므로

$x=30$ 또는 $x=60$

따라서 연습 시간이 30분 이상 60분 미만인 학생 수는

$\frac{11}{30}\times30=11$(명) 또는 $\frac{11}{30}\times60=22$(명)

이므로 학생 수가 될 수 있는 가장 큰 값은 22이다. 답 22

blacklabel 특강 필수개념

공배수와 최소공배수

(1) 공배수 : 두 개 이상의 자연수의 공통인 배수
(2) 최소공배수 : 공배수 중에서 가장 작은 수
(3) 최소공배수의 성질 : 두 개 이상의 자연수의 공배수는 모두 최소공배수의 배수이다.

06

국어 성적이 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수가 6이고 이 계급의 상대도수가 0.15이므로 전체 학생 수는

$\frac{6}{0.15}=40$(명)

국어 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수는

$40\times0.05=2$(명)

또한, 국어 성적이 80점 이상 90점 미만인 학생 수는

$40\times0.15=6$(명)

따라서 국어 성적이 7번째로 좋은 학생이 속하는 계급은 80점 이상 90점 미만이다. 답 ④

07

학생들이 가장 많이 등교하는 시간대는 상대도수가 0.3으로 가장 큰 8시 10분부터 8시 20분 전까지이고, 전체 학생은 1500명이므로 이 시간대에 등교하는 학생 수는

$1500\times0.3=450$(명)

따라서 필요한 홍보지는 450장이다. 답 ⑤

08

수학 성적이 70점 미만인 학생은 전체의 80 %이므로 70점 미만인 계급의 상대도수의 합은 0.8이다.

한편, 수학 성적이 60점 이상인 계급의 상대도수의 합은
$1-(0.12+0.28)=0.6$
즉, 수학 성적이 60점 이상인 계급의 도수는
$200\times0.6=120$
이때, 수학 성적이 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수를 a라 하면
$a:120=2:15$ $\therefore a=16$
따라서 수학 성적이 80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는
$\frac{16}{200}=0.08$
즉, 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.8+0.08+0.06)=0.06$
따라서 구하는 학생 수는
$200\times0.06=12$(명)

답 ②

blacklabel 특강 풀이첨삭

보이는 그래프와 위의 내용을 이용하여 수학 성적에 대한 도수 및 상대도수의 분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

수학 성적(점)	상대도수	학생 수(명)
40이상 ~ 50미만	0.12	24
50 ~ 60	0.28	56
60 ~ 70	0.4	80
70 ~ 80		
80 ~ 90		a
90 ~ 100	0.06	12
합계	1	200

09

주어진 그래프로부터 다음과 같은 상대도수의 분포표를 얻을 수 있다.

산책 시간(시간)	상대도수	
	소수	기약분수
2이상 ~ 4미만	0.04	$0.04=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$
4 ~ 6	0.12	$0.12=\frac{12}{100}=\frac{3}{25}$
6 ~ 8	0.4	$0.4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$
8 ~ 10	0.265	$0.265=\frac{265}{1000}=\frac{53}{200}$
10 ~ 12	0.175	$0.175=\frac{175}{1000}=\frac{7}{40}$
합계	1	1

조사한 주민 수를 x라 하면 각 계급의 도수는
$\frac{1}{25}x$, $\frac{3}{25}x$, $\frac{2}{5}x$, $\frac{53}{200}x$, $\frac{7}{40}x$
이때, 각 계급의 도수는 자연수이어야 하므로 x는 5, 25, 40, 200의 공배수이다.
5, 25, 40, 200의 최소공배수는 200이고, 아파트 단지 전체 주민이 825명이므로 x가 될 수 있는 수는
200, 400, 600, 800
따라서 조사한 주민 수가 될 수 있는 가장 큰 값은 800, 가장 작은 값은 200이므로
$a=800$, $b=200$
$\therefore a-b=600$

답 600

10

전체 학생 50명 중에서 액션을 선호하는 학생 수는
$50\times0.4=20$(명)
이때, 액션을 선호하는 여학생의 상대도수가 0이므로 전체 학생 중에서 액션을 선호하는 20명은 모두 남학생이다.
액션을 선호하는 남학생의 상대도수가 0.5이므로 남학생 수는
$\frac{20}{0.5}=40$(명)
즉, 여학생 수는 $50-40=10$(명)이므로 선호하는 영화 장르에 대한 도수분포표는 다음과 같다.

장르	학생 수(명)		
	남학생	여학생	전체 학생
액션	20	0	20
스릴러	15	5	20
드라마	5	5	10
합계	40	10	50

① 스릴러를 선호하는 남학생 수는 여학생 수의 3배이다.
② 스릴러와 드라마를 선호하는 남학생 수의 차는
$15-5=10$(명)
③ 스릴러와 드라마를 선호하는 여학생 수의 차는
$5-5=0$(명)
④ 액션을 선호하는 남학생은 20명, 드라마를 선호하는 여학생은 5명이다.
⑤ 드라마를 선호하는 남학생과 여학생은 모두 5명으로 같다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

11

두 자료의 도수의 총합을 각각 $5x$, $4x$라 하고,
어떤 계급의 상대도수를 각각 $2y$, $3y$라 하면
이 계급에 속하는 자료 A의 도수가 20이므로
$5x\times 2y=20$, $10xy=20$ $\quad\therefore xy=2$
따라서 이 계급에 속하는 자료 B의 도수는
$4x\times 3y=12xy=12\times 2=24$ 답 24

12

중학교 Q의 상대도수에서
$b=1-(0.28+0.25+0.17)=0.3$
중학교 P의 전체 학생을 x명, 혈액형이 B형인 학생을 y명이라 하면 중학교 Q의 전체 학생이 $4x$명, 혈액형이 B형인 학생이 $3y$명이므로
$a=\frac{y}{x}$, $b=\frac{3y}{4x}$
이때, $\frac{3y}{4x}=0.3$이므로 $\frac{y}{x}=0.3\times\frac{4}{3}=0.4$
따라서 $a=\frac{y}{x}=0.4$이므로 중학교 P의 상대도수에서
$c=1-(0.24+0.26+0.4)=0.1$ 답 0.1

blacklabel 특강 참고

(상대도수)$=\frac{(\text{도수})}{(\text{도수의 총합})}$에서 중학교 Q의 전체 학생 수는 중학교 P의 전체 학생 수의 4배이고, 중학교 Q에서 혈액형이 B형인 학생 수는 중학교 P에서 혈액형이 B형인 학생 수의 3배이므로 중학교 Q에서 혈액형이 B형인 학생의 상대도수는 중학교 P에서 혈액형이 B형인 학생의 상대도수의 $\frac{3}{4}$배이다.

13

각 반에서 아침 식사를 하고 다니는 학생 수는
1반 : $30\times 0.2x=6x$(명)
2반 : $40\times 0.1x=4x$(명)
3반 : $30\times 0.4x=12x$(명)
4반 : $40\times 0.15x=6x$(명)
전체 학생에 대하여 아침 식사를 하고 다니는 학생의 상대도수는
$\frac{6x+4x+12x+6x}{30+40+30+40}=0.3$
$\frac{28x}{140}=0.3$ $\quad\therefore x=0.3\times\frac{140}{28}=\frac{3}{2}$
따라서 1반의 학생 중에서 아침 식사를 하고 다니는 학생 수는
$6x=6\times\frac{3}{2}=9$(명) 답 ④

14

A, B 두 반의 전체 학생 수를 각각 $5x$, $4x$라 하면
$b=\frac{a}{4x}$, $d=\frac{c}{5x}$
이때, $b:d=15:8$이므로
$\frac{a}{4x}:\frac{c}{5x}=15:8$
$8\times\frac{a}{4x}=15\times\frac{c}{5x}$, $2a=3c$
$\therefore a:c=3:2$ 답 $3:2$

15 해결단계

❶ 단계	2학년 전체 학생 수를 구한다.
❷ 단계	1학년 전체 학생 수를 구한다.
❸ 단계	1학년 남학생 수를 구한다.
❹ 단계	1학년 전체 학생에 대한 1학년 남학생의 상대도수를 구한다.

2학년 여학생의 상대도수와 남학생의 상대도수의 차는
$0.55-0.45=0.1$
이때, 남학생이 여학생보다 18명 더 많으므로 2학년 전체 학생 수는
$\frac{18}{0.1}=180$(명)
3학년 전체 학생이 220명이고 전교생이 600명이므로 1학년 전체 학생 수는
$600-(180+220)=200$(명)
전교생에 대한 전체 남학생의 상대도수가
$1-0.51=0.49$이므로 전체 남학생 수는
$600\times 0.49=294$(명)
2학년 남학생 수는
$180\times(1-0.45)=180\times 0.55=99$(명)
3학년 남학생 수는
$220\times(1-0.55)=220\times 0.45=99$(명)

즉, 1학년 남학생 수는

$294-(99+99)=294-198=96$(명)

따라서 1학년 전체 학생에 대한 1학년 남학생의 상대도수는

$\frac{96}{200}=0.48$ 답 0.48

16

주어진 그래프로부터 다음과 같은 상대도수의 분포표를 얻을 수 있다.

독서 시간(시간)	상대도수	
	A 중학교	B 중학교
$1^{이상}$ ~ $2^{미만}$	0.06	0.04
2 ~ 3	0.14	0.12
3 ~ 4	0.24	0.22
4 ~ 5	0.3	0.26
5 ~ 6	0.18	0.26
6 ~ 7	0.08	0.1
합계	1	1

① A, B 두 중학교의 계급의 크기가 1시간으로 같고, 상대도수의 총합이 1로 같으므로 각 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

② B 중학교의 그래프가 A 중학교의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 중학교 학생들의 독서 시간이 A 중학교 학생들의 독서 시간보다 많다고 할 수 있다.

③ A 중학교에서 독서 시간이 2시간 이상 3시간 미만인 학생 수는 $50\times0.14=7$(명)

④ 독서 시간이 3시간 이상 4시간 미만인 학생 수는

A 중학교 : $50\times0.24=12$(명)

B 중학교 : $100\times0.22=22$(명)

즉, A 중학교가 B 중학교보다 적다.

⑤ B 중학교에서 독서 시간이

6시간 이상 7시간 미만인 학생 수는 $100\times0.1=10$(명)

5시간 이상 6시간 미만인 학생 수는 $100\times0.26=26$(명)

즉, B 중학교에서 독서 시간이 15번째로 많은 학생이 속하는 계급은 5시간 이상 6시간 미만이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

17

주어진 그래프로부터 다음과 같은 상대도수의 분포표를 얻을 수 있다.

봉사 시간(시간)	상대도수	
	A 동아리	B 동아리
$5^{이상}$ ~ $15^{미만}$	0.08	0.05
15 ~ 25	0.14	0.175
25 ~ 35	0.24	0.3
35 ~ 45	0.32	0.225
45 ~ 55	0.18	0.15
55 ~ 65	0.04	0.1
합계	1	1

이때, A 동아리의 학생은 50명, B 동아리의 학생은 80명이므로

5시간 이상 15시간 미만인 계급의 도수의 합은

$(0.08\times50)+(0.05\times80)=4+4=8$

15시간 이상 25시간 미만인 계급의 도수의 합은

$(0.14\times50)+(0.175\times80)=7+14=21$

25시간 이상 35시간 미만인 계급의 도수의 합은

$(0.24\times50)+(0.3\times80)=12+24=36$

35시간 이상 45시간 미만인 계급의 도수의 합은

$(0.32\times50)+(0.225\times80)=16+18=34$

45시간 이상 55시간 미만인 계급의 도수의 합은

$(0.18\times50)+(0.15\times80)=9+12=21$

55시간 이상 65시간 미만인 계급의 도수의 합은

$(0.04\times50)+(0.1\times80)=2+8=10$

따라서 도수의 합이 가장 큰 계급은 25시간 이상 35시간 미만이다.

답 ③

18

2학년 학생 수를 x라 하면 1학년 학생 수는 $(x+50)$이다. (가)

운동 시간이 3시간 이상 4시간 미만인 학생이 71명이므로

$0.3\times(x+50)+0.26x=71$

$0.56x=56$ $\therefore x=100$

즉, 1학년 학생은 150명, 2학년 학생은 100명이다. (나)

1학년에서 운동 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.04+0.2+0.3+0.26+0.14)=1-0.94=0.06$

2학년에서 운동 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.08+0.28+0.26+0.22+0.12)=1-0.96=0.04$

따라서 전체 학생 중에서 운동 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 학생 수는

$0.06\times150+0.04\times100=9+4=13$(명) (다)

답 13명

단계	채점 기준	배점
(가)	각 학년의 학생 수를 한 문자를 사용하여 나타낸 경우	20%
(나)	각 학년의 학생 수를 구한 경우	40%
(다)	운동 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 학생 수를 구한 경우	40%

blacklabel 특강 풀이첨삭

주어진 그래프로부터 다음과 같은 상대도수의 분포표를 얻을 수 있다.

운동 시간(시간)	상대도수	
	1학년	2학년
$1^{이상} \sim 2^{미만}$	0.04	0.08
2 ~ 3	0.2	0.28
3 ~ 4	0.3	0.26
4 ~ 5	0.26	0.22
5 ~ 6	0.14	0.12
6 ~ 7	0.06	0.04
합계	1	1

19

1학년 남학생의 그래프에서 컴퓨터 사용 시간이 7시간 이상 11시간 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.2+0.12=0.32$

즉, 1학년 남학생 수는 $\frac{48}{0.32}=150$(명)

1학년 전체 학생의 그래프에서 컴퓨터 사용 시간이 7시간 이상 11시간 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.24+0.18=0.42$

즉, 1학년 전체 학생 수는 $\frac{168}{0.42}=400$(명)

이때, 1학년 남학생의 그래프에서 컴퓨터 사용 시간이

13시간 이상 15시간 미만인 학생 수는 $150\times0.02=3$(명)

11시간 이상 13시간 미만인 학생 수는 $150\times0.04=6$(명)

이므로 컴퓨터 사용 시간이 많은 쪽에서 9번째인 학생이 속하는 계급은 11시간 이상 13시간 미만이다.

한편, 1학년 전체 학생의 그래프에서 컴퓨터 사용 시간이 13시간 이상 15시간 미만인 학생 수는 $400\times0.08=32$(명)

이고, 컴퓨터 사용 시간이 11시간 이상 13시간 미만인 1학년 남학생 6명 중에서 5명은 9번째인 학생 보다 컴퓨터 사용 시간이 더 많으므로

$a>32+5=37$

또한, 1학년 전체 학생의 그래프에서 컴퓨터 사용 시간이 11시간 이상 13시간 미만인 학생 수는 $400\times0.16=64$(명)이므로

$a\le32+64=96$

$\therefore 37<a\le96$

따라서 a의 값으로 가능한 것은 ③이다. 답 ③

Step 3 종합 사고력 도전 문제 pp. 94~95

01 (1) $x=0.2$, $y=0.24$ (2) 60대　02 120명
03 (1) $A=0.12$, $B=54$ (2) 8 %　04 0.15
05 16명　06 36명　07 0.04
08 후보 B, 이유는 풀이 참조

01 해결단계

(1)	❶ 단계	줄기와 잎 그림을 보고 8시부터 9시 전까지 효진이네 아파트 앞의 큰 길을 지나간 차량의 총 대수를 구한다.
	❷ 단계	8시 12분부터 8시 24분 전까지 지나간 차량 수를 구한 후, x의 값을 구한다.
	❸ 단계	8시 36분부터 8시 48분 전까지 지나간 차량 수를 구한 후, y의 값을 구한다.
(2)	❹ 단계	토요일에 8시 12분부터 8시 48분 전까지 지나간 차량 수를 구한다.

(1) 잎의 총 개수는 효진이네 아파트 앞의 큰 길을 지나간 차량의 총 대수와 같으므로

$2+3+7+8+4+1=25$(대)

8시 12분부터 8시 24분 전까지 지나간 차량은

8시 12분, 15분, 19분, 21분, 21분에 지나간 5대이므로

$x=\frac{5}{25}=0.2$

또한, 8시 36분부터 8시 48분 전까지 지나간 차량은

8시 36분, 37분, 38분, 38분, 43분, 45분에 지나간 6대이므로

$y=\frac{6}{25}=0.24$

(2) 토요일의 각 계급의 상대도수가 월요일의 각 계급의 상대도수와 같으므로 8시 12분부터 8시 48분 전까지 지나간 차량 수는

$75\times(x+0.36+y)=75\times(0.2+0.36+0.24)$

$=60$(대)

답 (1) $x=0.2$, $y=0.24$ (2) 60대

02 해결단계

❶ 단계	상대도수의 분모의 최소공배수를 구한다.
❷ 단계	a, b를 하나의 문자를 사용하여 나타낸다.
❸ 단계	도수의 총합을 구한다.

주어진 표에서 소수를 기약분수로 나타내면 다음과 같은 표를 얻을 수 있다.

독서 시간(시간)	상대도수	
	소수	기약분수
$0^{이상} \sim 4^{미만}$	0.25	$0.25=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$
$4 \sim 8$	0.2	$0.2=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$
$8 \sim 12$	0.125	$0.125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$
$12 \sim 16$	0.1	$0.1=\frac{1}{10}$
$16 \sim 20$	0.2	$0.2=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$
$20 \sim 24$	0.125	$0.125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$
합계	1	1

각 계급의 도수가 자연수가 되어야 하므로 도수의 총합은 각 계급의 상대도수의 분모 4, 5, 8, 10의 공배수가 되어야 한다.
이때, 분모의 최소공배수가 40이므로 도수의 총합은 40의 배수이다.
따라서 전체 도수를 $40n$이라 하면

$a=40n\times\frac{1}{4}=10n$, $b=40n\times\frac{1}{5}=8n$

이때, $10n$, $8n$의 최대공약수는 $2n$이고 a, b의 최대공약수가 6이므로

$2n=6 \qquad \therefore n=3$

즉, 조사에 참여한 학생 수는 $40n=40\times3=120$(명) 답 120명

03 해결단계

(1)	❶ 단계	전체 학생 수를 구한다.
	❷ 단계	A, B의 값을 구한다.
(2)	❸ 단계	하루에 마시는 우유의 양이 600 mL 이상 800 mL 미만인 계급의 상대도수를 구한다.
	❹ 단계	하루에 마시는 우유의 양이 800 mL 이상인 학생의 비율을 구한다.

(1) 하루에 마시는 우유의 양이 400 mL 이상 600 mL 미만인 계급의 도수가 84명, 상대도수가 0.42이므로 전체 학생 수는

$\frac{84}{0.42}=200$(명)

$\therefore A=\frac{24}{200}=0.12$, $B=200\times0.27=54$

(2) 하루에 마시는 우유의 양이 600 mL 이상 800 mL 미만인 계급의 상대도수는

$\frac{22}{200}=0.11$

따라서 하루에 마시는 우유의 양이 800 mL 이상인 학생은 전체의

$\{1-(0.12+0.27+0.42+0.11)\}\times100=0.08\times100$
$=8(\%)$

답 (1) $A=0.12$, $B=54$ (2) 8 %

04 해결단계

❶ 단계	전체 고객 수를 구한다.
❷ 단계	4만 원 이상 8만 원 미만인 계급과 12만 원 이상 16만 원 미만인 계급의 도수를 구한다.
❸ 단계	8만 원 이상 12만 원 미만인 계급의 도수를 구한다.
❹ 단계	구입한 물품의 금액이 25번째로 적은 고객이 속하는 계급을 구하고 그 계급의 상대도수를 구한다.

0원 이상 4만 원 미만인 계급의 도수가 5이고 상대도수가 0.05이므로 전체 고객 수는

$\frac{5}{0.05}=100$(명)

즉, 4만 원 이상 8만 원 미만인 계급의 도수는

$0.1\times100=10$

12만 원 이상 16만 원 미만인 계급의 도수는

$0.3\times100=30$

이때, 구입한 물품의 금액이 16만 원 미만인 고객이 모두 60명이므로 8만 원 이상 12만 원 미만인 계급의 도수는

$60-(5+10+30)=15$

따라서 구입한 물품의 금액이 25번째로 적은 고객이 속하는 계급은 8만 원 이상 12만 원 미만이고 이 계급의 상대도수는

$\frac{15}{100}=0.15$ 답 0.15

05 해결단계

❶ 단계	그래프의 세로 눈금 한 칸의 크기를 구한다.
❷ 단계	A 중학교에서 50세 이상 60세 미만인 계급의 상대도수를 구한다.
❸ 단계	A 중학교에서 나이가 50세 이상인 선생님의 수를 구한다.

그래프의 세로 눈금 한 칸의 크기를 x라 하면 B 중학교의 상대도수의 총합은 1이므로

$2x+6x+7x+4x+x=1$

$20x=1 \qquad \therefore x=0.05$

즉, 그래프의 세로 눈금 한 칸의 크기는 0.05이다.
이때, A 중학교에서 나이가 50세 이상 60세 미만인 계급의 상대도수는

$1-(3+7+6+1)\times0.05=0.15$

이므로 A 중학교에서 나이가 50세 이상인 선생님의 수는

$80\times(0.15+0.05)=16$(명) 답 16명

06 해결단계

❶단계	B 마을의 전체 주민 수를 x라 하고 A 마을의 전체 주민 수를 x를 사용하여 나타낸다.
❷단계	60분 이상 70분 미만인 계급을 이용하여 x의 값을 구한다.
❸단계	50분 이상 60분 미만인 계급의 B 마을의 주민 수를 구한다.

B 마을의 전체 주민 수를 x라 하면
하루 운동 시간이 20분 이상 30분 미만인 B 마을의 주민 수는 $0.2x$이다.
또한, 이 계급의 A 마을의 상대도수는 0.12이고, 주민 수는 B 마을과 같으므로 A 마을의 전체 주민 수는
$\frac{0.2x}{0.12}=\frac{5}{3}x$(명)
한편, 하루 운동 시간이 60분 이상 70분 미만인 계급의 A 마을의 상대도수는
$1-(0.06+0.12+0.16+0.32+0.26)=0.08$
이 계급의 두 마을의 상대도수가 같으므로 하루 운동 시간이 60분 이상 70분 미만인 계급의 B 마을의 상대도수도 0.08이다.
이 계급에 속하는 주민 수는 A 마을이 B 마을보다 16명 더 많으므로
$\frac{5}{3}x\times0.08=x\times0.08+16$
$5x=3x+600$
$2x=600 \quad \therefore x=300$
즉, B 마을의 전체 주민은 300명이고 하루 운동 시간이 50분 이상 60분 미만인 계급의 B 마을의 상대도수는
$1-(0.08+0.2+0.3+0.22+0.08)=0.12$
이므로 이 계급의 B 마을의 주민 수는
$300\times0.12=36$(명) **답** 36명

07 해결단계

❶단계	수정 후의 도수분포표를 완성한다.
❷단계	각 계급에서 이동한 학생 수를 구한다.
❸단계	A, B의 값을 각각 구하고 그 합을 구한다.

전체 학생 수는 변하지 않으므로 수정 후 상대도수에 각각 25를 곱하여 다음과 같은 도수분포표를 얻을 수 있다.

2학기 성적(점)	수정 전 학생 수(명)	수정 후 학생 수(명)
40이상 ~ 50미만	5	$0.12\times25=3$
50 ~ 60	3	$A\times25$
60 ~ 70	11	$0.48\times25=12$
70 ~ 80	1	0
80 ~ 90	2	$B\times25$
90 ~ 100	3	$0.12\times25=3$
합계	25	25

위의 표에서 성적이 40점 이상 50점 미만인 학생들 중에서 2명이 한 계급 올라갔고, 50점 이상 60점 미만인 학생들 중에서 1명이 한 계급 올라갔으므로 50점 이상 60점 미만인 학생 수는
$3+2-1=4$(명)
$\therefore A=\frac{4}{25}=0.16$
또한, 70점 이상 80점 미만인 학생들 중에서 1명이 한 계급 올라갔고, 80점 이상 90점 미만인 학생들 중에서 계급이 올라간 학생은 없으므로 80점 이상 90점 미만인 학생 수는
$2+1=3$(명)
$\therefore B=\frac{3}{25}=0.12$
$\therefore A-B=0.16-0.12=0.04$ **답** 0.04

08 해결단계

❶단계	지지율에 따른 도수를 각각 구한다.
❷단계	세 후보 A, B, C의 지지율을 각각 구한다.
❸단계	당선이 확실한 후보를 말하고 그 이유를 서술한다.

세 후보 A, B, C의 지지율에 따른 도수를 조사하면 다음과 같은 표를 얻을 수 있다.

학년	학생 수(명)			
	후보 A	후보 B	후보 C	무응답
1학년	75	150	45	30
2학년	102	153	68	17
3학년	126	108	108	18
합계	303	411	221	65

전교생 1000명에 대한 세 후보 A, B, C의 지지율은 각각
$\frac{303}{1000}\times100=30.3(\%)$, $\frac{411}{1000}\times100=41.1(\%)$,
$\frac{221}{1000}\times100=22.1(\%)$
이므로 후보 B의 지지율이 가장 높다.
또한, 전교생 1000명 중에서 무응답인 학생의 비율은
$\frac{65}{1000}\times100=6.5(\%)$
이때, 무응답인 학생이 모두 지지율이 두 번째로 높은 후보 A에 투표한다고 가정하면 후보 A의 득표율은
$30.3+6.5=36.8(\%)$
이는 후보 B의 지지율 41.1 %보다 낮으므로 후보 B의 당선이 확실하다. **답** 후보 B, 이유는 풀이 참조

Tomorrow

better than today

memo

T o m o r r o w

better than today

memo

T o m o r r o w

better than today

memo