

정답과 해설

BLACK LABEL 중학수학

I 기본 도형

01. 기본 도형

pp.010~019

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 ③ 02 2 03 ③, ⑤ 04 12 05 15 06 9 07 ① 08 ④ 09 130° 10 3 11 30쌍 12 ⑤	01 ①, ④ 02 ③ 03 28 04 24 05 ②, ⑤ 06 26 07 ④ 08 10 09 35 10 ② 11 1 12 ③ 13 15 m 14 ③ 15 $x=\frac{1}{4}, y=-\frac{1}{2}$ 16 1 : 9 17 ⑤ 18 84° 19 67.5° 20 50° 21 40° 22 ③ 23 56° 24 180° 25 ④ 26 ② 27 5쌍 28 ④ 29 75° 30 ② 31 11 32 ① 33 12 34 ① 35 336	01 $\frac{60}{13}$ cm 02 80° 03 2 04 (1) 5 (2) 75 05 23 06 16 07 $4n+2$ 08 $\frac{360}{11}$ 분

02. 위치 관계

pp.022~031

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 ②, ④ 02 6 03 ③ 04 9 05 ①, ④ 06 ②, ⑤ 07 ⑤ 08 96° 09 $l \parallel m, q \parallel r$ 10 100° 11 ⑤ 12 90°	01 ① 02 ㄱ 03 4 04 ㄱ, ㄴ, ㄷ 05 ④ 06 ③ 07 ②, ④ 08 20 09 ①, ④ 10 ③ 11 11 12 7 13 ② 14 3 15 8 16 ① 17 65° 18 ⑤ 19 51° 20 35° 21 50° 22 ⑤ 23 ③, ⑤ 24 180° 25 20° 26 75° 27 ⑤ 28 132° 29 ① 30 42° 31 105° 32 32 33 85° 34 ③ 35 70° 36 ⑤ 37 20°	01 (1) 195° (2) 14 02 62° 03 16 04 100° 05 76 06 31 07 95° 08 35

03. 작도와 합동

pp.033~041

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 ④ 02 ④ 03 5 04 (ㄱ) : $\overline{BC}$, (ㄴ) : $\odot$, (ㄷ) : $\ominus$, (ㄹ) : $\sphericalangle$, (ㅁ) : $\cong$ 05 $\triangle BDM \cong \triangle CEM$, ASA 합동 06 ⑤	01 ② 02 ③ 03 ③ 04 35° 05 풀이 참조 06 11 07 3 08 9 09 ④ 10 ㄱ, ㄴ, ㄷ 11 ③, ④ 12 ③, ⑤ 13 5 14 4회 15 (ㄱ) 30° (ㄴ) c (ㄷ) 60° (ㄹ) 60° (ㅁ) 30° (ㅂ) 30° 16 ④, ⑤ 17 ② 18 ⑤ 19 ③ 20 ASA 합동 21 ③ 22 풀이 참조, SAS 합동 23 120° 24 96° 25 50° 26 75° 27 ⑤ 28 ③ 29 ⑤ 30 54 31 48 32 8 33 ⑤ 34 10	01 8회 02 (1) $2 < x < 14$ (2) 24 03 9 04 45° 05 (1) ㄱ, ㄷ (2) 풀이 참조 06 6 07 4 08 70°
대단원 평가	01 ④ 02 44 03 5 04 ① 05 30 06 ④ 07 8 08 ㄱ, ㄴ, ㄷ 09 27 10 24 11 6, 18, 21 12 (1) 30° (2) 135°	

II 평면도형

04. 다각형

pp.047~057

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 ② 02 ⑤ 03 ② 04 ① 05 115° 06 ④ 07 ⑤ 08 ② 09 ② 10 73° 11 ④ 12 44°	01 ③ 02 ④ 03 8 04 119 05 20 06 12 07 67 08 ⑤ 09 ④ 10 160 11 ① 12 144° 13 158° 14 ③ 15 ③ 16 ⑤ 17 ⑤ 18 59° 19 99° 20 ④ 21 36° 22 ① 23 65 24 75 25 1980° 26 ④ 27 180° 28 ⑤ 29 274° 30 ② 31 225 32 ③ 33 ① 34 30 35 7 36 ① 37 10 38 ① 39 252° 40 ① 41 ③ 42 ③	01 15 02 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조 03 34 04 100° 05 24 06 114° 07 540° 08 112

05. 원과 부채꼴

pp.059~069

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 ①, ④ 02 ① 03 ② 04 ② 05 ⑤ 06 ② 07 $(10\pi+12)$ cm 08 93 09 ③ 10 ④ 11 ④ 12 ③	01 ③, ⑤ 02 6 cm 03 100° 04 ④ 05 ③ 06 216° 07 6 cm^2 08 ⑤ 09 $a=8\pi$, $b=16$ 10 ② 11 ② 12 4π cm 13 12 14 ⑤ 15 ② 16 328 17 ⑤ 18 6π cm 19 ① 20 $15:8$ 21 $90\pi\text{ cm}^2$ 22 ③ 23 $(50\pi-100)\text{ cm}^2$ 24 $(18\pi-36)\text{ cm}^2$ 25 $20\pi\text{ cm}^2$ 26 ① 27 ② 28 ③ 29 $\frac{32}{3}\pi\text{ cm}^2$ 30 64 cm^2 31 ② 32 ⑤ 33 $(\frac{3}{2}\pi-2)\text{ cm}^2$ 34 ③ 35 $(8\pi+34)\text{ cm}$ 36 4π cm 37 $\frac{32}{3}\pi\text{ cm}$ 38 $(\frac{128}{3}\pi+80)\text{ cm}^2$ 39 $(50\pi+48)\text{ cm}^2$ 40 $\frac{341}{3}\pi\text{ m}^2$ 41 ⑤	01 4π m 02 $45\pi\text{ cm}^2$ 03 $(104+36\pi)\text{ cm}$ 04 4π cm 05 0 06 8π cm 07 5 08 $(58\pi+88)\text{ cm}^2$
대단원 평가	01 ③ 02 ④ 03 6 04 900° 05 324° 06 6 cm 07 ③ 08 ① 09 $(54-\frac{27}{2}\pi)\text{ cm}^2$ 10 56° 11 16° 12 (1) 150° (2) $\frac{137}{6}\pi\text{ m}^2$	

Ⅲ 입체도형

06. 다면체와 회전체

pp.076~086

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 2 02 ④ 03 38 04 ④ 05 ② 06 ① 07 ㄱ, ㄷ 08 ⑤ 09 ② 10 ⑤ 11 168 cm^2 12 $48\pi\text{ cm}^2$	01 ② 02 ② 03 16 04 36 05 12 06 사각기둥 07 ㄱ, ㄷ 08 ④ 09 60 cm 10 ㄴ, ㄷ 11 ⑤ 12 ③ 13 60 14 48 15 ①, ④ 16 ② 17 60° 18 점 B, 점 G 19 ㄱ, ㄴ, ㄹ 20 1 21 40 cm 22 ③, ⑤ 23 ㄱ, ㄴ, ㄷ 24 ③ 25 ② 26 ② 27 ④ 28 풀이 참조 29 ② 30 $26+4\pi$ 31 $40\pi\text{ cm}^2$ 32 3 33 ② 34 ⑤ 35 $(14+\frac{48}{5}\pi)\text{ cm}$ 36 $20\pi\text{ cm}^2$ 37 ③ 38 ③ 39 ⑤	01 (1) $3m+2n=30$ (2) 13, 11 02 풀이 참조 03 (1) 32 (2) 4π 04 51 05 486 06 30 07 94 08 12초

07. 입체도형의 겉넓이와 부피

pp.088~097

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 ③ 02 ① 03 ④ 04 ④ 05 $(48\pi+48)\text{ cm}^2$ 06 $25\pi\text{ cm}^3$ 07 ④ 08 ② 09 ② 10 ④ 11 ⑤ 12 $18\pi\text{ cm}^3$, $54\pi\text{ cm}^3$	01 ④ 02 ② 03 ③ 04 384 cm^2 05 504 cm^2 06 $(115\pi-50)\text{ cm}^2$ 07 ① 08 $\frac{5}{2}$ 09 ③ 10 16 cm^3 11 5:6 12 ② 13 $56\pi\text{ cm}^2$ 14 ④ 15 $(4\pi+504)\text{ cm}^2$ 16 ③ 17 ② 18 ④ 19 6 20 924 21 8:3 22 ② 23 320분 24 ③ 25 ⑤ 26 $\frac{153}{8}\text{ cm}^3$ 27 64 28 6 cm 29 ⑤ 30 ② 31 ⑤ 32 2 33 ③ 34 $\frac{10}{3}\pi\text{ cm}^3$ 35 $224\pi\text{ cm}^3$ 36 ③	01 24 cm 02 (1) 460 cm^3 (2) 5.4 cm 03 624 cm^2 04 7:6:5 05 $\frac{208}{3}\pi\text{ cm}^3$ 06 $(\frac{1}{3}\pi+\frac{1}{2})r^3$ 07 72π 08 12분
대단원 평가	01 ②, ⑤ 02 팔각뿔 03 ⑤ 04 $(96\pi+24)\text{ cm}$ 05 ② 06 ③ 07 ② 08 ⑤ 09 54배 10 12개 11 $95\pi\text{ cm}^2$ 12 (1) 5 cm (2) 320 cm^2 (3) 350 cm^3	

08. 도수분포표와 그래프

pp.104~113

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 ⑤ 02 ⑤ 03 7 04 ②, ④ 05 15 06 1 cm 07 ③ 08 79 09 20 % 10 16 11 ②	01 ③ 02 ③ 03 60 kg 04 ⑤ 05 ③ 06 ② 07 22 08 ⑤ 09 19점 10 5번 11 ① 12 6, 20 13 ① 14 ③ 15 30회 16 ③, ⑤ 17 ④ 18 ① 19 15 % 20 ⑤ 21 6 22 25 23 ②, ⑤ 24 ① 25 12 26 ② 27 33 : 47 28 ③ 29 42 % 30 36 % 31 ③ 32 ④ 33 48 % 34 18번째	01 87, 85 02 7 03 (1) $m=2$, $n=3$ (2) $x=58$, $y=63$ 04 20 05 2 06 24 07 8 08 7

09. 상대도수

pp.115~123

STEP 1 시험에 꼭 나오는 문제	STEP 2 A등급을 위한 문제	STEP 3 종합 사고력 도전 문제
01 0.2 02 5 : 2 03 ④ 04 A, D 05 ⑤ 06 ㄱ	01 ④ 02 ② 03 22 04 ④ 05 ② 06 80점 이상 90점 미만 07 ⑤ 08 15회 09 ⑤ 10 24 11 ⑤ 12 0.1 13 ④ 14 0.296 15 0.48 16 20 17 ③ 18 ④ 19 ④ 20 ② 21 ③ 22 ② 23 ② 24 ② 25 ② 26 13 27 16	01 25 : 56 02 120 03 61번째 04 42 05 36 06 0.04 07 후보 B, 이유는 풀이 참조 08 7
대단원 평가	01 ② 02 19 03 ⑤ 04 68 % 05 2명 06 20개 이상 25개 미만 07 3 : 2 08 ② 09 25 10 12 11 (1) $A=0.12$, $B=54$ (2) 8 %	

I 기본 도형

01. 기본 도형

STEP	1	시험에 꼭 나오는 문제	pp.010~011
01 ③	02 2	03 ③, ⑤	04 12
06 9	07 ①	08 ④	09 130°
11 30쌍	12 ⑤	10 3	

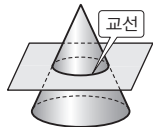
01

- ㄱ. 직육면체에서 교선, 즉 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 6이므로
- (교선의 개수) = 2 × (면의 개수)
- ㄴ. 삼각뿔에서 교점의 개수, 꼭짓점의 개수는 모두 4로 같다.
- ㄷ. 면과 면이 만나서 직선 또는 곡선이 생길 수 있다.
- 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

BLACKLABEL 특강 풀이 첨삭

ㄷ. 평면과 평면이 만나서 생기는 교선은 항상 직선이지만 평면과 곡면 또는 곡면과 곡면이 만나는 경우에는 오른 쪽 그림과 같이 곡선이 생길 수 있다.



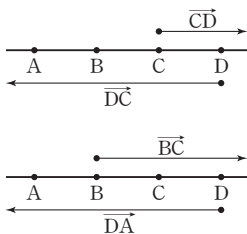
02

- 교점의 개수는 13이므로 $l=13$
- 교선의 개수는 24이므로 $m=24$
- 면의 개수는 13이므로 $n=13$
- $\therefore l-m+n=13-24+13=2$

답 2

03

- ③ $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$ 는 시작점과 방향이 다르므로 $\overrightarrow{CD} \neq \overrightarrow{DC}$
- ⑤ $\overrightarrow{BC}$ 와 $\overrightarrow{DA}$ 는 오른쪽 그림과 같으므로 $\overrightarrow{BC}$ 는 $\overrightarrow{DA}$ 에 포함되지 않는다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.



답 ③, ⑤

04

- 서로 다른 직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$ 의 6개이므로 $a=6$
- 서로 다른 반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$ 의 12개이므로 $b=12$
- 서로 다른 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ 의 6개이므로 $c=6$
- $\therefore a+2b-3c=6+2 \times 12-3 \times 6=12$

답 12

BLACKLABEL 특강 참고

직선, 반직선, 선분의 개수

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 n 개의 점 중에서 두 점을 이어 만들 수 있는 서로 다른 직선, 반직선, 선분의 개수는 다음과 같다.

- (1) 직선의 개수, 선분의 개수 : $\frac{n(n-1)}{2}$
- (2) 반직선의 개수 : $n(n-1)$

05

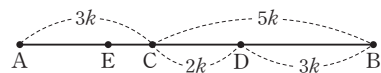
$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AN} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = 3\overline{AM} = 3 \times 5 = 15$$

답 15

06

- $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 5$ 이고 $\overline{ED} = 25$ 이므로
- $$\overline{AE} = 25 \times \frac{3}{5} = 15$$
- $\overline{AE} = 15$ 이고 $\overline{ED} = 25$ 이므로
- $$\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 15 + 25 = 40$$
- 또한, $\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 5$ 이고 $\overline{CD} : \overline{DB} = 2 : 3$ 이므로 0이 아닌 상수 k 에 대하여 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



$$\therefore \overline{AC} : \overline{CD} = 3 : 2$$

$$\overline{AD} = 40 \text{이고 } \overline{AC} : \overline{CD} = 3 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{CD} = 40 \times \frac{2}{3+2} = 16$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{ED} - \overline{CD} = 25 - 16 = 9$$

답 9

07

$$\angle COD = \angle a \text{라 하면}$$

$$\angle AOC = \frac{3}{2} \angle COD = \frac{3}{2} \angle a$$

$$\angle DOE = \angle b \text{라 하면}$$

$$\angle EOB = \frac{3}{2} \angle DOE = \frac{3}{2} \angle b$$

이때 $\angle AOC + \angle COD + \angle DOE + \angle EOB = 180^\circ$ 이므로

$$\frac{3}{2}\angle a + \angle a + \angle b + \frac{3}{2}\angle b = 180^\circ$$

$$\frac{5}{2}(\angle a + \angle b) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 180^\circ \times \frac{2}{5} = 72^\circ$$

$$\therefore \angle COE = \angle a + \angle b = 72^\circ$$

답 ①

08

$\angle AOC = 90^\circ$, $\angle BOD = 90^\circ$ 에서

$\angle BOC + \angle AOB = 90^\circ$, $\angle BOC + \angle COD = 90^\circ$ 이므로

$$2\angle BOC + \angle AOB + \angle COD = 180^\circ$$

$$2\angle BOC + 48^\circ = 180^\circ, 2\angle BOC = 132^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 66^\circ$$

답 ④

• 다른 풀이 •

$\angle BOC + \angle AOB = \angle BOC + \angle COD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = \angle COD$$

$$= \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

이때 $\angle BOC + \angle AOB = 90^\circ$ 이므로

$$\angle BOC = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$$

09

시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{1}{12} = 30^\circ$$

시침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{60} = 0.5^\circ$$

분침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{1}{60} = 6^\circ$$

시계가 3시 40분일 때, 시침의 위치는 12의 눈금을 기준으로

$$30^\circ \times 3 + 0.5^\circ \times 40 = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$$

만큼 움직인 곳이다. 또한, 분침의 위치는 12의 눈금을 기준으로

$$6^\circ \times 40 = 240^\circ$$

만큼 움직인 곳이다.

따라서 시침과 분침이 이루는 각 중에서 크기가 작은 쪽의 각의 크기는

$$240^\circ - 110^\circ = 130^\circ$$

답 130°

10

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$$x + 50 = 4x + 5, 3x = 45 \quad \therefore x = 15$$

이때 $\angle AOB = 90^\circ$ 에서

$$(2y + 1)^\circ + (4x + 5)^\circ = 90^\circ \text{이므로}$$

$$2y + 1 + 4 \times 15 + 5 = 90$$

$$2y + 66 = 90, 2y = 24 \quad \therefore y = 12$$

$$\therefore x - y = 15 - 12 = 3$$

답 3

11

오른쪽 그림과 같이 주어진 6개의 직선을

a, b, c, d, e, f 라 하면 a 와 b , a 와 c , a

와 d , a 와 e , a 와 f , b 와 c , b 와 d , b 와 e ,

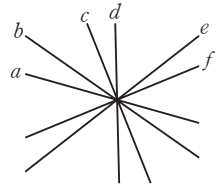
b 와 f , c 와 d , c 와 e , c 와 f , d 와 e , d 와

f , e 와 f 가 한 점에서 만날 때 각각 2쌍

의 맞꼭지각이 생긴다.

따라서 맞꼭지각은 모두 $2 \times 15 = 30$ (쌍)이다.

답 30쌍



12

⑤ 점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

STEP

2

A등급을 위한 문제

pp.012~017

01 ①, ④

02 ③

03 28

04 24

05 ②, ⑤

06 26

07 ④

08 10

09 35

10 ②

11 1

12 ③

13 15 m

14 ③

15 $x = \frac{1}{4}, y = -\frac{1}{2}$

16 1 : 9

17 ⑤

18 84°

19 67.5°

20 50°

21 40°

22 ③

23 56°

24 180°

25 ④

26 ②

27 5쌍

28 ④

29 75°

30 ②

31 11

32 ①

33 12

34 ①

35 336

01

① 구는 입체도형이다.

④ 교점은 선과 선 또는 선과 면이 만날 때 생긴다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

02

오각기둥에서 교점, 즉 꼭짓점은 10개이고,

교선, 즉 모서리는 15개이므로

$$a = 10, b = 15$$

원기둥에서 교점은 없고, 교선은 2개이므로

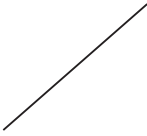
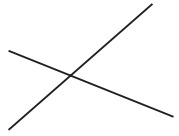
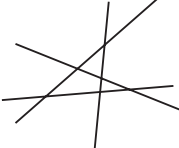
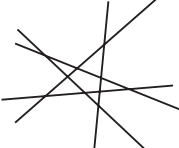
$$x=0, y=2$$

$$\therefore a+b+x+y=10+15+0+2=27$$

답 ③

03

다음 그림과 같이 평면 위에 어느 직선도 평행하지 않고, 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않게 직선을 그을 때 나누어진 영역의 개수는 최대가 된다.

(i) 1개의 직선 ⇒ 2개의 영역	(ii) 2개의 직선 ⇒ (2+2)개의 영역	(iii) 3개의 직선 ⇒ (2+2+3)개의 영역
		
(iv) 4개의 직선 ⇒ (2+2+3+4)개의 영역	(v) 5개의 직선 ⇒ (2+2+3+4+5)개의 영역	...
		...

따라서 평면 위에 서로 다른 8개의 직선을 그을 때 나누어진 영역의 최대 개수는

$$2+2+3+4+5+6+7+8=37$$

$$\text{즉, } M=37$$

또한, 평면 위에 평행한 서로 다른 직선을 그을 때 나누어진 영역의 개수는 최소가 되므로 평행한 8개의 서로 다른 직선을 그을 때 나누어진 영역의 최소 개수는 9, 즉 $m=9$ 이다.

$$\therefore M-m=37-9=28$$

답 28

04

서로 다른 직선은 $\overline{AB}, \overline{AP}, \overline{BP}, \overline{CP}$ 의 4개이므로 $a=4$

서로 다른 반직선은 $\overline{AB}, \overline{AP}, \overline{BA}, \overline{BC}, \overline{BP}, \overline{CB}, \overline{CP}, \overline{PA}, \overline{PB}, \overline{PC}$ 의 10개이므로 $b=10$

$$\therefore a+2b=4+2 \times 10=24$$

답 24

BLACKLABEL 특강

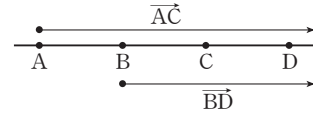
참고

이 문제에서 직선의 개수는 40이므로 반직선의 개수는 그 2배인 80로 생각하기 쉽다. 그러나 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$, $\overline{CA}$ 와 $\overline{CB}$ 는 각각 같은 반직선임에 유의해야 한다. 이와 같이 한 직선 위에 3개 이상의 점이 있을 때, 이들 중 두 점을 이어 만들 수 있는 반직선의 개수가 직선의 개수의 2배라고 생각하면 안 된다.

05

① 직선과 반직선의 길이는 짝 수 없다.

③ 다음 그림과 같이 네 점 A, B, C, D가 한 직선 위에 있을 때, 두 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 와 $\overrightarrow{BD}$ 의 방향은 같지만 시작점이 다르므로 다른 반직선이다.



④ 오른쪽 그림과 같이 서로 다른 두 점을 지나 는 직선은 항상 존재하지만, 서로 다른 세 점을 지나는 직선은 존재하지 않을 수 있다.



따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

06

점 A에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}$ 의 5개

점 B에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ (또는 $\overrightarrow{BD}$), $\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF}$ 의 4개

점 C에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF}$ 의 5개

점 D에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}$ (또는 $\overrightarrow{DC}$), $\overrightarrow{DE}$ (또는 $\overrightarrow{DF}$)의 3개

점 E에서 시작하는 서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EC}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}$ 의 5개

점 F에서 시작하는 서로 다른 반직선은

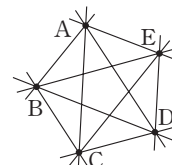
$\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{FD}$ (또는 $\overrightarrow{FE}$)의 4개

따라서 서로 다른 반직선의 개수는

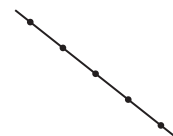
$$5+4+5+3+5+4=26$$

답 26

07



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]과 같이 5개의 점 중에서 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최대이다.

이때 직선은 $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CD}, \overline{CE}, \overline{DE}$ 의 10개이므로

$$M=10$$

[그림 2]와 같이 5개의 점이 한 직선 위에 있을 때 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최소이므로

$$m=1$$

$$\therefore M-m=10-1=9$$

답 ④

08

서로 다른 직선 위에 있는 점은 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않으므로 서로 다른 직선 위의 두 점을 이어 만들 수 있는 선분의 개수와 직선의 개수가 같다. 그러므로 같은 직선 위의 두 점을 이어 만들 수 있는 선분의 개수와 직선의 개수의 차만 구하면 된다.

오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있는 세 점 A, B, C에서 두 점을 이어 만들 수 있는 서로 다른 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 3개, 서로 다른 직선은 $\overleftrightarrow{AC}$ 의 1개이다.

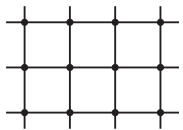
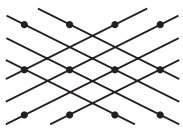
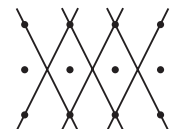
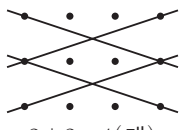
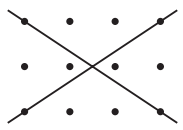
따라서 한 직선 위에 있는 세 점에서 두 점을 이어 만들 수 있는 서로 다른 선분의 개수와 서로 다른 직선의 개수의 차는 $3-1=2$ 이므로 구하는 개수의 차는

$$2 \times 5 = 10$$

답 10

09

두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선을 다음과 같이 분류하고 그 개수를 구할 수 있다.

(i) 	(ii) 
4+3=7(개)	4+4=8(개)
(iii) 	(iv) 
4+4=8(개)	3+3=6(개)
(v) 	(vi) 
2+2=4(개)	1+1=2(개)

(i)~(vi)에서 구하는 서로 다른 직선의 개수는

$$7+8+8+6+4+2=35$$

답 35

• 다른 풀이 •

12개의 점을 순서대로 A, B, C, ..., L이라고 하자.

이들 중 어느 두 점도 한 직선 위에 있지 않다고 할 때, 점 A와

11개의 점 B, C, D, ..., L 중 하나씩을 이어 직선 11개를 만들 수 있고

점 B와 10개의 점 C, D, E, ..., L 중 하나씩을 이어 직선 10개를 만들 수 있고

⋮

점 J와 2개의 점 K, L 중 하나씩을 이어 직선 2개를 만들 수 있고

점 K와 1개의 점 L을 이어 직선 1개를 만들 수 있다.

즉, 어느 두 점도 한 직선 위에 있지 않은 12개의 점 중 2개의 점을 이어 만들 수 있는 직선의 개수는

$$11+10+9+\cdots+2+1=66 \quad \text{.....㉠}$$

같은 방법으로 어느 두 점도 한 직선 위에 있지 않은 4개의 점 중 2개의 점을 이어 만들 수 있는 직선의 개수는

$$3+2+1=6 \quad \text{.....㉡}$$

어느 두 점도 한 직선 위에 있지 않은 3개의 점 중 2개의 점을 이어 만들 수 있는 직선의 개수는

$$2+1=3 \quad \text{.....㉢}$$

이때 주어진 12개의 점 중 4개의 점이 한 직선 위에 있는 경우는 오른쪽 그림과 같이 3가지이고 각 경우에 만들 수 있는 직선의 개수는 ㉡에 의하여 6개씩이다.

또한, 주어진 12개의 점 중 3개의 점이 한 직선 위에 있는 경우는 오른쪽 그림과 같이 8가지이고 각 경우에 만들 수 있는 직선의 개수는 ㉢에 의하여 3개씩이다.

즉, ㉠에 포함된 직선 중 같은 직선을 중복하여 센 개수는

$$3 \times 6 + 8 \times 3 = 42$$

따라서 한 직선 위의 점 4개로 직선 1개, 한 직선 위의 점 3개로 직선 1개를 각각 만들 수 있으므로 구하는 직선의 개수는

$$66-42+(3+8)=35$$

10

$$\neg. \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{MB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{AB}$$

$$\therefore \overline{NB} = \frac{1}{2} \overline{MB}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2 \overline{MB} = 2 \times 2 \overline{NB} = 4 \overline{NB}$$

$$\therefore \overline{AN} = \overline{AM} + \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{4} \overline{AB} = \frac{3}{4} \overline{AB}$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{4}{3} \overline{AN}$$

따라서 옳은 것은 $\neg$, κ 이다.

답 ②

11

$$4 \overline{AC} = \overline{AB} \text{에서 } \overline{AC} = \frac{1}{4} \overline{AB} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$$

이므로

$$\overline{CE} = \overline{AB} - (\overline{AC} + \overline{EB})$$

$$= 24 - (6 + 2) = 16$$

$$4\overline{CD} = \overline{CE} \text{에서}$$

$$\overline{CD} = \frac{1}{4}\overline{CE} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$$

또한, 점 M은 선분 AD의 중점이므로

$$\overline{MD} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{CD})$$

$$= \frac{1}{2} \times (6 + 4) = 5$$

$$\therefore \overline{MC} = \overline{MD} - \overline{CD}$$

$$= 5 - 4 = 1$$

답 1

12

$\overline{AP} = a$ 라 하면 $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 3$ 에서

$$\overline{PB} = 3\overline{AP} = 3a$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB} = a + 3a = 4a$$

$$\overline{AQ} : \overline{QB} = 5 : 2 \text{에서}$$

$$\overline{QB} = \frac{2}{5+2}\overline{AB} = \frac{2}{7} \times 4a = \frac{8}{7}a$$

$$\overline{PQ} = \overline{PB} - \overline{QB} = 3a - \frac{8}{7}a = \frac{13}{7}a \text{이므로}$$

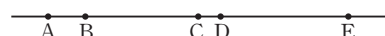
$$\frac{13}{7}a = 13 \quad \therefore a = 7$$

$$\therefore \overline{AB} = 4a = 4 \times 7 = 28$$

답 ③

13

다음 그림과 같이 가람, 수진, 유선, 병진, 희정의 위치를 한 직선 위에 각각 점 A, B, C, D, E로 나타내어 보자.



조건 (가)에서 $\overline{AE} = 36$ m이므로 조건 (나)에서

$$\overline{AC} = \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AE} = \frac{1}{2} \times 36 = 18 \text{ (m)} \quad \dots\dots ㉠$$

조건 (다)에서 $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{BC}$, 즉 $\overline{BC} = 3\overline{AB}$ 이므로

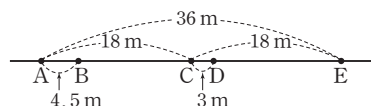
$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AB} + 3\overline{AB} = 4\overline{AB} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $4\overline{AB} = 18$ 이므로

$$\overline{AB} = \frac{18}{4} = 4.5 \text{ (m)}$$

조건 (라)에서 $\overline{AB} + \overline{CD} = 7.5$ 이므로

$$4.5 + \overline{CD} = 7.5 \quad \therefore \overline{CD} = 3 \text{ (m)}$$



따라서 병진과 희정 사이의 거리는

$$\overline{DE} = \overline{CE} - \overline{CD} = 18 - 3 = 15 \text{ (m)}$$

답 15 m

14

두 점 A_1, B_1 은 선분 AB의 삼등분점이므로

$$\overline{AA_1} = \overline{A_1B_1} = \overline{B_1B} = \frac{1}{3} \times \overline{AB}$$

두 점 A_2, B_2 는 선분 A_1B_1 의 삼등분점이므로

$$\overline{A_1A_2} = \overline{A_2B_2} = \overline{B_2B_1} = \frac{1}{3} \times \overline{A_1B_1} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \overline{AB}$$

두 점 A_3, B_3 은 선분 A_2B_2 의 삼등분점이므로

$$\overline{A_2A_3} = \overline{A_3B_3} = \overline{B_3B_2} = \frac{1}{3} \times \overline{A_2B_2} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \overline{AB}$$

두 점 A_4, B_4 는 선분 A_3B_3 의 삼등분점이므로

$$\overline{A_3A_4} = \overline{A_4B_4} = \overline{B_4B_3} = \frac{1}{3} \times \overline{A_3B_3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \overline{AB}$$

이때 $\overline{A_4B} = \overline{A_4B_4} + \overline{B_4B_3} + \overline{B_3B_2} + \overline{B_2B_1} + \overline{B_1B}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{A_4B} &= \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \overline{AB} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \overline{AB} + \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \overline{AB} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \overline{AB} \\ &\quad + \frac{1}{3} \times \overline{AB} \end{aligned}$$

$$= \left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \right\} \times 81$$

$$= \left(\frac{1}{81} + \frac{1}{81} + \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \right) \times 81$$

$$= 1 + 1 + 3 + 9 + 27$$

$$= 41$$

답 ③

15

$\overline{AB} = a, \overline{BC} = b$ 라 하면

$$\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$= \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BC}) = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}a$$

$$\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}b$$

$$\overline{MP} = \overline{PN} = \frac{1}{2}\overline{MN} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a$$

$$\therefore \overline{PC} = \overline{PN} - \overline{CN} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b$$

따라서 $\overline{PC} = \frac{1}{4}\overline{AB} - \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로

$$x = \frac{1}{4}, y = -\frac{1}{2} \quad \text{답 } x = \frac{1}{4}, y = -\frac{1}{2}$$

16 해결단계

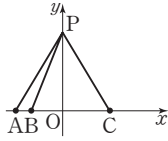
① 단계	높이가 같은 두 삼각형에서 밑변의 길이의 비와 넓이의 비의 관계를 이용하여 다섯 점 A, B, C, D, P의 위치를 좌표평면 위에 나타낸다.
② 단계	$\overline{AB} = k$ 로 놓고 $\overline{OB}, \overline{OD}$ 의 길이를 각각 k 를 사용하여 나타낸다.
③ 단계	$\overline{OB} : \overline{OD}$ 를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

두 삼각형 PAB와 PBC의 높이는 $\overline{OP}$ 로 같고, 넓이의 비가

1 : 5이므로 두 삼각형의 밑변의 길이의 비도 1 : 5이다.

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 5 \quad \dots\dots ㉠$$

또한, 원점 O가 $\overline{AC}$ 의 중점이므로 네 점 A, B, C, P를 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 나타낼 수 있다.

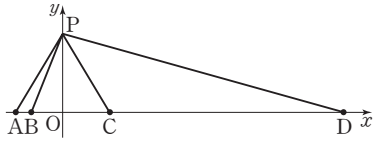


한편, 두 삼각형 PBD와 PCD의 높이는 $\overline{OP}$ 로 같고, 넓이의 비가 4 : 3이므로 두 삼각형의 밑변의 길이의 비도 4 : 3이다.

즉, $\overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 3$ 이므로

$$\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 3 \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

따라서 다섯 점 A, B, C, D, P를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



㉠에 의하여 $\overline{AB} = k$, $\overline{BC} = 5k$ 라 하면

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times (k + 5k) = \frac{1}{2} \times 6k = 3k$$

$$\therefore \overline{OB} = \overline{OA} - \overline{AB} = 3k - k = 2k$$

또한, ㉡에 의하여 $5k : \overline{CD} = 1 : 3$ 이므로

$$\overline{CD} = 15k$$

따라서 $\overline{OD} = \overline{OC} + \overline{CD} = 3k + 15k = 18k$ 이므로

$$\overline{OB} : \overline{OD} = 2k : 18k = 1 : 9$$

답 1 : 9

BLACKLABEL 특강

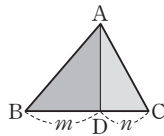
필수 원리

삼각형의 밑변의 길이의 비와 넓이의 비

높이가 같은 두 삼각형에서 밑변의 길이와 넓이는 정비례 관계이므로 밑변의 길이의 비와 넓이의 비는 같다.

즉, 오른쪽 그림에서

$$(\text{삼각형 ABD의 넓이}) : (\text{삼각형 ACD의 넓이}) \\ = m : n$$



17

$\angle AOB : \angle BOE = 4 : 5$ 에서

$$\angle AOB = 180^\circ \times \frac{4}{4+5} = 180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

또한,

$$\begin{aligned} \angle COE &= 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) \\ &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

이고 $\angle COE = 3 \angle DOE$ 이므로

$$\angle COD = \frac{2}{3} \angle COE = \frac{2}{3} \times 60^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BOC + \angle COD = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

답 ⑤

18

두 삼각형 ABD, BCD는 모두 이등변삼각형이므로

$$\angle ABD = \angle BAD \text{이고,}$$

$$\angle CBD = \angle BCD \text{이다.}$$

이때 $\angle ABD : \angle CBD = 8 : 7$ 이므로

$$\angle ABD = 8k^\circ, \angle CBD = 7k^\circ \text{라 하면}$$

$$\angle BAD = \angle ABD = 8k^\circ, \angle BCD = \angle CBD = 7k^\circ$$

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합이 180° 이므로

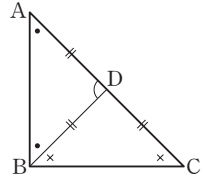
$$2 \times 8k^\circ + 2 \times 7k^\circ = 180^\circ, 30k^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore k = 6$$

따라서 삼각형 ABD에서

$$\angle ADB = 180^\circ - 16k^\circ = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ$$

답 84°



19

$\overline{DE}$ 를 접는 선으로 하여 종이를 접었으므로

$$\angle DEC = \angle DEC'$$

따라서 $\angle BEC' : \angle DEC' : \angle DEC = 2 : 3 : 3$ 이므로

$$\angle DEC = 180^\circ \times \frac{3}{2+3+3} = 67.5^\circ$$

답 67.5°

BLACKLABEL 특강

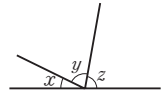
참고

오른쪽 그림에서 $\angle x : \angle y : \angle z = a : b : c$ 이면

$$(1) \angle x = 180^\circ \times \frac{a}{a+b+c}$$

$$(2) \angle y = 180^\circ \times \frac{b}{a+b+c}$$

$$(3) \angle z = 180^\circ \times \frac{c}{a+b+c}$$



20

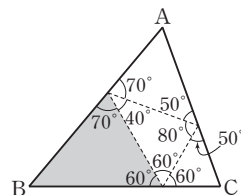
$\angle x : \angle y : \angle z = 2 : 3 : 4$ 이므로

$$\angle x = 180^\circ \times \frac{2}{2+3+4} = 40^\circ,$$

$$\angle y = 180^\circ \times \frac{3}{2+3+4} = 60^\circ,$$

$$\angle z = 180^\circ \times \frac{4}{2+3+4} = 80^\circ \text{이고,}$$

입사각의 크기와 반사각의 크기가 같으므로 각의 크기를 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



따라서 색칠한 삼각형에서

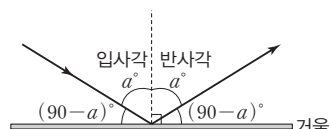
$$\angle B = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ$$

답 50°

BLACKLABEL 특강

참고

다음 그림과 같이 입사각의 크기와 반사각의 크기가 a° 로 서로 같으므로 직각에서 입사각의 크기를 뺀 각의 크기와 직각에서 반사각의 크기를 뺀 각의 크기도 $(90-a)^\circ$ 로 서로 같다.



21

$$\angle BOC + \angle AOB + \angle AOE = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle BOC + 110^\circ + \angle AOE = 180^\circ$$

$$\angle BOC + \angle AOE = 70^\circ$$

$$\therefore \angle AOE = 70^\circ - \angle BOC$$

이때 $20^\circ \leq \angle BOC \leq 60^\circ$ 이므로

(i) $\angle BOC = 20^\circ$ 일 때,

$$\angle AOE = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

(ii) $\angle BOC = 60^\circ$ 일 때,

$$\angle AOE = 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ$$

(i), (ii)에서

$$10^\circ \leq \angle AOE \leq 50^\circ$$

따라서 $\angle AOE$ 의 크기가 가장 클 때와 가장 작을 때의 각의 크기의 차는

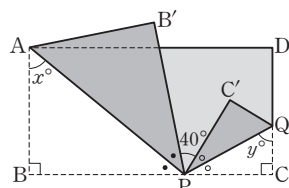
$$50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$$

답 40°

22

직사각형 모양의 종이 ABCD를 두 선분 AP와 PQ를 각각 접는 선으로 하여 접었으므로

$$\angle APB = \angle APB', \angle CPQ = \angle C'PQ$$



$$\text{이때 } \angle APB = 180^\circ - (90^\circ + x^\circ) = (90 - x)^\circ,$$

$$\angle CPQ = 180^\circ - (90^\circ + y^\circ) = (90 - y)^\circ \text{이므로}$$

$$\angle APB + \angle APB' + \angle CPQ + \angle C'PQ + 40^\circ = 180^\circ \text{에서}$$

$$2 \times (90 - x)^\circ + 2 \times (90 - y)^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$360 - 2(x + y) + 40 = 180$$

$$2(x + y) = 220 \quad \therefore x + y = 110$$

답 ③

23

시침은 15시간이 지나면 처음 있던 자리로 되돌아오므로

시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{1}{15} = 24^\circ$$

또한, 시침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{1}{15} \times \frac{1}{60} = 0.4^\circ$$

분침은 1시간이 지나면 처음 있던 자리로 되돌아오므로

분침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{1}{60} = 6^\circ$$

시침과 분침이 시계의 15를 가리킬 때부터 7시간 40분 후까지 회전한 각의 크기는 각각 다음과 같다.

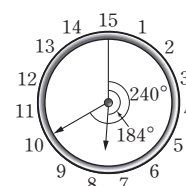
$$\text{시침} : 24^\circ \times 7 + 0.4^\circ \times 40 = 184^\circ$$

$$\text{분침} : 6^\circ \times 40 = 240^\circ$$

따라서 시침과 분침이 시계의 15를 가리킬 때부터 7시간 40분이 지났을 때, 시침과 분침이 이루는 각 중에서 크기가 작은 쪽의 각의 크기는

$$240^\circ - 184^\circ = 56^\circ$$

답 56°



BLACKLABEL 특강

오답 피하기

일반적인 시계 문제에서 시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는 $360^\circ \times \frac{1}{12} = 30^\circ$

이지만 위의 문제에서는 시계의 눈금이 1부터 15까지 있으므로 시침이 1시간 동안

움직이는 각의 크기는 $360^\circ \times \frac{1}{15} = 24^\circ$ 이다.

24

$$\frac{\angle b}{\angle a} = \frac{2}{3} \text{에서 } \angle b = \frac{2}{3} \angle a$$

$$\frac{\angle c}{\angle b} = \frac{2}{3} \text{에서 } \angle c = \frac{2}{3} \angle b = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \angle a = \frac{4}{9} \angle a$$

$$\frac{\angle d}{\angle c} = \frac{2}{3} \text{에서 } \angle d = \frac{2}{3} \angle c = \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} \angle a = \frac{8}{27} \angle a$$

이때 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 180^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c + \angle d &= \angle a + \frac{2}{3} \angle a + \frac{4}{9} \angle a + \frac{8}{27} \angle a \\ &= \frac{65}{27} \angle a = 180^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\therefore 13(\angle a - \angle b - \angle c + \angle d)$$

$$= 13 \left(\angle a - \frac{2}{3} \angle a - \frac{4}{9} \angle a + \frac{8}{27} \angle a \right)$$

$$= \frac{65}{27} \angle a$$

$$= 180^\circ (\because \textcircled{1})$$

답 180°

25

원 O를 1회전하는 데

$\overrightarrow{OA}$ 는 40분이 걸리므로 1분에 $\frac{360^\circ}{40}$, 즉 9° 씩 움직이고,

$\overrightarrow{OB}$ 는 90분이 걸리므로 1분에 $\frac{360^\circ}{90}$, 즉 4° 씩 움직인다.

두 반직선이 현재의 위치에서 처음으로 $\angle AOB = 180^\circ$ 가 될 때까지 걸리는 시간을 x 분이라 하면 $\overrightarrow{OP}$ 에서부터 $\overrightarrow{OA}$ 가 회전한 양은 $9x^\circ$, $\overrightarrow{OP}$ 에서 $\overrightarrow{OB}$ 가 회전하여 도착한 위치까지의 양은 $(4x + 90)^\circ$ 이므로

$$9x^\circ - (4x + 90)^\circ = 180^\circ, 5x^\circ = 270^\circ$$

$$\therefore x = 54$$

따라서 두 반직선이 현재의 위치에서 처음으로 $\angle AOB = 180^\circ$ 가 될 때까지 54분이 걸린다.

답 ④

BLACKLABEL 특강

참고

$\overrightarrow{OP}$ 에서 출발한 $\overrightarrow{OA}$ 가 18분 동안 회전한 양은

$$9^\circ \times 18 = 162^\circ$$

$\overrightarrow{OQ}$ 에서 출발한 $\overrightarrow{OB}$ 가 18분 동안 회전한 양은

$$4^\circ \times 18 = 72^\circ \text{이므로 18분 후 } \overrightarrow{OP} \text{에서부터 } \overrightarrow{OB} \text{까지의 각의 크기는}$$

$$90^\circ + 72^\circ = 162^\circ$$

따라서 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 가 동시에 출발한 후 18분이 될 때까지 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 가 이루는 각의 크기는 점점 줄어들다가 18분이 되는 순간 일치한 다음, 회전 속도가 빠른 $\overrightarrow{OA}$ 가 앞질러 회전하여 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 가 이루는 각의 크기가 점점 커지고, 54분이 되는 순간 180° 를 이룬다.

26

$$\angle AOE = \angle GOE - (3x - 10)^\circ$$

$$= 90^\circ - (3x - 10)^\circ$$

$$= (100 - 3x)^\circ$$

$\angle FOB = \angle AOE$ ($\therefore$ 맞꼭지각)이고 $\angle BOD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle BOD = \angle FOD - \angle FOB$$

$$= (6x + 10)^\circ - (100 - 3x)^\circ$$

$$= (9x - 90)^\circ = 90^\circ$$

따라서 $9x = 180$ 이므로

$$x = 20$$

답 ②

• 다른 풀이 •

$\angle AOE = \angle BOF$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle AOG = 90^\circ - \angle AOE$$

$$= 90^\circ - \angle BOF = \angle COF$$

이때 $\angle COF + \angle FOD = 180^\circ$ 이므로

$$(3x - 10)^\circ + (6x + 10)^\circ = 180^\circ, 9x = 180$$

$$\therefore x = 20$$

27

둔각인 맞꼭지각은

$$\angle BAH = \angle DAF = 110^\circ,$$

$$\angle BAE = \angle FAI = 120^\circ,$$

$$\angle BAG = \angle CAF = 150^\circ,$$

$$\angle CAH = \angle DAG = 140^\circ,$$

$$\angle DAI = \angle EAH = 130^\circ$$

의 5쌍이 생긴다.

답 5쌍

28

오른쪽 그림과 같이 세 교점을 각각 A, B, C라 하면

$$\angle BAC = 120^\circ (\because \text{맞꼭지각})$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle y$$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle x$$

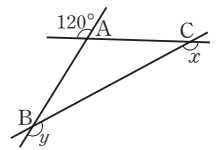
삼각형 ABC에서

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ \text{이므로}$$

$$120^\circ + (180^\circ - \angle y) + (180^\circ - \angle x) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 300^\circ$$

답 ④



29

$$\angle COD = \angle x \text{라 하면 } \angle DOE = 3\angle COD = 3\angle x$$

$\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{DH}$ 에서 $\angle DOE = 90^\circ$ 이므로

$$3\angle x = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$$

$$\text{즉, } \angle COD = 30^\circ$$

$$\angle EOF = \angle AOB (\because \text{맞꼭지각}) \text{이므로}$$

$$\angle EOF = \angle AOB = \angle y \text{라 하면}$$

$$\angle FOG = 3\angle AOB = 3\angle y \text{이고,}$$

$$\angle HOG = \angle COD (\because \text{맞꼭지각})$$

$$= 30^\circ$$

$$\therefore \angle HOE = \angle EOF + \angle FOG + \angle HOG$$

$$= \angle y + 3\angle y + 30^\circ$$

$$= 4\angle y + 30^\circ$$

이때 $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{DH}$ 에서 $\angle HOE = 90^\circ$ 이므로

$$4\angle y + 30^\circ = 90^\circ$$

$$4\angle y = 60^\circ \quad \therefore \angle y = 15^\circ$$

$$\text{즉, } \angle EOF = 15^\circ$$

$$\therefore \angle HOF = 90^\circ - \angle EOF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

답 75°

단계	채점 기준	배점
(가)	$\angle DOE = 3\angle COD$ 를 이용하여 $\angle COD$ 의 크기를 구한 경우	40%
(나)	$\angle HOE$ 의 크기를 $\angle EOF$ 의 크기에 대한 식으로 나타낸 경우	20%
(다)	$\angle HOE = 90^\circ$ 임을 이용하여 $\angle EOF$ 의 크기를 구한 경우	20%
(라)	$\angle HOE$, $\angle EOF$ 의 크기를 이용하여 $\angle HOF$ 의 크기를 구한 경우	20%

30

$6\angle a = 4\angle b = 3\angle c$ 이므로

$$\angle b = \frac{3}{2}\angle a, \angle c = 2\angle a$$

이때 $\angle AOF = \angle b$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

$$\angle BOE = \angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

$$\angle a + \frac{3}{2}\angle a + 2\angle a = 180^\circ, \frac{9}{2}\angle a = 180^\circ$$

$$\therefore \angle a = 180^\circ \times \frac{2}{9} = 40^\circ$$

따라서 $\angle a = 40^\circ$, $\angle b = 60^\circ$, $\angle c = 80^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle AOC &= \angle AOB + \angle BOC = \angle a + \angle c \quad (\because \text{맞꼭지각}) \\ &= 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ \end{aligned}$$

답 ②

31

2개의 직선이 만나서 생기는 맞꼭지각은

$$2 \times 1 = 2(\text{쌍})$$

3개의 직선이 한 점에서 만나서 생기는 맞꼭지각은

$$3 \times 2 = 6(\text{쌍})$$

4개의 직선이 한 점에서 만나서 생기는 맞꼭지각은

$$4 \times 3 = 12(\text{쌍})$$

$\vdots$

n 개의 직선이 한 점에서 만나서 생기는 맞꼭지각은

$$n(n-1)(\text{쌍})$$

따라서 맞꼭지각이 모두 110쌍이므로

$$n(n-1) = 110, n(n-1) = 11 \times 10$$

$$\therefore n = 11$$

답 11

32

ㄱ. $\angle DEC = 90^\circ$ 이므로 $\overrightarrow{DE}$ 는 $\overrightarrow{BC}$ 의 수선이다.

ㄴ. 점 C에서 $\overrightarrow{DE}$ 에 내린 수선의 발은 점 E이다.

ㄷ. 삼각형 DEC의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (4+12) \times 9 = 72$$

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 ABC의 넓이는

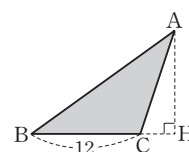
$$\frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} = 72$$

$$\therefore \overline{AH} = 12$$

즉, 점 A와 $\overrightarrow{EC}$ 사이의 거리는 12이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

답 ①



33

직선 l 이 선분 AB의 수직이등분선

이므로 $\overline{AC} = \overline{BC} = x$ 라 하면

삼각형 ACD의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times x \times (4+5) = \frac{9}{2}x$$

삼각형 BCE의 넓이는

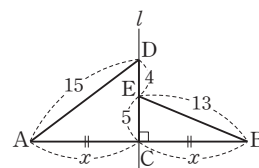
$$\frac{1}{2} \times x \times 5 = \frac{5}{2}x$$

두 삼각형의 넓이의 합이 84이므로

$$\frac{9}{2}x + \frac{5}{2}x = 84, 7x = 84 \quad \therefore x = 12$$

따라서 점 A와 직선 l 사이의 거리는 $\overline{AC}$ 의 길이와 같으므로 12이다.

답 12



34

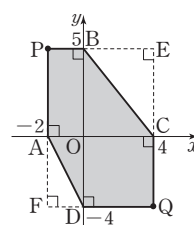
6개의 점 P, Q, A, B, C, D를 좌표평면

위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 육각형 PADQCB의 넓이는 직사각형 PFQE의 넓이에서 두 직각삼각형 BCE, AFD의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 4 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 40$$

답 ①



• 다른 풀이 1 •

위의 그림에서 육각형 PADQCB의 넓이는

(사다리꼴 PACB의 넓이) + (사다리꼴 ADQC의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times (2+6) \times 5 + \frac{1}{2} \times (4+6) \times 4$$

$$= 20 + 20 = 40$$

• 다른 풀이 2 •

위의 그림에서 육각형 PADQCB의 넓이는

(사각형 PAOB의 넓이) + (삼각형 BOC의 넓이)

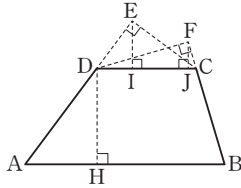
+ (사각형 ODQC의 넓이) + (삼각형 ADO의 넓이)

$$= 2 \times 5 + \frac{1}{2} \times 4 \times 5 + 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$= 10 + 10 + 16 + 4 = 40$$

35

점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고, 두 점 E, F에서 $\overline{DC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 I, J라 하자.



사다리꼴 ABCD의 넓이가 900이므로

$$\frac{1}{2} \times (\overline{DC} + \overline{AB}) \times \overline{DH} = 900$$

$$\frac{1}{2} \times (25 + 50) \times \overline{DH} = 900 \quad \therefore \overline{DH} = 24$$

점 C와 직선 AD 사이의 거리가 20이므로

$$\overline{CE} = 20$$

삼각형 DEC의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{DE} \times \overline{EC} = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{EI}$$

$$\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times 25 \times \overline{EI}$$

$$150 = \frac{25}{2} \times \overline{EI} \quad \therefore \overline{EI} = 12$$

점 D와 직선 BC 사이의 거리가 24이므로

$$\overline{DF} = 24$$

삼각형 DFC의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{DF} \times \overline{FC} = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{FJ}$$

$$\frac{1}{2} \times 24 \times 7 = \frac{1}{2} \times 25 \times \overline{FJ}$$

$$84 = \frac{25}{2} \times \overline{FJ} \quad \therefore \overline{FJ} = \frac{168}{25}$$

이때 세 점 A, E, F와 직선 DC 사이의 거리가 각각 $\overline{DH}$, $\overline{EI}$,

$$\overline{FJ}$$
이므로 $a=24$, $b=12$, $c=\frac{168}{25}$

$$\therefore \frac{100bc}{a} = 100 \times 12 \times \frac{168}{25} \times \frac{1}{24} = 336 \quad \text{답 } 336$$

STEP

3

종합 사고력 도전 문제

pp.018~019

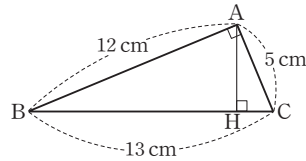
01 $\frac{60}{13}$ cm 02 80° 03 2 04 (1) 5 (2) 75

05 23 06 16 07 $4n+2$ 08 $\frac{360}{11}$ 분

01 해결단계

① 단계	꼭짓점 A에서 변 BC에 수선의 발을 내린다.
② 단계	삼각형의 넓이 공식을 이용하여 식을 세운다.
③ 단계	꼭짓점 A와 변 BC 사이의 거리를 구한다.

꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 선분 AH의 길이가 꼭짓점 A와 변 BC 사이의 거리이다.



삼각형 ABC의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH}$$

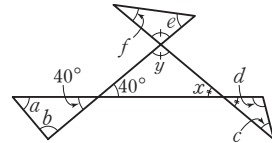
$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{60}{13} (\text{cm}) \quad \text{답 } \frac{60}{13} \text{ cm}$$

02 해결단계

① 단계	주어진 도형에서 맞꼭지각을 표시한다.
② 단계	삼각형의 세 각의 크기의 합이 180° 임을 이용하여 식을 세운다.
③ 단계	$\angle c + \angle d + \angle e + \angle f - \angle a - \angle b$ 의 값을 구한다.

맞꼭지각의 성질을 이용하면 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



$$\angle a + \angle b + 40^\circ = 180^\circ \text{에서 } \angle a + \angle b = 140^\circ$$

$$\angle c + \angle d + \angle x = 180^\circ \text{에서 } \angle x = 180^\circ - \angle c - \angle d$$

$$\angle e + \angle f + \angle y = 180^\circ \text{에서 } \angle y = 180^\circ - \angle e - \angle f$$

$$40^\circ + \angle x + \angle y = 180^\circ \text{에서}$$

$$40^\circ + (180^\circ - \angle c - \angle d) + (180^\circ - \angle e - \angle f) = 180^\circ$$

$$400^\circ - \angle c - \angle d - \angle e - \angle f = 180^\circ$$

$$\therefore \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = 220^\circ$$

$$\therefore \angle c + \angle d + \angle e + \angle f - \angle a - \angle b$$

$$= (\angle c + \angle d + \angle e + \angle f) - (\angle a + \angle b)$$

$$= 220^\circ - 140^\circ = 80^\circ \quad \text{답 } 80^\circ$$

03 해결단계

① 단계	두 점 P, Q의 좌표를 a, b 를 사용하여 나타낸다.
② 단계	선분 PQ의 중점의 좌표를 a, b 를 사용하여 나타낸다.
③ 단계	$60(m-n)$ 의 값을 구한다.

점 A의 좌표가 a , 점 B의 좌표가 b 이므로

$$\overline{AB} = b - a, \overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{b-a}{2}$$

$$\overline{AP} = \frac{1}{3} \overline{AM} = \frac{1}{3} \times \frac{b-a}{2} = \frac{b-a}{6}$$

$$\overline{QB} = \frac{1}{5} \overline{AB} = \frac{b-a}{5}$$

$$\text{즉, 점 P의 좌표는 } a + \overline{AP} = a + \frac{b-a}{6} = \frac{5a+b}{6}$$

$$\text{점 Q의 좌표는 } b - \overline{QB} = b - \frac{b-a}{5} = \frac{a+4b}{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PQ} &= \frac{a+4b}{5} - \frac{5a+b}{6} = \frac{6a+24b-25a-5b}{30} \\ &= \frac{-19a+19b}{30} \end{aligned}$$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\begin{aligned} (\text{점 P의 좌표}) + \frac{1}{2} \overline{PQ} &= \frac{5a+b}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{-19a+19b}{30} \\ &= \frac{50a+10b-19a+19b}{60} \\ &= \frac{31a+29b}{60} \end{aligned}$$

$$\therefore m = \frac{31}{60}, n = \frac{29}{60}$$

$$\begin{aligned} \therefore 60(m-n) &= 60 \times \left(\frac{31}{60} - \frac{29}{60} \right) \\ &= 60 \times \frac{2}{60} = 2 \end{aligned}$$

답 2

04 해결단계

(1)	① 단계	회전한 총 각의 크기를 x 를 사용하여 나타낸다.
	② 단계	원래 직선과 겹쳐질 때의 회전한 각의 크기를 구한다.
	③ 단계	가장 작은 x 의 값을 구한다.
(2)	④ 단계	회전한 총 각의 크기를 x 를 사용하여 나타낸다.
	⑤ 단계	원래 직선과 수직이 될 때의 회전한 각의 크기를 구한다.
	⑥ 단계	조건을 만족시키는 x 의 값을 구한다.

(1) 직선을 8번 회전시켰을 때, 회전한 총 각의 크기는

$$(x+2x+3x+4x+5x+6x+7x+8x)^\circ = 36x^\circ$$

8번 회전한 직선이 원래의 직선과 겹쳐졌으므로 직선이 회전한 각의 크기는

$$180^\circ, 360^\circ, 540^\circ, \dots$$

$$\text{즉, } 36x^\circ = 180^\circ, 360^\circ, 540^\circ, \dots \text{에서}$$

$$x = 5, 10, 15, \dots$$

따라서 가장 작은 x 의 값은 5이다.

(2) 직선을 3번 회전시켰을 때, 회전한 총 각의 크기는

$$(x+2x+3x)^\circ = 6x^\circ$$

3번 회전한 직선이 원래 직선과 수직이 되었으므로 회전한 각의 크기는

$$90^\circ, 270^\circ, 450^\circ, 630^\circ, \dots$$

$$\text{즉, } 6x^\circ = 90^\circ, 270^\circ, 450^\circ, 630^\circ, \dots \text{에서}$$

$$x^\circ = 15^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 105^\circ, \dots$$

$$\text{이때 } 60^\circ \leq x^\circ < 90^\circ \text{이므로 } x = 75$$

답 (1) 5 (2) 75

05 해결단계

① 단계	선분의 길이로 가능한 소수를 구한다.
② 단계	각 길이에 따른 선분의 개수를 구한다.
③ 단계	길이가 소수인 선분의 개수를 구한다.

가장 짧은 선분의 길이는 $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3} = \dots = \overline{A_9A_{10}} = 1$

가장 긴 선분의 길이는 $\overline{A_1A_{10}} = 9$

길이가 소수이려면 선분의 길이로 가능한 것은 2, 3, 5, 7이다.

(i) 길이가 2인 선분

$$\overline{A_1A_3}, \overline{A_2A_4}, \overline{A_3A_5}, \dots, \overline{A_8A_{10}} \text{의 8개}$$

(ii) 길이가 3인 선분

$$\overline{A_1A_4}, \overline{A_2A_5}, \overline{A_3A_6}, \dots, \overline{A_7A_{10}} \text{의 7개}$$

(iii) 길이가 5인 선분

$$\overline{A_1A_6}, \overline{A_2A_7}, \overline{A_3A_8}, \overline{A_4A_9}, \overline{A_5A_{10}} \text{의 5개}$$

(iv) 길이가 7인 선분

$$\overline{A_1A_8}, \overline{A_2A_9}, \overline{A_3A_{10}} \text{의 3개}$$

(i) ~ (iv)에서 길이가 소수인 선분의 개수는

$$8+7+5+3=23$$

답 23

06 해결단계

① 단계	선분 n 개를 그릴 때의 교점의 개수를 n 을 사용하여 나타낸다.
② 단계	n 의 값을 구한다.

선분 2개를 그릴 때 교점의 개수는

$$1 = \frac{2 \times 1}{2}$$

선분 4개를 그릴 때 교점의 개수는

$$3+2+1=6 = \frac{4 \times 3}{2}$$

선분 6개를 그릴 때 교점의 개수는

$$5+4+3+2+1=15 = \frac{6 \times 5}{2}$$

⋮

선분 n 개를 그릴 때 교점의 개수는

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 3+2+1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 120 \text{에서 } n(n-1) = 240$$

$$\text{이때 } 16 \times 15 = 240 \text{이므로}$$

$$n = 16$$

답 16

02. 위치 관계

STEP	7	시험에 꼭 나오는 문제		pp.022~023
01 ②, ④	02 6	03 ③	04 9	05 ①, ④
06 ②, ⑤	07 ⑤	08 96°	09 $l \parallel m, q \parallel r$	
10 100°	11 ⑤	12 90°		

01

- ① 직선 n 은 점 C 를 지나지 않는다.
 ③ 점 D 는 직선 l 위에 있다.
 ⑤ 두 점 B 와 E 는 같은 직선 m 위에 있다.
 따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

02

직선 AB 와 평행한 직선은 직선 FG 의 1개이므로 $a=1$
 직선 AB 와 한 점에서 만나는 직선은 직선 BC , 직선 CD , 직선 DE , 직선 EF , 직선 GH , 직선 HI , 직선 IJ , 직선 JA 의 8개이므로 $b=8$
 직선 AB 와 일치하는 직선은 직선 AB 의 1개이므로 $c=1$
 $\therefore b-a-c=8-1-1=6$

답 6

03

- ① 서로 직교하는 두 직선은 한 점에서 만나는 두 직선이므로 평면이 하나로 결정된다.
 ③ 한 직선과 그 직선 위에 있는 한 점이 주어지면 평면이 하나로 결정되지 않는다.
 따라서 평면이 하나로 결정되는 조건이 아닌 것은 ③이다.

답 ③

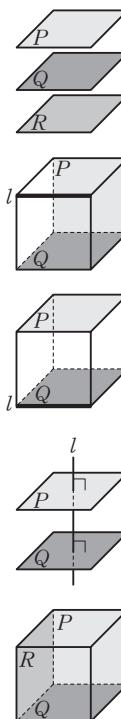
04

직선 AB 와 평행한 직선은 직선 FG 의 1개이므로 $a=1$
 직선 BG 와 꼬인 위치에 있는 직선은 직선 AE , 직선 CD , 직선 DE , 직선 FJ , 직선 HI , 직선 IJ 의 6개이므로 $b=6$
 직선 CD 와 수직으로 만나는 직선은 직선 CH , 직선 DI 의 2개이므로 $c=2$
 $\therefore a+b+c=1+6+2=9$

답 9

05

- ① 오른쪽 그림에서 $P \parallel R, Q \parallel R$ 이면 $P \parallel Q$
 ② 오른쪽 그림의 정육면체에서 $l \parallel P, l \parallel Q$ 이지만 $P \perp Q$ 이다.
 ③ 오른쪽 그림의 정육면체에서 $l \parallel P, P \parallel Q$ 이지만 직선 l 은 평면 Q 에 포함된다.
 ④ 오른쪽 그림에서 $l \perp P, P \parallel Q$ 이면 $l \perp Q$
 ⑤ 오른쪽 그림의 정육면체에서 $P \perp Q, P \perp R$ 이지만 $Q \perp R$ 이다.



따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

06

- 모서리 IJ 와 평행한 면은 면 $ABFE$, 면 $EFGH$, 면 $GHLK$ 이다.
 ② 모서리 IJ 는 면 $ABJI$ 에 포함된다.
 ⑤ 모서리 IJ 는 면 $AEHLI$ 와 한 점에서 만난다.
 따라서 모서리 IJ 와 평행한 면이 아닌 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

BLACKLABEL 특강 참고

공간에서 직선과 평면의 위치 관계는 직선과 평면의 교점의 개수에 따라 분류할 수 도 있다.

- (1) 교점이 0개인 경우 : 평행하다.
 (2) 교점이 1개인 경우 : 한 점에서 만난다.
 (3) 교점이 무수히 많은 경우 : 직선이 평면에 포함된다.

07

- ① $\angle a$ 의 엇각은 생각할 수 없다.
 한편, $\angle a$ 의 동위각은 $\angle e$ 와 $\angle i$ 이다.
 ② $\angle b$ 의 엇각은 $\angle h$ 이다.
 ③ $\angle c$ 의 동위각은 $\angle g$ 와 $\angle k$ 이다.
 ④ $\angle d$ 의 동위각은 $\angle h$ 와 $\angle l$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

08

오른쪽 그림에서 $l \parallel m$ 이므로

$$154^\circ = 32^\circ + \angle x \quad (\because \text{동위각})$$

$$\therefore \angle x = 122^\circ$$

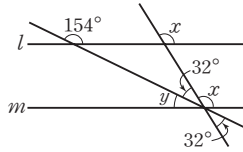
$$\angle x + 32^\circ + \angle y = 180^\circ \text{에서}$$

$$122^\circ + 32^\circ + \angle y = 180^\circ$$

$$154^\circ + \angle y = 180^\circ \quad \therefore \angle y = 26^\circ$$

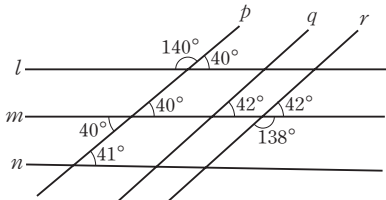
$$\therefore \angle x - \angle y = 122^\circ - 26^\circ = 96^\circ$$

답 96°



09

$180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$, $180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$ 이고 맞꼭지각의 성질에 의하여 다음 그림처럼 각의 크기를 나타낼 수 있다.



두 직선 l , m 과 직선 p 가 만나서 생기는 동위각의 크기가 40° 로 같으므로 두 직선 l , m 은 평행하다.

두 직선 m , n 과 직선 p 가 만나서 생기는 엇각의 크기가 다르므로 두 직선 m , n 은 평행하지 않다.

두 직선 l , m 이 평행하고 두 직선 m , n 이 평행하지 않으므로 두 직선 l , n 은 평행하지 않다.

두 직선 p , q 와 직선 m 이 만나서 생기는 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 p , q 는 평행하지 않다.

두 직선 q , r 과 직선 m 이 만나서 생기는 동위각의 크기가 42° 로 같으므로 두 직선 q , r 은 평행하다.

두 직선 p , q 가 평행하지 않고 두 직선 q , r 이 평행하므로 두 직선 p , r 은 평행하지 않다.

따라서 평행한 두 직선을 모두 찾아 기호로 나타내면

$$l \parallel m, q \parallel r$$

답 $l \parallel m, q \parallel r$

10

$$\angle ABE = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ \text{이고, } l \parallel m \text{이므로}$$

$$\angle ECD = \angle ABE = 40^\circ \quad (\because \text{엇각})$$

$$\text{또한, } \angle CDE = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ \text{이고}$$

삼각형 ECD의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle y = 180^\circ - (40^\circ + 20^\circ) = 120^\circ$$

$$\angle x : \angle y = 2 : 3 \text{에서}$$

$$\angle x : 120^\circ = 2 : 3 \quad \therefore \angle x = 80^\circ$$

삼각형 ABE의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

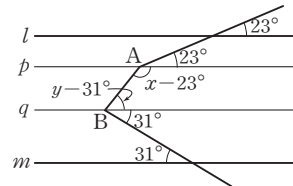
$$\angle z = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x + \angle z = 120^\circ - 80^\circ + 60^\circ = 100^\circ$$

답 100°

11

다음 그림과 같이 두 점 A, B를 각각 지나면서 두 직선 l , m 에 평행한 두 직선 p , q 를 그으면 $p \parallel q$



$$\text{즉, } (\angle x - 23^\circ) + (\angle y - 31^\circ) = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x + \angle y - 54^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 234^\circ$$

답 ⑤

BLACKLABEL 특강

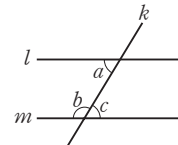
풀이 첨삭

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l , m 이 직선 k 와

만나서 생기는 세 각 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ 에 대하여

$$\angle a = \angle c \quad (\because \text{엇각}) \text{이므로}$$

$$\angle a + \angle b = \angle c + \angle b = 180^\circ$$



12

오른쪽 그림과 같이 점 F를 지나면서 변 AD에 평행한 직선 l 을 긋고 직선 l 과 선분 BE가 만나는 점을 G라 하자.

$$\overline{AD} \parallel l \text{이므로}$$

$$\angle DEF = \angle EFG \quad (\because \text{엇각})$$

$$\overline{BC} \parallel l \text{이므로}$$

$$\angle FBC = \angle BFG \quad (\because \text{엇각})$$

$$\text{이때 } \angle EFB = \angle EAB = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \angle FBC + \angle DEF &= \angle BFG + \angle EFG \\ &= \angle EFB = 90^\circ \end{aligned}$$

답 90°

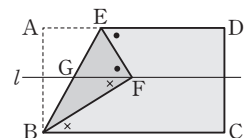
• 다른 풀이 •

삼각형 ABE에서

$$\angle ABE + \angle AEB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad \dots\dots ㉠$$

이때 접은 각의 크기는 같으므로

$$\angle ABE = \angle FBE, \angle AEB = \angle FEB$$



$\angle ABE + \angle FBE + \angle FBC = 90^\circ$ 에서
 $2\angle ABE + \angle FBC = 90^\circ$
 $\therefore \angle FBC = 90^\circ - 2\angle ABE$ ㉠
 또한, $\angle AEB + \angle FEB + \angle DEF = 180^\circ$ 에서
 $2\angle AEB + \angle DEF = 180^\circ$
 $\therefore \angle DEF = 180^\circ - 2\angle AEB$ ㉡
 ㉠+㉡에서
 $\angle FBC + \angle DEF = (90^\circ - 2\angle ABE) + (180^\circ - 2\angle AEB)$
 $= 270^\circ - 2(\angle ABE + \angle AEB)$
 $= 270^\circ - 2 \times 90^\circ (\because \ominus)$
 $= 270^\circ - 180^\circ$
 $= 90^\circ$

STEP	2	A등급을 위한 문제	pp.024~029
01 ①	02 ㄱ	03 4	04 ㄱ, ㄴ, ㄷ 05 ④
06 ③	07 ②, ④	08 20	09 ①, ④ 10 ③
11 11	12 7	13 ②	14 3 15 8
16 ①	17 65°	18 ⑤	19 51° 20 35°
21 50°	22 ⑤	23 ③, ⑤	24 180° 25 20°
26 75°	27 ⑤	28 132°	29 ① 30 42°
31 105°	32 32	33 85°	34 ③ 35 70°
36 ⑤	37 20°		

01

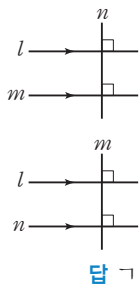
- ① 평행하다.
 ②, ③, ④, ⑤ 한 점에서 만난다.
 따라서 위치 관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다. **답 ①**

02

ㄴ. 오른쪽 그림에서
 $l \parallel m, l \perp n$ 이면 $m \perp n$

ㄷ. 오른쪽 그림에서
 $l \perp m, m \perp n$ 이면 $l \parallel n$

따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.



03

- (가) 모서리 AB와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BF}$ 의 4개이므로 $a=4$
 (나) $\overline{AC}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}, \overline{DH}, \overline{EF}, \overline{EH}, \overline{FG}, \overline{GH}$ 의 6개이므로 $b=6$
 (다) 평면 AEGC와 평행한 모서리는 $\overline{BF}, \overline{DH}$ 의 2개이므로 $c=2$
 (라) 평면 BFGC와 수직인 면은 평면 ABCD, 평면 ABFE, 평면 CGHD, 평면 EFGH의 4개이므로 $d=4$
 $\therefore a+b-c-d=4+6-2-4=4$ **답 4**

04

- ㄱ. $l \perp P$ 이므로 직선 l 은 점 H를 지나는 평면 P 위의 모든 직선과 수직이다.
 $\therefore l \perp n$
 ㄴ. $\overline{AH}$ 는 직선 l 의 일부분이므로 ㄱ에 의하여 $\overline{AH} \perp n$
 ㄷ. 직선 m 과 직선 n 은 한 점 H에서 만나지만 두 직선이 수직인지는 알 수 없다.
 ㄹ. 점 A와 평면 P 사이의 거리가 6이므로 $\overline{AH}=6$
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. **답 ㄱ, ㄴ, ㄹ**

05

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CD}, \overline{DE}, \overline{CF}, \overline{EF}$ 의 4개이다. **답 ④**

BLACKLABEL 특강 참고

모서리 AB와 한 점에서 만나는 모서리는 $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BF}, \overline{BE}$ 이므로 제외한다.
 또한, 모서리 AB와 평행한 모서리는 $\overline{DF}$ 이므로 제외한다.

06

- (i) 대각선 AG와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BC}, \overline{BF}, \overline{CD}, \overline{DH}, \overline{EF}, \overline{EH}$
 (ii) 모서리 EH와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}, \overline{BF}, \overline{CD}, \overline{CG}$
 (i), (ii)에서 대각선 AG, 모서리 EH와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}, \overline{CD}$ 의 2개이다. **답 ③**

07

- ② 한 평면과 평행한 직선은 이 평면 위의 직선과 꼬인 위치에 있을 수 있다.
 ③ 두 평면이 만나는 경우는 일치하거나 한 직선에서 만나는 경우이므로 오직 한 점에서만 만날 수는 없다.
 ④ 두 직선이 꼬인 위치에 있으면 두 직선을 포함하는 한 평면은 존재하지 않는다.
 따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

08

- 6개의 점 중에서 세 점으로 정해지는 평면의 개수는 다음과 같다.
 (i) 평면 P 위의 두 점과 평면 Q 위의 한 점으로 정해지는 서로 다른 평면은
 면 ABD, 면 ABE, 면 ABF,
 면 ACD, 면 ACE, 면 ACF,
 면 BCD, 면 BCE, 면 BCF
 의 9개이다.
 (ii) 평면 P 위의 한 점과 평면 Q 위의 두 점으로 정해지는 서로 다른 평면은
 면 ADE, 면 ADF, 면 AEF,
 면 BDE, 면 BDF, 면 BEF,
 면 CDE, 면 CDF, 면 CEF
 의 9개이다.
 (iii) 평면 P 위의 세 점으로 정해지는 서로 다른 평면은 1개이다.
 (iv) 평면 Q 위의 세 점으로 정해지는 서로 다른 평면은 1개이다.
 (i)~(iv)에서 구하는 평면의 개수는
 $9+9+1+1=20$ 답 20

09

- 직선 AC와 평면 BDHF가 수직임을 설명하기 위해서는 직선 AC와 평면 BDHF의 교점 M을 지나는 평면 BDHF 위의 두 직선이 직선 AC와 수직임을 설명하면 된다.
 이때 직선 BD와 직선 MN은 점 M을 지나는 평면 BDHF 위의 두 직선이므로 필요한 두 조건은
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{AC} \perp \overline{MN}$ 이다. 답 ①, ④

10

- ① 면 ABMD와 평행한 면은 면 EFNH의 1개이다.
 ② 모서리 MD와 평행한 모서리는 $\overline{NH}$ 의 1개이다.
 ③ 면 ABFE와 평행한 모서리는 $\overline{MN}$, $\overline{DH}$ 의 2개이다.

- ④ 점 M과 모서리 NH 사이의 거리는 모서리 MN의 길이와 같지만 그 길이는 알 수 없다.
 ⑤ 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{MN}$, $\overline{DH}$, $\overline{EH}$, $\overline{FN}$, $\overline{NH}$ 의 5개이다.
 따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

11

- 면 BFGJIC와 수직인 면은 면 ABCD, 면 IJK, 면 EFGH, 면 ABFE, 면 JGHC의 5개이므로 $x=5$
 모서리 IJ와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{AE}$, $\overline{CD}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ 의 6개이므로 $y=6$
 $\therefore x+y=5+6=11$ 답 11

12

- 모서리 EN과 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{LF}$, $\overline{LM}$, $\overline{CD}$, $\overline{MC}$, $\overline{CG}$, $\overline{GH}$, $\overline{GF}$ 의 7개이다. 답 7

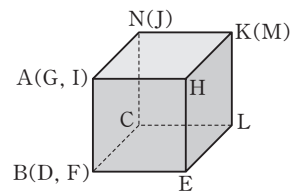
BLACKLABEL 특강

참고

모서리 EN과 만나는 모서리는 $\overline{ND}$, $\overline{DH}$, $\overline{HE}$, $\overline{EF}$, $\overline{NL}$, $\overline{EL}$ 이므로 제외한다.
 또한, 모서리 EN과 평행한 모서리는 $\overline{FM}$ 이므로 제외한다.

13

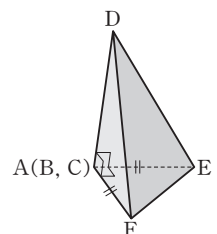
- 주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.
 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CL}$, $\overline{EL}$, $\overline{NM}$, $\overline{HK}$ 이고, 면 ABCN과 평행한 모서리는 $\overline{EH}$, $\overline{EL}$, $\overline{KL}$, $\overline{HK}$ 이다.



- 따라서 모서리 AB와 꼬인 위치에 있고, 동시에 면 ABCN과 평행한 모서리는 $\overline{EL}$, $\overline{HK}$ 이다. 답 ②

14

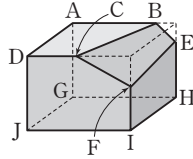
- 주어진 정사각형 모양의 종이 ABCD를 접어 만든 삼각뿔은 오른쪽 그림과 같다.
 면 ADE와 수직인 면은 면 BEF,
 면 CDF의 2개이므로 $a=2$
 모서리 EF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AD}$ 의 1개이므로 $b=1$
 $\therefore a+b=2+1=3$ 답 3



15

주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AG}$, $\overline{DJ}$, $\overline{EH}$, $\overline{FI}$, $\overline{HG}$, $\overline{GJ}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$ 의 8개이다.



답 8

단계	채점 기준	배점
(가)	주어진 전개도를 이용하여 입체도형의 겨냥도를 그린 경우	50%
(나)	모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 구한 경우	50%

16

ㄴ. $\angle g$ 와 $\angle l$ 의 크기가 같은지는 알 수 없다.

ㄷ. $\angle m$ 의 엇각은 $\angle g$, $\angle k$ 이다.

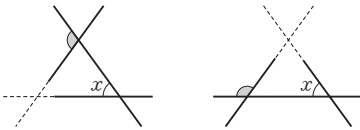
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ①

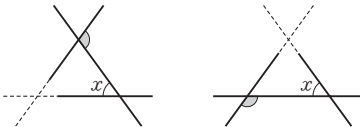
BLACKLABEL 특강 참고

동위각이나 엇각을 찾을 때, 다음 그림과 같이 두 부분으로 나누어 동위각 또는 엇각을 찾으면 실수를 줄일 수 있다.

(1) 동위각



(2) 엇각



17

$\angle x$ 의 엇각은 $\angle ABR$ 과 $\angle ACS$ 이므로

$$\angle ABR + \angle ACS = 245^\circ \quad \cdots \cdots ㉠$$

삼각형 ABC에서

$$\begin{aligned} \angle x &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 180^\circ - (180^\circ - \angle ABR) - (180^\circ - \angle ACS) \\ &= \angle ABR + \angle ACS - 180^\circ \\ &= 245^\circ - 180^\circ = 65^\circ \quad (\because ㉠) \end{aligned}$$

답 65°

18

오른쪽 그림에서 $\angle x$ 의 엇각은 $\angle a$,

$\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ 이다.

$m \parallel n$ 이므로

$$\angle a = \angle b \quad (\because \text{동위각})$$

$$= 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

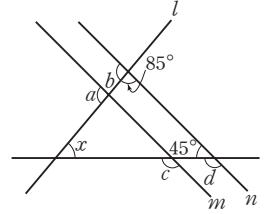
$$\angle c = \angle d \quad (\because \text{동위각})$$

$$= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

따라서 $\angle x$ 의 모든 엇각의 크기의 합은

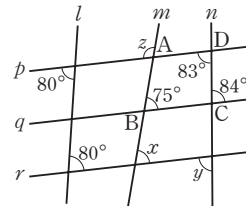
$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c + \angle d &= 95^\circ + 95^\circ + 135^\circ + 135^\circ \\ &= 460^\circ \end{aligned}$$

답 ⑤



19

다음 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를 정하자.



사각형 ABCD에서

$$\angle DAB + 75^\circ + (180^\circ - 84^\circ) + 83^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle DAB = 106^\circ$$

이때 $\angle z = \angle DAB$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로

$$\angle z = 106^\circ$$

한편, 두 직선 p , r 과 직선 l 이 만나서 생기는 엇각의 크기가 80° 로 같으므로 $p \parallel r$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - \angle z \quad (\because \text{동위각})$$

$$= 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$$

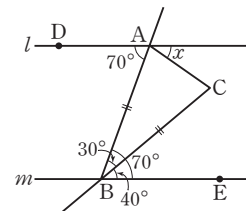
$$\angle y = 83^\circ \quad (\because \text{동위각})$$

$$\therefore \angle x + \angle y - \angle z = 74^\circ + 83^\circ - 106^\circ = 51^\circ$$

답 51°

20

다음 그림과 같이 두 직선 l , m 위의 점 D, E를 정하자.



두 직선 l , m 이 평행하므로

$$\angle ABE = \angle BAD = 70^\circ \quad (\because \text{엇각})$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABE - \angle CBE = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

삼각형 ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle ABC)$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$$\angle BAD + \angle BAC + \angle x = 180^\circ \text{이므로}$$

$$70^\circ + 75^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$145^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 35^\circ$$

답 35°

21

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle FBC = \angle FDE = 60^\circ$ ($\because$ 동위각)

삼각형 BFC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle FBC + \angle BFC + \angle FCB = 180^\circ$$

$$60^\circ + 100^\circ + \angle FCB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle FCB = 20^\circ$$

$$\text{또한, } \angle HBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ \text{이고,}$$

삼각형 HBC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle BHC + \angle HBC + \angle HCB = 180^\circ$$

$$\angle BHC + 30^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BHC = 130^\circ$$

$$\therefore \angle FHG = \angle BHC = 130^\circ \text{ ($\because$ 맞꼭지각)}$$

한편, $\angle ACB = 2\angle HCB = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$ 이고

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\angle BAC + 60^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 80^\circ$$

따라서 $\angle FAG = \angle BAC = 80^\circ$ 이므로

$$\angle FHG - \angle FAG = 130^\circ - 80^\circ = 50^\circ$$

답 50°

22

$$5\angle ABC = 4\angle DAB \text{에서 } \angle ABC = \frac{4}{5}\angle DAB$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BF} \text{이므로 } \angle ABC + \angle DAB = 180^\circ$$

$$\frac{4}{5}\angle DAB + \angle DAB = 180^\circ, \frac{9}{5}\angle DAB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DAB = 180^\circ \times \frac{5}{9} = 100^\circ$$

이때 $\angle BAF = \angle DAF$ 이므로

$$\angle BAF = \frac{1}{2}\angle DAB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{이므로 } \angle CEA + \angle BAF = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CEA = 180^\circ - \angle BAF = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

답 ⑤

23

오른쪽 그림과 같이 네 반직선 l, n, q, s

위에 네 점 A, B, C, D를 각각 정하면

$$\angle BMN = 105^\circ,$$

$$\angle CNM = 95^\circ + 10^\circ = 105^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BMN = \angle CNM$$

즉, 두 반직선 n, q 를 연장한 직선이 직

선 o 와 만나서 생기는 엇각의 크기가

105° 로 같으므로

$$n \parallel q$$

$$\text{또한, } \angle AMN = 105^\circ + 5^\circ + 15^\circ = 125^\circ,$$

$$\angle DNM = 95^\circ + 10^\circ + 10^\circ + 10^\circ = 125^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AMN = \angle DNM$$

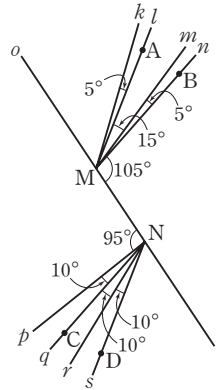
즉, 두 반직선 l, s 를 연장한 직선이 직선 o 와 만나서 생기는 엇각

의 크기가 125° 로 같으므로

$$l \parallel s$$

따라서 서로 평행한 두 직선을 바르게 짝 지은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

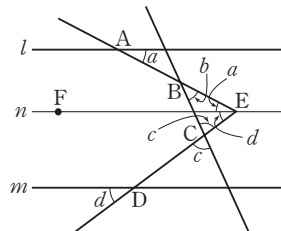


24

다음 그림과 같이 A, B, C, D, E, F를 정하고 점 E를 지나면서

두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 그은 후, $l \parallel n, n \parallel m$ 과 맞꼭

지각을 이용하여 크기가 같은 각을 표시하면 다음과 같다.



따라서 삼각형 BCE에서

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 180^\circ$$

답 180°

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

$l \parallel n$ 이므로 $\angle AEF = \angle a$ ($\because$ 엇각)

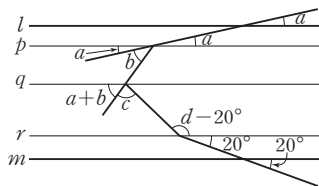
$n \parallel m$ 이므로 $\angle FED = \angle d$ ($\because$ 동위각)

한편, $\angle BCE = \angle c$ ($\because$ 맞꼭지각)

25

교점들을 지나면서 두 직선 l, m 에 평행한 세 직선 p, q, r 을 그은

후, 크기가 같은 각을 표시하면 다음 그림과 같다.



$q \parallel r$ 이므로

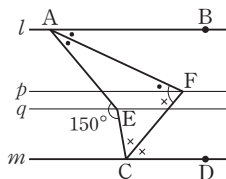
$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d - 20^\circ \quad (\because \text{엇각})$$

$$\therefore \angle d - \angle a - \angle b - \angle c = 20^\circ$$

답 20°

26

두 점 E, F를 각각 지나면서 l, m 에 평행한 두 직선 p, q 를 그으면 다음 그림과 같다.



$\angle AEC = 150^\circ$ 에서

$$2\bullet + 2\times = 150^\circ$$

$$\therefore \bullet + \times = 75^\circ$$

$$\therefore \angle x = \bullet + \times = 75^\circ$$

답 75°

27

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나면서 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 그을 때, 직선 n 이 변 CD와 만나는 점을 P라 하자.

$l \parallel n$ 이므로 $\angle y = \angle ABP$ ($\because$ 엇각)

이때 $\angle DBP = \angle AEB = 25^\circ$ ($\because$ 엇각)이므로

$$\angle y = \angle ABP = 45^\circ + 25^\circ = 70^\circ$$

또한, $n \parallel m$ 이므로

$$\angle x = \angle CBP \quad (\because \text{엇각})$$

$$= 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

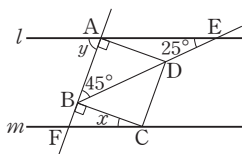
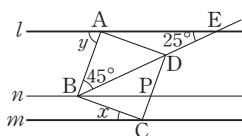
답 ⑤

• 다른 풀이 •

오른쪽 그림과 같이 변 AB의 연장선과 직선 m 이 만나는 점을 F라 하자.

$\angle ABD = 45^\circ$, $\angle AED = 25^\circ$ 이므로

삼각형 ABE에서



$$\angle BAE = 180^\circ - \angle ABD - \angle AED$$

$$= 180^\circ - 45^\circ - 25^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle y = 180^\circ - \angle BAE = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

이때 $l \parallel m$ 이므로 $\angle BFC = \angle y = 70^\circ$ ($\because$ 엇각)

삼각형 BFC에서

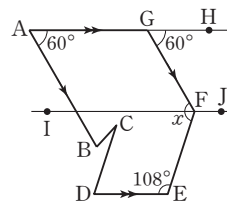
$$\angle x = 180^\circ - \angle FBC - \angle BFC$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

28

점 F를 지나면서 두 직선 AG, DE에 평행한 직선 IJ를 그으면 다음 그림과 같다.



$\overline{AB} \parallel \overline{GF}$, $\overline{AG} \parallel \overline{IJ}$ 이므로

$$\angle GFI = \angle HGF \quad (\because \text{엇각})$$

$$= \angle GAB \quad (\because \text{동위각})$$

$$= 60^\circ$$

$\overline{IJ} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\angle IFE = 180^\circ - \angle JFE$$

$$= 180^\circ - \angle DEF \quad (\because \text{엇각})$$

$$= 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle GFI + \angle IFE = 60^\circ + 72^\circ = 132^\circ$$

답 132°

29

오른쪽 그림과 같이 직선 AB가 직선 DE와 만나는 점을 G라 하고 직선 AB 위의 점 H를 잡자.

$\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\angle DGH = \angle GEF \quad (\because \text{동위각})$$

$$= (4x + 17)^\circ$$

이때 사각형 BGDC에서

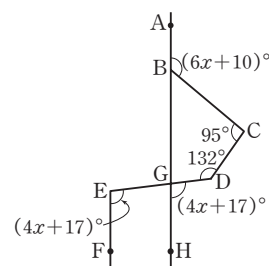
$$\angle CBG = 180^\circ - (6x + 10)^\circ$$

$$= (170 - 6x)^\circ$$

$$\angle BGD = 180^\circ - (4x + 17)^\circ$$

$$= (163 - 4x)^\circ$$

이고 $\angle CBG + \angle BGD + \angle CDG + \angle BCD = 360^\circ$ 이므로



삼각형 FEH에서

$$\angle x + \angle x + 118^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 62^\circ \quad \therefore \angle x = 31^\circ$$

한편,

$$\angle FHI = \angle EFH (\because \text{엇각})$$

$$= 118^\circ$$

또한, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle GHI = \angle FGH = 64^\circ (\because \text{엇각})$$

$$\therefore \angle y = \angle FHI - \angle GHI$$

$$= 118^\circ - 64^\circ = 54^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 31^\circ + 54^\circ = 85^\circ$$

답 85°

34

ㄱ. 접은 각의 크기는 같으므로 $\angle DCG = \angle FCG = 67^\circ$

$\overline{AD} \parallel \overline{EH}$ 이므로

$$\angle IGC = \angle DCG = 67^\circ (\because \text{엇각})$$

또한, $\angle BCF = 180^\circ - (67^\circ + 67^\circ) = 46^\circ$ 이므로

$$\angle FCI = x^\circ \text{라 하면}$$

$$\angle CIG = \angle BCI (\because \text{엇각})$$

$$= \angle BCF + \angle FCI$$

$$= (46 + x)^\circ$$

접은 각의 크기는 같으므로

$$\angle BIE = \angle BIE' = \frac{180^\circ - (46 + x)^\circ}{2}$$

$$= \frac{(134 - x)^\circ}{2}$$

$$= \left(67 - \frac{x}{2}\right)^\circ$$

이때 $\angle BIE$ 와 $\angle IGC$ 는 동위각이고, 동위각의 크기가 같지 않으므로 두 직선 $\overline{BI}$, $\overline{CG}$ 는 평행하지 않다.

ㄴ. ㄱ에서 $\angle IGC = 67^\circ$ 이고 $\angle FGC < \angle IGC$ 이므로

$$\angle FGC < 67^\circ$$

ㄷ. $\angle CGH = 180^\circ - \angle IGC$

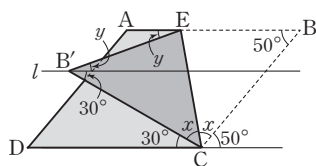
$$= 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$$

따라서 옳은 것은 ㄷ뿐이다.

답 ③

35

점 B'을 지나고 두 직선 AB, DC에 평행한 직선 l을 긋고 엇각과 접은 각을 이용하여 각의 크기를 표시하면 다음 그림과 같다.



$$\angle CB'E = 50^\circ \text{이므로}$$

$$\angle y + 30^\circ = 50^\circ \quad \therefore \angle y = 20^\circ$$

또한, 평각의 크기는 180° 이므로

$$30^\circ + \angle x + \angle x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

답 70°

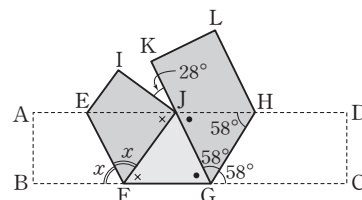
36

다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle JHG = \angle HGC = 58^\circ (\because \text{엇각})$$

또한, 접은 각의 크기는 같으므로

$$\angle JGH = \angle HGC = 58^\circ$$



즉, 삼각형 JGH에서

$$\angle HJG = 180^\circ - (\angle JHG + \angle JGH)$$

$$= 180^\circ - (58^\circ + 58^\circ) = 64^\circ$$

이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle JGF = \angle HJG = 64^\circ (\because \text{엇각})$$

한편, $\angle KJE = \angle HJG = 64^\circ (\because \text{맞꼭지각})$ 이므로

$$\angle IJE = 64^\circ - \angle IJK = 64^\circ - 28^\circ = 36^\circ$$

그런데 $\angle IJF = 90^\circ$ 이므로

$$\angle EJF = 90^\circ - \angle IJE = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

$$\therefore \angle JFG = \angle EJF = 54^\circ (\because \text{엇각})$$

또한, 접은 각의 크기는 같으므로

$$\angle EFJ = \angle EFB = \angle x$$

따라서 $\angle EFB + \angle EFJ + \angle JFG = 180^\circ$ 에서

$$2\angle x + 54^\circ = 180^\circ, 2\angle x = 126^\circ$$

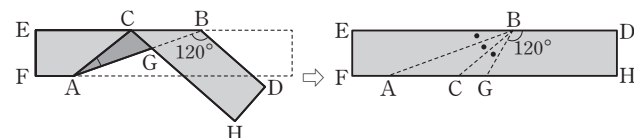
$$\therefore \angle x = 63^\circ$$

답 ⑤

37 해결단계

① 단계	접은 각의 크기는 서로 같다는 것을 이용하여 접었던 종이를 펼쳐 같은 크기의 각을 찾고 그 크기를 구한다.
② 단계	직사각형 모양의 종이의 평행한 두 변을 이용하여 각의 크기가 서로 같은 엇각을 찾는다.
③ 단계	$\angle CAB$ 의 크기를 구한다.

[그림 2]까지 접었던 종이를 완전히 다시 펼치면 다음 그림과 같이 $\angle ABC$ 가 세 번 겹쳐져 있음을 알 수 있다.



이때 평행선의 성질에 의하여 엇각의 크기는 같고, 접은 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle x$ 와 크기가 같은 각의 개수는 16이다.

답 16

04 해결단계

① 단계	입사각의 크기와 반사각의 크기가 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.
② 단계	평행선의 성질을 이용하여 필요한 각의 크기를 구한다.
③ 단계	$\angle x$ 의 크기를 구한다.

빛이 직선 l 에 수직으로 들어갔으므로

$$\angle AGH = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

점 G에서 평면거울에 들어간 빛의 입사각의 크기와 반사각의 크기는 같으므로

$$90^\circ - \angle AGH = 90^\circ - \angle CGF$$

$$\therefore \angle CGF = \angle AGH = 70^\circ$$

$$\therefore \angle AGC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

삼각형 ACG에서

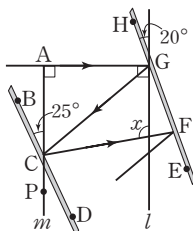
$$\angle ACG = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BCG = 25^\circ + 50^\circ = 75^\circ$$

점 C에서 평면거울에 들어간 빛의 입사각의 크기와 반사각의 크기는 같으므로

$$90^\circ - \angle BCG = 90^\circ - \angle DCF$$

$$\therefore \angle DCF = \angle BCG = 75^\circ$$



이때 $l \parallel m$ 이므로

$$\angle x = \angle PCF \quad (\because \text{엇각})$$

$$= \angle DCF + \angle PCD$$

$$= \angle DCF + \angle ACB \quad (\because \text{맞꼭지각})$$

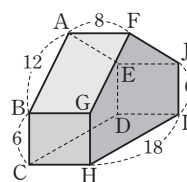
$$= 75^\circ + 25^\circ = 100^\circ$$

답 100°

05 해결단계

① 단계	주어진 전개도로 만든 입체도형의 겨냥도를 그린다.
② 단계	데코테이프를 더 붙여야 하는 모서리를 모두 구한다.
③ 단계	더 필요한 데코테이프의 길이를 구한다.

주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



면 CHID와 평행한 모서리인 $\overline{AF}$, $\overline{BG}$,

$\overline{EJ}$, 모서리 AF와 한 점에서 만나는 모서리인 $\overline{AB}$, $\overline{FG}$, $\overline{AE}$, $\overline{FJ}$ 는 이미 데코테이프를 붙였으므로 데코테이프를 더 붙여야 하는 모서리는 다음과 같다.

(i) 길이가 6인 모서리

$\overline{BC}$, $\overline{GH}$, $\overline{ED}$, $\overline{JI}$

(ii) 길이가 18인 모서리

$\overline{CD}$, $\overline{HI}$

(iii) 길이가 8인 모서리

$\overline{CH}$, $\overline{DI}$

(i), (ii), (iii)에서 더 필요한 데코테이프의 길이는

$$6 \times 4 + 18 \times 2 + 8 \times 2 = 76$$

답 76

06 해결단계

① 단계	점 P의 이동 경로를 구한다.
② 단계	점 P가 이동한 총 거리를 구한다.

점 A에서 출발한 점 P의 이동 경로는 다음과 같다.

(가) 점 A와 만나는 모서리 중에서 모서리 DJ와 평행한 모서리는 $\overline{AG}$ 이므로 점 P는 점 G에 도착한다.

$$\therefore (\text{점 P의 이동 거리}) = 8$$

(나) 점 G와 만나는 모서리 중에서 모서리 FL과 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{GL}$ 이므로 점 P는 점 L에 도착한다.

$$\therefore (\text{점 P의 이동 거리}) = 5$$

(다) 점 L과 만나는 모서리 중에서 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리이면서 면 ABCDEF와 평행한 모서리는 $\overline{LG}$, $\overline{LK}$ 이다. 이때 한 번 지나간 모서리는 다시 지나지 않으므로 $\overline{LK}$ 를 따라 점 P는 점 K에 도착한다.

$$\therefore (\text{점 P의 이동 거리}) = 5$$

(라) 점 K와 만나는 모서리 중에서 면 GHIJKL과 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{KE}$ 이므로 점 P는 점 E에 도착한다.

$$\therefore (\text{점 P의 이동 거리}) = 8$$

(마) 점 E와 만나는 모서리 중에서 모서리 AB와 평행한 모서리는 $\overline{ED}$ 이므로 점 P는 점 D에 도착한다.

$$\therefore (\text{점 P의 이동 거리}) = 5$$

따라서 점 P가 이동한 총 거리는

$$\overline{AG} + \overline{GL} + \overline{LK} + \overline{KE} + \overline{ED} = 8 + 5 + 5 + 8 + 5$$

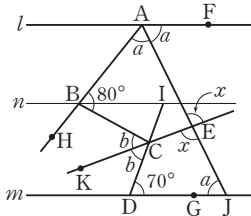
$$= 31$$

답 31

07 해결단계

① 단계	점 B를 지나면서 두 직선 l, m 에 평행한 직선을 그어 평행선의 성질에 따른 동위각과 엇각을 찾는다.
② 단계	$\angle BAF = 2\angle a$, $\angle BCD = 2\angle b$ 라 하고 $\angle a, \angle b$ 의 크기 사이의 관계를 구한다.
③ 단계	$\angle x$ 의 크기를 구한다.

다음 그림과 같이 네 점 H, I, J, K를 정하고 점 B를 지나면서 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 그은 후,
 $\angle BAE = \angle EAF = \angle a$, $\angle BCK = \angle KCD = \angle b$ 라 하자.



$l \parallel n$ 이므로

$$\angle IBH = 2\angle a \quad (\because \text{동위각})$$

이때 $\angle CBH = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ 이므로

$$\angle IBC = 2\angle a - 100^\circ$$

또한, $n \parallel m$ 이므로

$$\angle BIC = \angle CDG = 70^\circ \quad (\because \text{엇각})$$

$$\angle BCI = 180^\circ - 2\angle b \text{이므로 삼각형 BCI에서}$$

$$(2\angle a - 100^\circ) + (180^\circ - 2\angle b) + 70^\circ = 180^\circ$$

$$2(\angle a - \angle b) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle a - \angle b = 15^\circ \quad \dots\dots \text{㉠}$$

한편, $l \parallel m$ 이므로

$$\angle EJD = \angle EAF = \angle a \quad (\because \text{엇각})$$

$$\text{또한, } \angle DCE = 180^\circ - \angle b \text{이므로 사각형 CDJE에서}$$

$$(180^\circ - \angle b) + 70^\circ + \angle a + \angle x = 360^\circ$$

$$250^\circ + (\angle a - \angle b) + \angle x = 360^\circ$$

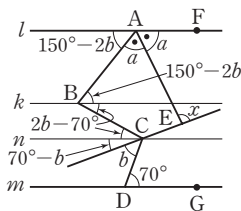
$$250^\circ + 15^\circ + \angle x = 360^\circ \quad (\because \text{㉠})$$

$$\therefore \angle x = 95^\circ$$

답 95°

• 다른 풀이 •

두 점 B, C를 각각 지나면서 두 직선 l, m 에 평행한 두 직선 k, n 을 그으면 다음 그림과 같다.



$$(150^\circ - 2\angle b) + 2\angle a = 180^\circ \text{에서 } 2(\angle a - \angle b) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle a - \angle b = 15^\circ \quad \dots\dots \text{㉡}$$

이때

$$\angle BCE = 180^\circ - \{(2\angle b - 70^\circ) + (70^\circ - \angle b)\}$$

$$= 180^\circ - \angle b$$

이므로 사각형 ABCE에서

$$\angle a + 80^\circ + (180^\circ - \angle b) + (180^\circ - \angle x) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x = 80^\circ + (\angle a - \angle b)$$

$$= 80^\circ + 15^\circ$$

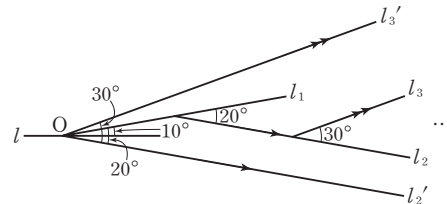
$$= 95^\circ \quad (\because \text{㉡})$$

08 해결단계

① 단계	반직선 l_n 이 직선 l 과 처음으로 평행하게 되는 조건을 파악한다.
② 단계	반직선 $l_1, l_2, l_3, \dots$ 의 시작하는 점을 일치시키고 반직선들이 이루는 각의 크기를 이용하여 직선 l 과 반직선 l_n 이 이루는 각의 크기 사이의 관계를 파악한다.
③ 단계	반직선 l_n 이 직선 l 과 처음으로 평행하게 되는 n 의 값을 구한다.

반직선 l_n 이 직선 l 과 평행하려면 직선 l 과 반직선 l_n 이 이루는 각의 크기가 180° 또는 360° 가 되어야 한다. 즉, 반직선 l_n 이 직선 l 과 처음으로 평행하게 되는 것은 직선 l 과 반직선 l_n 이 이루는 각의 크기가 처음으로 180° 를 이룰 때이다.

다음 그림과 같이 직선 l 과 반직선 l_1 이 만나는 점을 O라 하고 점 O를 지나면서 반직선 l_2 와 평행한 반직선을 l_2' , 점 O를 지나면서 반직선 l_3 과 평행한 직선을 l_3' , ...이라 하자.



(i) 직선 l 과 반직선 l_1 이 이루는 각의 크기는 10°

(ii) 두 반직선 l_1, l_2 가 이루는 각의 크기가 20° 이므로 직선 l 과 반직선 l_2 가 이루는 각의 크기는

$$|10^\circ - 20^\circ| = 10^\circ$$

(iii) 두 반직선 l_2, l_3 이 이루는 각의 크기가 30° 이므로 직선 l 과 반직선 l_3 이 이루는 각의 크기는

$$|10^\circ - 20^\circ + 30^\circ| = 20^\circ$$

(iv) 두 반직선 l_3, l_4 가 이루는 각의 크기가 40° 이므로 직선 l 과 반직선 l_4 가 이루는 각의 크기는

$$|10^\circ - 20^\circ + 30^\circ - 40^\circ| = 20^\circ$$

(v) 같은 방법으로 계속 하면

직선 l 과 반직선 l_5 , 반직선 l_6 이 이루는 각의 크기는 각각 30°

직선 l 과 반직선 l_7 , 반직선 l_8 이 이루는 각의 크기는 각각 40°

직선 l 과 반직선 l_9 , 반직선 l_{10} 이 이루는 각의 크기는 각각

$$50^\circ$$

⋮

(i)~(v)에서 직선 l 과 반직선 l_{35} , 반직선 l_{36} 이 이루는 각의 크기가 각각 180° 이다.

따라서 처음으로 직선 l 과 평행한 반직선은 반직선 l_{35} 이므로 구하는 n 의 값은 35이다.

답 35

03. 작도와 합동

STEP	7	시험에 꼭 나오는 문제	p.033
01 ㉠	02 ㉡	03 5	
04 (가) : $\overline{BC}$, (나) : $\overline{CD}$, (다) : $\overline{CE}$, (라) : $\overline{DE}$, (마) : $\overline{BE}$			
05 $\triangle BDM \equiv \triangle CEM$, ASA 합동	06 ㉢		

01

㉠ 작도할 때는 각도기를 사용하지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ㉠이다.

답 ㉠

02

ㄱ. ㉠, ㉡에서 그린 원의 반지름의 길이가 같으므로

$$\overline{CP} = \overline{DP} = \overline{AO} = \overline{BO}$$

ㄴ. $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이다.

ㄷ. 동위각의 크기가 같으면 두 직선은 평행함을 이용하였다.

ㄹ. 작도 순서는 ㉠ → ㉡ → ㉠ → ㉡ → ㉠ → ㉡이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

답 ㉠

03

(i) 가장 긴 변의 길이가 8, 즉 $0 < 2a - 4 \leq 8$ 일 때

가능한 자연수 a 의 값은

3, 4, 5, 6 ㉠

또한, 삼각형이 만들어지려면 $8 < 6 + (2a - 4)$ 이어야 하므로

$$8 < 2a + 2$$

이때 ㉠에서 가능한 자연수 a 의 값은

4, 5, 6

(ii) 가장 긴 변의 길이가 $2a - 4$, 즉 $8 < 2a - 4$ 일 때

가능한 자연수 a 의 값은

7, 8, 9, ㉡

또한, 삼각형이 만들어지려면 $0 < 2a - 4 < 6 + 8$ 이어야 하므로

$$0 < 2a - 4 < 14$$

이때 ㉡에서 가능한 자연수 a 의 값은

7, 8

(i), (ii)에서 a 의 값이 될 수 있는 자연수는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다.

답 5

04

① 길이가 a 와 같은 $\overline{BC}$ 를 작도한다.

② 크기가 x° 인 $\angle B$ 를 작도하기 위해서 ㉠, ㉡ 순으로 원을 그려 그 교점을 X라 하고, $\overline{BX}$ 를 그린다.

③ 크기가 y° 인 $\angle C$ 를 작도하기 위해서 ㉢, ㉣ 순으로 원을 그려 그 교점을 Y라 하고, $\overline{CY}$ 를 그린다.

④ 두 반직선 BX와 CY의 교점을 A라 하면 삼각형 ABC를 그릴 수 있다.

따라서 (가), (나), (다), (라), (마)에 알맞은 것은

(가) : $\overline{BC}$, (나) : ㉠, (다) : ㉡, (라) : ㉢, (마) : ㉣

이다.

답 (가) : $\overline{BC}$, (나) : ㉠, (다) : ㉡, (라) : ㉢, (마) : ㉣

05

$\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 에서

$$\overline{BM} = \overline{CM}, \angle DMB = \angle EMC (\because \text{맞꼭지각}),$$

$$\angle DBM = 90^\circ - \angle DMB = 90^\circ - \angle EMC = \angle ECM$$

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle BDM \equiv \triangle CEM (\text{ASA 합동})$$

답 $\triangle BDM \equiv \triangle CEM$, ASA 합동

06

① $\triangle ABP$ 와 $\triangle AER$ 에서

$$\angle B = \angle E = 60^\circ, \overline{AB} = \overline{AE},$$

$$\begin{aligned} \angle BAP &= \angle BAC - \angle PAR = 60^\circ - \angle PAR \\ &= \angle EAD - \angle PAR = \angle EAR \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle AER (\text{ASA 합동})$$

②, ③ ①에서 $\triangle ABP \equiv \triangle AER$ 이므로

$$\overline{AP} = \overline{AR}, \overline{BP} = \overline{ER}$$

이때 $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{CP} = \overline{BC} - \overline{BP} = \overline{DE} - \overline{ER} = \overline{DR}$$

④ ①에서 $\triangle ABP \equiv \triangle AER$ 이므로

$$\angle BPA = \angle ERA$$

그런데 $\angle BPA = \angle DPQ (\because \text{맞꼭지각}),$

$$\angle ERA = \angle CRQ (\because \text{맞꼭지각}) \text{이므로}$$

$$\angle DPQ = \angle CRQ$$

⑤ $\angle BAP$ 의 크기와 $\angle PAR$ 의 크기가 같은지는 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

• 다른 풀이 •

②, ③ $\triangle APC$ 와 $\triangle ARD$ 에서

$$\angle C = \angle D = 60^\circ, \overline{AC} = \overline{AD}, \angle CAD \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle APC \equiv \triangle ARD (\text{ASA 합동})$$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{AR}, \overline{CP} = \overline{DR}$$

01 ②	02 ③	03 ③	04 35°	05 풀이 참조
06 11	07 3	08 9	09 ④	10 ㄱ, ㄴ, ㄷ
11 ③, ④	12 ③, ⑤	13 5	14 4회	
15 (가) 30° (나) c (다) 60° (라) 60° (마) 30° (바) 30°	16 ④, ⑤			
17 ②	18 ⑤	19 ③	20 ASA 합동	
21 ③	22 풀이 참조, SAS 합동	23 120°	24 96°	
25 50°	26 75°	27 ⑤	28 ③	29 ⑤
30 54	31 48	32 8	33 ⑤	34 10

01

ㄱ. ㉠은 점 O를 중심으로 원을 그리므로

$$\overline{OA} = \overline{OB}$$

ㄴ. $\overline{OA}$ 와 $\overline{OC}$ 의 길이가 같을 필요는 없다.

ㄷ. ㉡은 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$ 인 원을 그린 것이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{PH} = \overline{PG}$$

ㄹ. ㉢은 점 H를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$ 인 원을 그린 것이므로

$$\overline{AB} = \overline{GH}$$

한편, $\overline{CD}$ 와 $\overline{GH}$ 의 길이가 같을 필요는 없다.

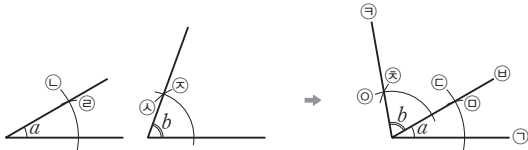
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ②

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

$\angle a + \angle b$ 와 크기가 같은 각을 작도하려면 $\angle a$ 와 크기가 같은 각을 먼저 작도하고, 꼭짓점과 한 변이 $\angle a$ 와 같고 $\angle b$ 와 크기가 같은 각을 $\angle a$ 의 바깥쪽에 작도하면 된다. 이때 작도하는 순서는 다음과 같다.



02

① $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 는 ㉠에서 그린 원의 반지름이므로 $\overline{AB} = \overline{BC}$

즉, 점 B는 선분 AC의 중점이다.

② 중심이 직선 l 위에 있고 반지름의 길이가 같은 세 원을 그린 후 교점을 지나는 직선을 작도하면 되므로

㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣의 순서로 작도할 수 있다.

③ ②에서 컴퍼스를 최소 3회 사용한다.

④ 세 원의 반지름의 길이가 같으므로

$$\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BP} \text{에서 } \triangle PAB \text{가 정삼각형,}$$

$$\overline{BQ} = \overline{BC} = \overline{CQ} \text{에서 } \triangle QBC \text{가 정삼각형이다.}$$

$$\text{즉, } \angle PBA = \angle QBC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle PBQ = 60^\circ$$

이때 $\triangle PBQ$ 는 $\overline{BP} = \overline{BQ}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle PQB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle PQB = \angle QBC$$

⑤ ④에서 $\angle PBQ = \angle QPB = \angle PQB = 60^\circ$ 이므로

$\triangle PBQ$ 는 정삼각형이다.

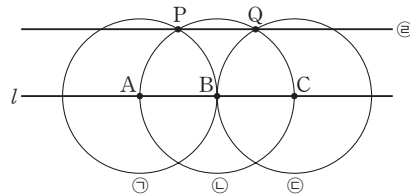
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

3개의 원을 이용한 평행선의 작도



㉠ 직선 l 위의 한 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AP}$ 인 원을 그려 직선 l과의 교점을 B라 한다.

㉡ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AP}$ 인 원을 그려 직선 l과의 교점 중 A가 아닌 점을 C라 한다.

㉢ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AP}$ 인 원을 그려 ㉠에서 그린 원과의 교점 중 점 P와 가까운 점을 Q라 한다.

㉣ 직선 PQ를 그린다.

⇒ $\angle PQB = \angle QBC = 60^\circ$ (엇각)이므로 $l \parallel PQ$ 이다.

03

ㄱ. ㉠, ㉡, ㉢에서 그린 원의 반지름의 길이가 모두 같으므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = \overline{AC} = \overline{BD}$$

ㄴ. 작도 순서는 ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣ → ㉤이다.

이뿐 아니라 ㉠을 가장 먼저 그리고 ㉣이 ㉡ 뒤에, ㉤이 ㉢ 뒤에 오도록만 순서를 정하면 90° 의 삼등분선을 작도할 수 있다.

ㄷ. $\overline{OB} = \overline{BD} = \overline{OD}$ 이므로 $\triangle BOD$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \angle OBD = 60^\circ$$

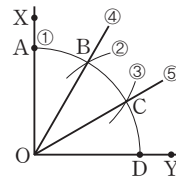
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ③

BLACKLABEL 특강

참고

90° 의 삼등분선의 작도



위와 같이 정삼각형의 세 각의 크기가 모두 60° 임을 이용하여 90° 의 삼등분선은 작도가 가능하지만 모든 각의 삼등분선을 작도할 수 있는 것은 아님에 주의한다.

04

주어진 그림은 $\angle ABC$ 의 이등분선인 $\overline{BD}$ 와 $\angle ACE$ 의 이등분선인 $\overline{CD}$ 를 작도한 것이므로 오른쪽 그림과 같이

$$\angle ABD = \angle DBC = \angle x,$$

$$\angle ACD = \angle DCE = \angle y \text{라 하자.}$$

$$\angle ACB = 180^\circ - (2\angle x + 70^\circ) = 110^\circ - 2\angle x \text{이고,}$$

$$\angle ACB + \angle ACE = 180^\circ \text{이므로}$$

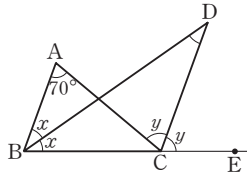
$$(110^\circ - 2\angle x) + 2\angle y = 180^\circ$$

$$2(\angle y - \angle x) = 70^\circ \quad \therefore \angle y - \angle x = 35^\circ$$

$$\triangle BCD \text{에서 } \angle x + \angle BDC + (180^\circ - \angle y) = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BDC = \angle y - \angle x = 35^\circ$$

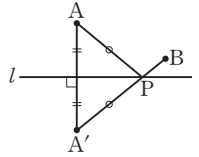
답 35°



BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

직선 l 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 값이 최소가 되려면 점 A 와 직선 l 에 대하여 대칭인 점 A' 을 구한 후, $\overline{A'B}$ 가 직선 l 과 만나는 점을 점 P 로 정해도 된다.



06

$2 < 2a + 2 < 3a + 2$ 에서 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 $3a + 2$ 이므로

$$3a + 2 < 2 + (2a + 2), \quad 3a + 2 < 2a + 4$$

이때 가능한 자연수 a 의 값은 1뿐이다.

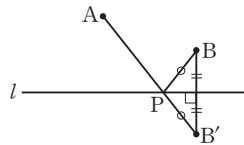
따라서 삼각형의 세 변의 길이는 2, 4, 5이므로 둘레의 길이는 $2 + 4 + 5 = 11$

답 11

05

직선 l 위의 점 P 에 대하여

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 값이 최소가 되려면 점 B 와 직선 l 에 대하여 대칭인 점 B' 에 대하여 $\overline{AB'}$ 이 직선 l 과 만나는 점을 점 P 로 정해야 한다.



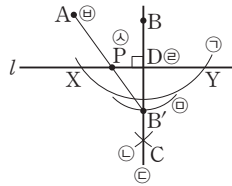
점 B 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선은 오른쪽 그림과 같이 작도한다.

㉠ 점 B 를 중심으로 원을 그려 직선 l 과 만나는 두 점을 각각 X, Y 라 한다.

㉡ 두 점 X, Y 를 중심으로 반지름의

길이가 같은 원을 각각 그려 두 원의 교점을 C 라 한다.

㉢ 두 점 B, C 를 선으로 연결하면 직선 BC 가 점 B 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 된다.



점 B 와 직선 l 에 대하여 대칭인 점 B' 은 다음과 같이 작도한다.

㉣ 직선 BC 와 직선 l 의 교점을 D 라 한다.

㉤ 점 D 를 중심으로 반지름의 길이가 $\overline{BD}$ 인 원을 그려 직선 BC 와의 교점을 B' 이라 하면 점 B' 은 점 B 와 직선 l 에 대하여 대칭이다.

점 P 의 위치는 다음과 같이 작도한다.

㉥ 두 점 A, B' 을 선으로 연결한다.

㉦ 선분 AB' 과 직선 l 의 교점을 P 라 한다.

답 풀이 참조

단계	채점 기준	배점
㉠	점 P 의 위치를 정하는 방법을 설명한 경우	30%
㉡	점 B 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선을 작도한 경우	30%
㉢	점 B 와 직선 l 에 대하여 대칭인 점을 작도한 경우	20%
㉤	점 P 의 위치를 정한 경우	20%

07

4개의 선분 중에서 서로 다른 3개를 선택할 수 있는 경우를 순서쌍으로 나타내면

$$(3, 4, 6), (3, 4, 7), (3, 6, 7), (4, 6, 7)$$

이다. 이때

$$6 < 3 + 4, 7 = 3 + 4, 7 < 3 + 6, 7 < 4 + 6$$

이므로 삼각형을 만들 수 있는 선분의 길이의 순서쌍은

$$(3, 4, 6), (3, 6, 7), (4, 6, 7)$$

이다.

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 3이다.

답 3

08

막대기를 선택할 수 있는 경우를 순서쌍으로 나타내면

$$(5, 5, 5), (5, 5, 8), (5, 5, 13), (5, 5, 16), (5, 8, 8), (5, 8, 13), (5, 8, 16), (5, 13, 13), (5, 13, 16), (8, 8, 13), (8, 8, 16), (8, 13, 13), (8, 13, 16), (13, 13, 16)$$

이다. 이때

$$5 + 5 > 5, 5 + 5 > 8, 5 + 5 < 13, 5 + 5 < 16,$$

$$5 + 8 > 8, 5 + 8 = 13, 5 + 8 < 16, 5 + 13 > 13,$$

$$5 + 13 > 16, 8 + 8 > 13, 8 + 8 = 16, 8 + 13 > 13,$$

$$8 + 13 > 16, 13 + 13 > 16$$

이므로 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 세 변의 길이의 순서쌍은

$$(5, 5, 5), (5, 5, 8), (5, 8, 8), (5, 13, 13), (5, 13, 16), (8, 8, 13), (8, 13, 13), (8, 13, 16), (13, 13, 16)$$

의 9개이다.

답 9

09 해결단계

① 단계	이등변삼각형의 세 변의 길이를 한 문자를 사용하여 나타낸다.
② 단계	삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 가능한 자연수 a 의 값을 구한다.
③ 단계	이등변삼각형의 개수를 구한다.

이등변삼각형의 길이가 같은 두 변의 길이를 각각 a 라 하면 삼각형의 둘레의 길이가 30이므로 나머지 한 변의 길이는 $30 - 2a$ 이다.

(i) 가장 긴 변의 길이가 a , 즉 $30 - 2a < a$ 일 때,

가능한 자연수 a 의 값은

11, 12, 13, ... ⑦

또한, 삼각형이 만들어지려면 $0 < a < a + (30 - 2a)$ 이어야 하므로

$$0 < a < 30 - a$$

이때 ⑦에서 가능한 자연수 a 의 값은

11, 12, 13, 14

(ii) 가장 긴 변의 길이가 $30 - 2a$, 즉 $a < 30 - 2a$ 일 때,

가능한 자연수 a 의 값은

1, 2, 3, ..., 9 ⑧

또한, 삼각형이 만들어지려면 $0 < 30 - 2a < a + a$ 이어야 하므로

$$0 < 30 - 2a < 2a$$

이때 ⑧에서 가능한 자연수 a 의 값은

8, 9

(iii) 세 변의 길이가 모두 같을 때,

$$a = 30 - 2a, 3a = 30 \quad \therefore a = 10$$

(i), (ii), (iii)에서 가능한 자연수 a 의 값은 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14이다.

즉, 주어진 조건을 만족시키는 이등변삼각형의 세 변의 길이의 순서쌍 $(a, a, 30 - 2a)$ 는

$(8, 8, 14), (9, 9, 12), (10, 10, 10), (11, 11, 8),$

$(12, 12, 6), (13, 13, 4), (14, 14, 2)$

의 7개이다.

답 ④

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

이 문제에서 정삼각형도 이등변삼각형이므로 두 변의 길이만 같은 경우뿐만 아니라 세 변의 길이가 모두 같은 경우도 고려해야 한다.

10

ㄱ. 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.

ㄴ. $\angle B, \angle C$ 의 크기를 알면 $\angle A$ 의 크기도 알 수 있으므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우와 같다.

ㄷ. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.

ㄹ. $\angle B$ 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

따라서 삼각형 ABC가 하나로 정해지기 위해 필요한 조건은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

11

① $8 > 3 + 4$ 이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

② $\angle C$ 는 $\overline{AB}, \overline{BC}$ 의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

③ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.

④ $\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 70^\circ$ 이므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우와 같다.

⑤ 무수히 많은 삼각형이 만들어진다.

따라서 삼각형 ABC가 하나로 정해지는 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

12

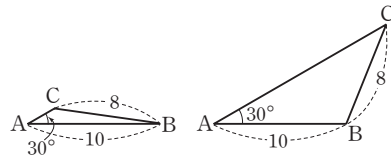
두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때는 끼인각의 두 변에 $\overline{AB}, \overline{BC}$ 를 작도해야 하므로 각 $\rightarrow$ 변 $\rightarrow$ 변 또는 변 $\rightarrow$ 각 $\rightarrow$ 변 순으로 작도해야 한다.

따라서 작도하는 순서로 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

13

조건 ㉞를 만족시키는 삼각형은 다음 그림과 같이 2개이다.

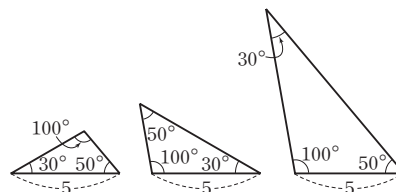


$$\therefore a = 2$$

조건 ㉞에서 주어진 두 각을 제외한 나머지 한 각의 크기는

$$180^\circ - (30^\circ + 50^\circ) = 100^\circ$$

이므로 조건을 만족시키는 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이다.



$$\therefore b = 3$$

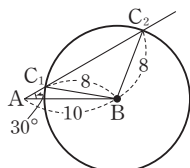
$$\therefore a+b=2+3=5$$

답 5

BLACKLABEL 특강

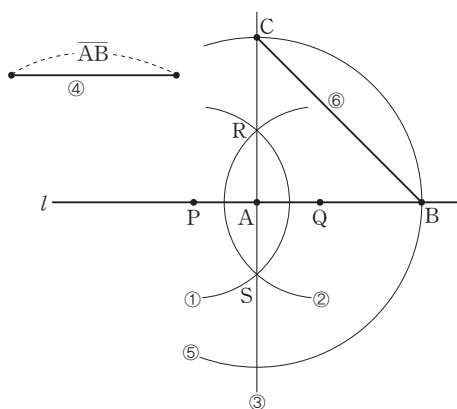
참고 / 오답 피하기

다음 그림과 같이 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 8인 원을 그리면 조건 (가)를 만족시키는 삼각형은 $\triangle ABC_1$, $\triangle ABC_2$ 의 2개임을 확인할 수 있다.



조건 (나)에서 삼각형의 세 각의 크기 30° , 50° , 100° 만 주어진 것으로 생각하여 조건을 만족시키는 삼각형의 개수가 무수히 많다고 생각하는 경우가 있다. 그러나 한 변의 길이가 5로 주어졌으므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 각각 30° , 50° 또는 30° , 100° 또는 50° , 100° 인 삼각형 3개가 존재한다.

14



위의 그림과 같이 컴퍼스를 2회 사용하여 직선 l 위의 두 점 P, Q를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 2개 그리고 두 원이 만나는 두 점을 각각 R, S라 하자. 두 점 R, S를 연결한 직선과 직선 l 이 만나는 점을 A라 하면 $l \perp \overline{RS}$ 이다. 그런 다음 컴퍼스를 1회 사용하여 주어진 변 AB의 길이를 재고, 컴퍼스를 1회 사용하여 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$ 인 원을 그린다. 이 원과 직선 l 이 만나는 점을 B라 하고 이 원과 직선 RS가 만나는 점을 C라 하면 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 직각이등변삼각형을 그릴 수 있다.

이때 컴퍼스는 ①, ②, ④, ⑤에서 사용하므로 컴퍼스의 최소 사용 횟수는 4회이다.

답 4회

15

① 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle B = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$ 가 되어야 한다.

② 컴퍼스로 길이가 c 인 변 AB를 그린다.

③ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $[c]$ 인 원을 그리고, 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $[c]$ 인 원을 그려서 두 원이 만나는 점을 D라 하자. 이때 삼각형 ABD는 정삼각형이므로 $\angle DAB = 60^\circ$, $\angle DBA = 60^\circ$ 이다.

④ 점 A를 중심으로 원을 그린 후, 두 변 AB, AD와 만나는 점을 각각 E, G라 하고, 두 점 E와 G를 각각 중심으로 하는 반지름이 같은 원을 그려 두 원의 교점을 I라 하자. 이때 반직선 AI를 그으면 $\angle EAI = 30^\circ$ 이다.

⑤ 같은 방식으로 점 B를 중심으로 원을 그린 후, 두 변 AB, BD와 만나는 점을 각각 F, H라 하고, 두 점 F와 H를 각각 중심으로 하는 반지름이 같은 원을 그려 두 원의 교점을 J라 하자. 이때 반직선 BJ를 그으면 $\angle FBJ = 30^\circ$ 이다.

⑥ $\overline{AI}$ 와 $\overline{BJ}$ 의 교점을 C라 하면 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle C = 120^\circ$ 이다.

답 (가) 30° (나) c (다) 60° (라) 60° (마) 30° (바) 30°

16

$\triangle DBC$ 와 $\triangle ECB$ 에서

$$\overline{DB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \overline{EC}, \angle DBC = \angle ECB, \overline{BC} \text{는 공통}$$

이므로 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

$\therefore \triangle DBC \equiv \triangle ECB$ (SAS 합동)

따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$ 임을 설명할 때 사용하지 않는 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

17

$\angle B = \angle F$, $\angle C = \angle E$ 에서 $\angle A = \angle D$ 이므로 두 삼각형 ABC와 DFE가 ASA 합동이 되려면 대응하는 한 변의 길이가 같다는 조건이 필요하다.

따라서 필요한 조건은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ②

18

$\triangle DBE$ 와 $\triangle ECF$ 에서

$$\overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD} = \overline{BC} - \overline{BE} = \overline{EC},$$

$$\angle B = \angle C = 60^\circ, \overline{BE} = \overline{CF}$$

이므로 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

$\therefore \triangle DBE \equiv \triangle ECF$ (SAS 합동)

같은 방법으로 $\triangle FAD \equiv \triangle ECF$ (SAS 합동)이다.

- ① $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이지만 그 길이가 $\overline{AF}$ 의 길이와 같은지는 알 수 없다.
 ② $\angle BDE = \angle CEF = \angle AFD$ 이지만 그 크기가 $\angle EFC$ 의 크기와 같은지는 알 수 없다.
 ③ $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이므로 $\triangle DEF$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \angle DEF = 60^\circ$
 ④ $\triangle ADF \equiv \triangle BED \equiv \triangle CFE$ 이지만 $\triangle ADF$ 와 $\triangle EDF$ 가 합동인지는 알 수 없다.
 따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

19

$\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서
 $\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{OP}$ 는 공통
 이므로 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.
 $\therefore \triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (SSS 합동)
 즉, $\angle AOP = \angle BOP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.
 따라서 (가)에 알맞은 것은 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$, (나)에 알맞은 것은 SSS 합동이다. 답 ③

20

$\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로 $\angle ABC = \angle FDE$ ($\because$ 엇각)㉠
 $\overline{AC} \parallel \overline{EF}$ 이므로 $\angle ACB = \angle FED$ ($\because$ 엇각)㉡
 $\overline{BE} = \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = \overline{DC} + \overline{CE} = \overline{DE}$ ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에서 두 삼각형 $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDE$ 는 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.
 $\therefore \triangle ABC \equiv \triangle FDE$ (ASA 합동) 답 ASA 합동

21

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CAD$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CA}$, $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\angle EAB = \angle DCA = 60^\circ$
 이므로 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
 $\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CAD$ ([SAS] 합동)
 따라서 $\angle ABE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle PAB$ 에서
 $\angle APB = 180^\circ - (\angle ABP + \angle BAP)$
 $= 180^\circ - (\angle CAD + \angle BAP)$
 $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\therefore$ (가) : CAD (나) : SAS (다) : CAD (라) : 60° (마) : 120°
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

22

사각형 ABCD는 정사각형이고 $\triangle BEC$ 와 $\triangle CFD$ 는 모두 정삼각형이므로
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = \overline{BE} = \overline{EC} = \overline{CF} = \overline{DF}$
 또한,
 $\angle ABE = \angle ABC + \angle EBC = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$
 $\angle BCF = \angle BCD + \angle DCF = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$
 $\angle ECD = \angle ECB + \angle BCD = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$
 $\angle ADF = \angle ADC + \angle CDF = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$
 $\angle ECF = 360^\circ - (\angle ECB + \angle BCD + \angle DCF)$
 $= 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 150^\circ$
 따라서 $\triangle ABE$ 와 $\triangle BCF$, $\triangle ECD$, $\triangle ADF$, $\triangle ECF$ 는 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다. 답 풀이 참조, SAS 합동

23

$\triangle BEC$ 와 $\triangle ADC$ 에서
 $\overline{EC} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AC}$,
 $\angle ECB = 60^\circ - \angle DCP = \angle DCA$
 $\therefore \triangle BEC \equiv \triangle ADC$ (SAS 합동)
 이때 $\angle CDE = 60^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\therefore \angle BEC = \angle ADC = 120^\circ$ 답 120°

24

$\triangle DCB$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{DC} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CE}$,
 $\angle DCB = \angle ACE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\therefore \triangle DCB \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)
 즉, $\angle AEC = \angle DBC = 60^\circ - 24^\circ = 36^\circ$ 이므로
 $\angle EAC = 180^\circ - (\angle ACE + \angle AEC)$
 $= 180^\circ - (120^\circ + 36^\circ) = 24^\circ$
 따라서 $\triangle PAC$ 에서
 $\angle APC = 180^\circ - (\angle PAC + \angle PCA)$
 $= 180^\circ - (24^\circ + 60^\circ) = 96^\circ$ 답 96°

• 다른 풀이 •

정삼각형의 세 각의 크기는 모두 60° 이므로
 $\angle DBC = \angle CBE - \angle DBE$
 $= 60^\circ - 24^\circ = 36^\circ$ ㉠

또한, $\angle ACD = \angle CBE = 60^\circ$ 이므로

평행선의 성질에 의하여

$$\overline{CD} \parallel \overline{BE}$$

$$\therefore \angle APC = \angle AEB \quad (\because \text{동위각}) \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

한편, $\triangle DCB$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\overline{DC} = \overline{AC}, \overline{CB} = \overline{CE},$$

$$\angle DCB = \angle ACE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \triangle DCB \equiv \triangle ACE \quad (\text{SAS 합동})$$

$$\therefore \angle AEC = \angle DBC = 36^\circ \quad (\because \textcircled{I})$$

$$\text{즉, } \angle AEB = \angle AEC + 60^\circ = 36^\circ + 60^\circ = 96^\circ \text{이므로}$$

$$\angle APC = \angle AEB = 96^\circ \quad (\because \textcircled{L})$$

BLACKLABEL 특강

필수 개념

정삼각형의 성질을 이용한 삼각형의 합동

정삼각형이 주어졌을 때, 다음 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

(1) 세 변의 길이는 모두 같다.

(2) 세 각의 크기는 모두 60° 이다.

25

$\triangle BCD$ 와 $\triangle BED$ 에서

$$\overline{BD} \text{는 공통, } \angle BDC = \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\overline{CD} = \overline{ED}$$

$$\therefore \triangle BCD \equiv \triangle BED \quad (\text{SAS 합동})$$

따라서 $\angle CBD = \angle EBD = 25^\circ$ 이므로

$$\angle CBE = \angle CBD + \angle EBD = 50^\circ \quad \dots\dots \textcircled{I}$$

또한, $\triangle BCF$ 와 $\triangle CBE$ 에서

$$\overline{BC} \text{는 공통, } \overline{BF} = \overline{CE}, \angle CBF = \angle BCE$$

$$\therefore \triangle BCF \equiv \triangle CBE \quad (\text{SAS 합동})$$

$$\therefore \angle BCF = \angle CBE = 50^\circ \quad (\because \textcircled{I})$$

답 50°

26

두 삼각형 $\triangle ABH$ 와 $\triangle AEF$ 에서

$$\angle BAH = \angle EAF \quad (\text{공통}),$$

$$\angle ABH = \angle AEF = 45^\circ, \overline{AB} = \overline{AE}$$

$$\therefore \triangle ABH \equiv \triangle AEF \quad (\text{ASA 합동})$$

즉, $\angle AHB = \angle AFE$, $\overline{AH} = \overline{AF}$ 이다.

$$\overline{AH} = \overline{AF} = \overline{AG} \text{이므로}$$

$$\angle AFG = \angle AGF = \angle AHG = \angle AGH$$

$$\angle AHG = \angle x \text{라 하면}$$

$$\angle BFG = 180^\circ - \angle x, \angle BGF = 180^\circ - 2\angle x$$

$\triangle BGF$ 에서

$$45^\circ + (180^\circ - 2\angle x) + (180^\circ - \angle x) = 180^\circ$$

$$3\angle x = 225^\circ \quad \therefore \angle x = 75^\circ$$

$$\text{즉, } \angle AHG = \angle x = 75^\circ$$

답 75°

27

오른쪽 그림과 같이 점 M에서 두 변

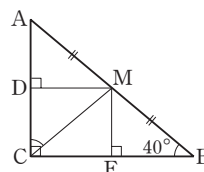
AC, BC에 내린 수선의 발을 각각 D, E

라 하면 $\triangle AMD$ 와 $\triangle MBE$ 에서

$$\overline{AC} \parallel \overline{ME} \text{이므로}$$

$$\angle DAM = \angle EMB \quad (\because \text{동위각})$$

$$= 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$



$$\dots\dots \textcircled{I}$$

$$\overline{DM} \parallel \overline{CB} \text{이므로}$$

$$\angle DMA = \angle EBM = 40^\circ \quad (\because \text{동위각})$$

$$\dots\dots \textcircled{L}$$

$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

$$\dots\dots \textcircled{E}$$

$\textcircled{I}$, $\textcircled{L}$, $\textcircled{E}$ 에서

$$\triangle AMD \equiv \triangle MBE \quad (\text{ASA 합동})$$

따라서 $\overline{AD} = \overline{ME}$ 이고, 사각형 DCEM은 직사각형이므로

$$\overline{DC} = \overline{ME}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DC}$$

$\triangle AMD$ 와 $\triangle CMD$ 에서

$$\overline{MD} \text{는 공통, } \overline{AD} = \overline{CD}, \angle ADM = \angle CDM = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AMD \equiv \triangle CMD \quad (\text{SAS 합동})$$

따라서 $\overline{MA} = \overline{MC}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle ACM = \angle DAM = 50^\circ$$

답 ⑤

28

$\triangle BCD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{BC} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{AD}, \overline{CD} \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle BCD \equiv \triangle ACD \quad (\text{SSS 합동})$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ACD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

한편, $\angle DBE = \angle ABD + \angle ABE = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$ 이고,

$$\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ \text{이므로}$$

$$\angle DBE = \angle DBC = 40^\circ$$

따라서 $\triangle BCD$ 와 $\triangle BED$ 에서

$$\overline{BC} = \overline{BA} = \overline{BE}, \angle DBC = \angle DBE = 40^\circ, \overline{BD} \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle BCD \equiv \triangle BED \quad (\text{SAS 합동})$$

즉, $\angle BED = \angle BCD = 30^\circ$ 이므로 $\triangle BDE$ 에서

$$\angle BDE = 180^\circ - (\angle BED + \angle DBE)$$

$$= 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$$

또한, $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle BAD = \angle ABD = 20^\circ$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\begin{aligned}\angle ADE &= 180^\circ - (\angle BAD + \angle ABD + \angle BDE) \\ &= 180^\circ - (20^\circ + 20^\circ + 110^\circ) = 30^\circ\end{aligned}$$

답 ③

• 다른 풀이 •

$\triangle BDE \equiv \triangle BDC \equiv \triangle ADC$ 에서

$$\angle DBE = \angle DBC = \angle DAC = 40^\circ,$$

$$\angle BED = \angle BCD = \angle ACD = 30^\circ$$

이므로

$$\angle BDE = \angle BDC = \angle ADC = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$$

$$\therefore \angle ADE = 360^\circ - 3\angle BDE$$

$$= 360^\circ - 3 \times 110^\circ = 30^\circ$$

29

$\triangle GBC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$$\overline{BC} = \overline{DC}, \overline{GC} = \overline{EC}, \angle GCB = 90^\circ - \angle DCG = \angle ECD$$

$$\therefore \triangle GBC \equiv \triangle EDC \text{ (SAS 합동)}$$

이때 $\angle EDC = \angle GBC = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$ 이므로 $\triangle EDC$ 에서

$$\angle DEF = 180^\circ - (18^\circ + 36^\circ + 90^\circ) = 36^\circ$$

답 ⑤

BLACKLABEL 특강

필수 개념

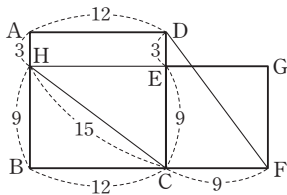
정사각형의 성질을 이용한 삼각형의 합동

정사각형이 주어졌을 때, 다음 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

(1) 네 변의 길이는 모두 같다.

(2) 네 각의 크기는 모두 90° 이다.

30



사각형 ABCD는 정사각형이므로 $\overline{DC} = 12$ 이다.

$\overline{DE} = 3$ 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{BH} = 12 - 3 = 9$ 이다.

$\triangle HBC$ 와 $\triangle FCD$ 에서

$$\overline{HB} = \overline{FC} = 9, \overline{BC} = \overline{CD} = 12,$$

$$\angle HBC = \angle FCD = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle HBC \equiv \triangle FCD \text{ (SAS 합동)}$$

즉, $\overline{DF} = \overline{CH} = 15$ 이다.

따라서 구하는 오각형 AHCFD의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AH} + \overline{HC} + \overline{CF} + \overline{FD} + \overline{DA} &= 3 + 15 + 9 + 15 + 12 \\ &= 54\end{aligned}$$

답 54

31

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$ 를 그으면

$\triangle GBC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$$\overline{BC} = \overline{DC}, \overline{GC} = \overline{EC},$$

$$\angle GCB = 90^\circ - \angle DCG = \angle ECD$$

$$\therefore \triangle GBC \equiv \triangle EDC \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore (\text{사각형 GCED의 넓이})$$

$$= \triangle GCD + \triangle EDC$$

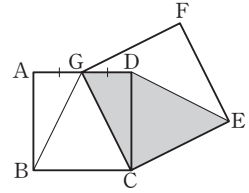
$$= \triangle GCD + \triangle GBC$$

$$= (\text{사각형 GBCD의 넓이})$$

$$= (\text{정사각형 ABCD의 넓이}) - \triangle ABG$$

$$= 8 \times 8 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 64 - 16 = 48$$

답 48



32

(i) $\triangle ABG$ 와 $\triangle DAH$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{DA},$$

$$\angle ABG = 90^\circ - \angle BAG = \angle DAH,$$

$$\angle BAG = 90^\circ - \angle ABG = 90^\circ - \angle DAH = \angle ADH$$

$$\therefore \triangle ABG \equiv \triangle DAH \text{ (ASA 합동)}$$

(ii) $\triangle DAH$ 와 $\triangle FEC$ 에서

$$\overline{DH} = \overline{FC}, \angle AHD = \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BE} \text{에서 } \angle DAH = \angle FEC \text{ (}\because \text{엇각)이므로}$$

$$\angle ADH = 90^\circ - \angle DAH = 90^\circ - \angle FEC = \angle EFC$$

$$\therefore \triangle DAH \equiv \triangle FEC \text{ (ASA 합동)}$$

(i), (ii)에서 $\triangle ABG \equiv \triangle DAH \equiv \triangle FEC$ 이므로

$$\overline{BG} = \overline{AH} = \overline{EC} = 4$$

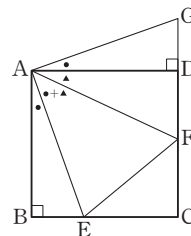
$$\therefore \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

답 8

33

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 a 라 하면 정사각형 ABCD의

둘레의 길이는 $4a$ 이므로 삼각형 CEF의 둘레의 길이는 $2a$ 이다.



정사각형 ABCD에서

$$2a = \overline{BC} + \overline{CD} = (\overline{BE} + \overline{EC}) + (\overline{CF} + \overline{FD}) \\ = (\overline{EC} + \overline{CF}) + (\overline{BE} + \overline{FD}) \quad \cdots \cdots ㉑$$

삼각형 CEF에서

$$2a = \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{EF} \quad \cdots \cdots ㉒$$

$$㉑, ㉒에서 \overline{BE} + \overline{FD} = \overline{EF}$$

ㄱ. 삼각형 ECF에서 $\overline{EF} < \overline{CE} + \overline{CF}$ 이므로

$$\overline{EF} = \overline{BE} + \overline{FD} < \overline{CE} + \overline{CF} \text{이다.}$$

ㄴ. 두 삼각형 ABE와 ADG가 합동이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$,

$$\angle ABE = \angle ADG = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BAE = \angle DAG, \overline{BE} = \overline{DG} \text{이다.}$$

또한, $\triangle AEF$ 와 $\triangle AGF$ 에서

$$\overline{EF} = \overline{BE} + \overline{FD} = \overline{DG} + \overline{FD} = \overline{GF}, \overline{AE} = \overline{AG}$$

$\overline{AF}$ 는 공통

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF \text{ (SSS 합동)}$$

따라서 $\triangle AEF = \triangle AGF$ 이다.

ㄷ. $\angle GAD = \angle EAB = \bullet$, $\angle FAD = \blacktriangle$ 로 놓으면 두 삼각형 AEF와 AGF가 합동이므로 $\angle EAF = \bullet + \blacktriangle$ 이다.

$$90^\circ = \angle BAD = \angle BAE + \angle EAF + \angle FAD$$

$$= \bullet + (\bullet + \blacktriangle) + \blacktriangle = 2(\bullet + \blacktriangle)$$

$$\text{이므로 } \bullet + \blacktriangle = 45^\circ$$

$$\text{즉, } \angle EAF = \bullet + \blacktriangle = 45^\circ$$

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

답 ⑤

34

$\triangle AEF$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{AF} = \overline{EF}$$

사각형 ABCD는 정사각형이므로

$$\overline{CB} = \overline{CD}$$

사각형 FGCH는 정사각형이므로

$$\overline{FG} = \overline{FH} = \overline{CG} = \overline{CH}$$

또한, $\angle AFG = 90^\circ - \angle EFG = \angle EFH$ 이고,

$$\angle GCB = 90^\circ - \angle DCG = \angle HCD \text{이다.}$$

따라서 $\triangle AFG$ 와 $\triangle EFH$ 에서

$$\overline{AF} = \overline{EF}, \overline{FG} = \overline{FH}, \angle AFG = \angle EFH$$

$$\therefore \triangle AFG \cong \triangle EFH \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \overline{AG} = \overline{EH} \quad \cdots \cdots ㉑$$

또한, $\triangle GCB$ 와 $\triangle HCD$ 에서

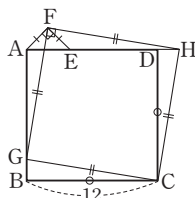
$$\overline{CB} = \overline{CD}, \overline{CG} = \overline{CH}, \angle GCB = \angle HCD$$

$$\therefore \triangle GCB \cong \triangle HCD \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \overline{GB} = \overline{HD} \quad \cdots \cdots ㉒$$

한편, $\overline{AD} = 12$ 이고, $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{ED} = 12 \times \frac{2}{1+2} = 8$$



$\overline{DH} = x$ 라 하면 ㉑에 의하여

$$\overline{AG} = \overline{EH} = \overline{ED} + \overline{DH} = 8 + x$$

이므로

$$\overline{AB} = \overline{AG} + \overline{GB} = \overline{AG} + \overline{HD} = (8 + x) + x \quad (\because ㉒)$$

$$\text{즉, } 12 = 8 + 2x \text{이므로}$$

$$4 = 2x \quad \therefore x = 2$$

$$\therefore \overline{EH} = \overline{ED} + \overline{DH} = 8 + 2 = 10$$

답 10

STEP

3

종합 사고력 도전 문제

pp.040~041

01 8회

02 (1) $2 < x < 14$ (2) 24

03 9

04 45°

05 (1) ㄱ, ㄷ (2) 풀이 참조

06 6

07 4

08 70°

01 해결단계

① 단계

(가)에서 눈금 없는 자의 최소 사용 횟수를 구한다.

② 단계

(나)에서 눈금 없는 자의 최소 사용 횟수를 구한다.

③ 단계

(다)에서 컴퍼스의 최소 사용 횟수를 구한다.

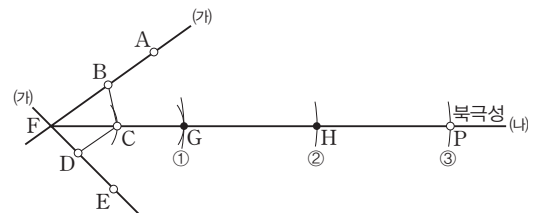
④ 단계

최소 사용 횟수의 합을 구한다.

(가)에서 눈금 없는 자를 2회 사용한다.

(나)에서 눈금 없는 자를 1회 사용한다.

(다)에서 반직선 FC 위의 점 중에서 점 C로부터의 거리가 선분 CF의 길이의 5배가 되는 점을 작도하는 방법은 다음 그림과 같다.



① 컴퍼스를 사용하여 선분 CF의 길이를 재고,

점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CF}$ 인 원을 그려 반직선 FC와의 교점을 G라 한다. 즉, 컴퍼스를 2회 사용한다.

② 컴퍼스를 사용하여 선분 FG의 길이를 재고,

점 G를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{FG}$ 인 원을 그려 반직선 FC와의 교점을 H라 한다. 즉, 컴퍼스를 2회 사용한다.

③ 점 H를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{FG}$ 인 원을 그려 반직선 FC와의 교점을 P라 하면 점 P가 북극성의 위치가 된다. 즉, 컴퍼스를 1회 사용한다.

즉, (다)에서 컴퍼스는 최소 $2 + 2 + 1 = 5$ (회) 사용한다.

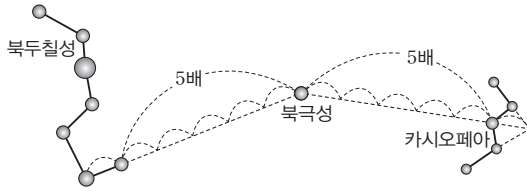
따라서 작도를 이용하여 북극성의 위치를 찾아 표시할 때, 눈금 없는 자와 컴퍼스의 최소 사용 횟수의 합은

$$2 + 1 + 5 = 8 \text{(회)}$$

답 8회

북두칠성, 카시오페아 별자리와 북극성의 위치의 관계

카시오페아 별자리뿐 아니라 북두칠성 별자리를 이용하여 북극성을 찾을 수도 있다.



02 해결단계

(1)	① 단계	x 의 값의 범위를 구한다.
(2)	② 단계	삼각형 ABC의 넓이가 가장 클 조건을 구한다.
	③ 단계	삼각형 ABC의 넓이로 가능한 값 중 가장 큰 값을 구한다.

(1) (i) $\overline{BC}$ 가 가장 긴 변, 즉 $0 < x \leq 8$ 일 때,
삼각형이 만들어지려면 $8 < x + 6$ 이어야 하므로
 $x > 2$

따라서 $2 < x \leq 8$

(ii) $\overline{CA}$ 가 가장 긴 변, 즉 $8 < x$ 일 때,
삼각형이 만들어지려면 $x < 6 + 8$ 이어야 하므로
 $x < 14$

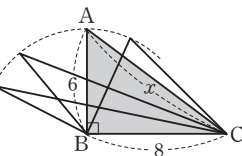
따라서 $8 < x < 14$

(i), (ii)에서 $2 < x < 14$

(2) $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 밑변으로 생각하면 오른쪽 그림과 같이 $\angle ABC = 90^\circ$ 일 때 삼각형 ABC의 높이가 최대가 되므로 넓이도 최대가 된다.

따라서 삼각형 ABC의 넓이로 가능한 값 중 가장 큰 값은

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$



답 (1) $2 < x < 14$ (2) 24

03 해결단계

① 단계	$\triangle QBP$ 가 정삼각형임을 설명한다.
② 단계	$\triangle QAB \equiv \triangle QAP$ 임을 설명한 후, $\overline{AP}$ 의 길이를 구한다.
③ 단계	$\triangle ABP \equiv \triangle DCP$ 임을 설명한 후, $\overline{DP}$ 의 길이를 구한다.
④ 단계	$\triangle APD$ 의 둘레의 길이를 구한다.

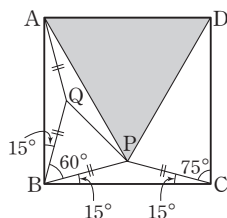
$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형이고,

$\triangle PBC \equiv \triangle QAB$ 이므로

$\overline{PB} = \overline{PC} = \overline{QA} = \overline{QB}$ 이고

$\angle QAB = \angle QBA$

$$= \angle PBC = \angle PCB = 15^\circ$$



$$\begin{aligned} \therefore \angle QBP &= 90^\circ - (\angle PBC + \angle QBA) \\ &= 90^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 60^\circ \end{aligned}$$

이때 $\triangle QBP$ 에서 $\overline{PB} = \overline{QB}$ 이므로

$$\angle BPQ = \angle BQP = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

따라서 $\triangle QBP$ 는 정삼각형이다.

한편,

$$\angle AQB = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ,$$

$$\angle AQP = 360^\circ - (\angle AQB + \angle BQP)$$

$$= 360^\circ - (150^\circ + 60^\circ) = 150^\circ$$

이므로 $\angle AQB = \angle AQP$

이때 $\triangle QAB$ 와 $\triangle QAP$ 에서

$\angle AQB = \angle AQP$, $\overline{QB} = \overline{QP}$, $\overline{QA}$ 는 공통

$\therefore \triangle QAB \equiv \triangle QAP$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{AP} = \overline{AB} = 3$$

또한, $\triangle ABP$ 와 $\triangle DCP$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{BP} = \overline{CP},$$

$$\angle ABP = \angle DCP = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle DCP$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{DP} = \overline{AP} = 3$$

즉, $\triangle APD$ 는 한 변의 길이가 3인 정삼각형이다.

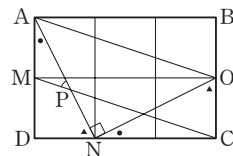
따라서 $\triangle APD$ 의 둘레의 길이는

$$3 \times 3 = 9$$

답 9

04 해결단계

① 단계	변 BC의 중점을 O라 하고 $\triangle ADN \equiv \triangle NCO$ 임을 설명한다.
② 단계	$\triangle ANO$ 가 직각이등변삼각형임을 설명한다.
③ 단계	엇각의 크기의 성질을 이용하여 $\angle APM$ 의 크기를 구한다.



변 BC의 중점을 O라 하고 두 선분 AO, ON을 긋자.

$\triangle ADN$ 과 $\triangle NCO$ 에서

$$\overline{AD} = \overline{NC}, \overline{ND} = \overline{OC}, \angle ADN = \angle NCO = 90^\circ$$

이므로

$$\triangle ADN \equiv \triangle NCO \text{ (SAS 합동)} \quad \dots\dots ①$$

즉, $\angle DAN = \angle CNO$ 이다.

$\angle DAN = \bullet$, $\angle AND = \blacktriangle$ 로 놓으면 삼각형 ADN의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\bullet + \blacktriangle + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \bullet + \blacktriangle = 90^\circ$$

이때 $\angle ANO = 180^\circ - (\bullet + \blacktriangle) = 90^\circ$ 이고,

$\overline{NA} = \overline{NO}$ ($\because$ ①)이므로 삼각형 ANO는 직각이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle NAO = \angle NOA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

이때 $\overline{AO} \parallel \overline{MC}$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle APM &= \angle NAO \quad (\because \text{엇각}) \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

답 45°

05 해결단계

(1)	① 단계	조건 (가)를 만족시키기 위해 작도해야 하는 선을 구한다.
	② 단계	조건 (나)를 만족시키기 위해 작도해야 하는 선을 구한다.
(2)	③ 단계	점 P에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고 점 P가 AB의 수직이등분선 위에 있음을 보인다.
	④ 단계	점 P에서 두 변 BC, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하고 점 P가 ∠C의 이등분선 위에 있음을 보인다.

(1) 조건 (가)에서 점 P가 두 꼭짓점 A,

B에서 같은 거리에 있으려면 점 P는 선분 AB의 수직이등분선 위에 있어야 한다.

또한, 조건 (나)에서 점 P가 두 변

BC, CD에서 같은 거리에 있으려면 점 P는 ∠C의 이등분선 위에 있어야 한다.

따라서 작도해야 할 것은 ㄱ, ㄷ이고, 점 P는 ㄱ, ㄷ의 교점이다.

(2) 조건을 만족시키는 점 P를 사각형

ABCD의 내부에 놓으면 점 P는 두 꼭짓점 A, B에서 같은 거리에 있으므로 $\triangle APB$ 는 항상 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA$$

점 P에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\angle APH = 90^\circ - \angle PAH = 90^\circ - \angle PBH = \angle BPH$$

즉, $\triangle APH$ 와 $\triangle BPH$ 에서

$$\overline{AP} = \overline{BP}, \angle PAH = \angle PBH, \angle APH = \angle BPH$$

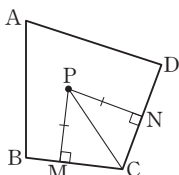
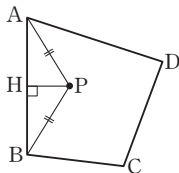
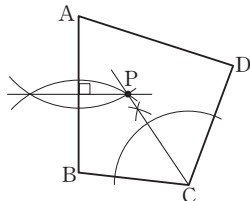
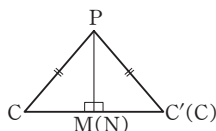
$$\therefore \triangle APH \equiv \triangle BPH \quad (\text{ASA 합동})$$

따라서 $\overline{AH} = \overline{BH}$ 이므로 점 P는 선분 AB의 수직이등분선 위에 있다.

한편, 점 P가 두 변 BC, CD에서 같은 거리에 있으므로 점 P에서 두 변 BC, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$$\overline{PM} = \overline{PN}$$

$\triangle PMC$ 와 $\triangle PNC$ 에서 두 변 PM과 PN을 이어 붙이면 다음 그림과 같다.



이때 $\angle PMC = \angle PNC' = 90^\circ$ 이므로 세 점 C, M(N), C'이 한 직선 위에 있고 삼각형 PCC'은 $\overline{PC} = \overline{PC'}$ 인 이등변삼각형이다.

즉, $\angle PCM = \angle PC'N$ 이므로 점 P는 ∠C의 이등분선 위에 있다.

답 (1) ㄱ, ㄷ (2) 풀이 참조

06 해결단계

① 단계	점은 삼각형이 합동임을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾는다.
② 단계	$\triangle BEF \equiv \triangle HGD$ 임을 설명한다.
③ 단계	사각형 ABCD의 넓이를 이용하여 사각형 DEFG의 넓이를 구한다.

$$\triangle AED \equiv \triangle FED \text{이므로}$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{FD}$$

$$\triangle CFG \equiv \triangle HFG \text{이므로}$$

$$\overline{CF} = \overline{HF}$$

한편, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DFC = \angle ADF \quad (\because \text{엇각}) \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$\triangle BEF$ 와 $\triangle HGD$ 에서

$$\overline{BF} = \overline{BC} - \overline{CF} = \overline{FD} - \overline{HF} = \overline{HD},$$

$$\angle EBF = \angle GHD = 90^\circ,$$

$$\angle EFB = 180^\circ - (90^\circ + \angle DFC)$$

$$= 90^\circ - \angle DFC$$

$$= 90^\circ - \angle ADF \quad (\because \text{㉠})$$

$$= \angle GDH$$

$$\therefore \triangle BEF \equiv \triangle HGD \quad (\text{ASA 합동})$$

이때 사각형 ABCD의 넓이는

$$\triangle AED + \triangle FED + \triangle CFG + \triangle HFG + \triangle BEF + \triangle HGD$$

$$= 2\triangle FED + 2\triangle HFG + 2\triangle HGD$$

$$= 2(\triangle FED + \triangle HFG + \triangle HGD)$$

$$\therefore (\text{사각형 DEFG의 넓이}) = \triangle FED + \triangle HFG + \triangle HGD$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{사각형 ABCD의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

답 6

07 해결단계

① 단계	삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 c의 값을 구한다.
② 단계	① 단계에서 구한 c의 값에 대하여 가능한 a와 b의 값을 각각 구한다.
③ 단계	조건을 만족시키는 삼각형의 개수를 구한다.

a, b, c가 삼각형의 세 변의 길이이고, 조건 (가)에서 c가 가장 긴 변의 길이이므로

$$c < a + b \quad \dots\dots \text{㉠}$$

조건 (나)에서

$$a+b=14-c \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

㉠, ㉡에서 $c < 14-c$ 이므로 가능한 자연수 c 의 값은

1, 2, 3, 4, 5, 6

(i) $c=1, 2, 3, 4$ 일 때

㉡에 의하여 $a+b=13, 12, 11, 10$

그런데 이 경우 조건 (가)를 만족시키는 자연수 a, b 의 값은 존재하지 않는다.

(ii) $c=5$ 일 때

㉡에 의하여 $a+b=9$

이때 조건 (가)를 만족시키는 자연수 a, b 의 값은

$$a=4, b=5$$

(iii) $c=6$ 일 때

㉡에 의하여 $a+b=8$

이때 조건 (가)를 만족시키는 자연수 a, b 의 값은

$$a=2, b=6 \text{ 또는 } a=3, b=5 \text{ 또는 } a=4, b=4$$

(i), (ii), (iii)에서 a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형의 변의 길이의 순서쌍은 (4, 5, 5), (2, 6, 6), (3, 5, 6), (4, 4, 6)이다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는 4이다.

답 4

08 해결단계

① 단계	적당한 연장선을 그려 $\triangle QMB$ 와 합동인 삼각형을 찾는다.
② 단계	이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle MQB$ 의 크기를 구한다.
③ 단계	$\angle PMA$ 의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A 를 지나면서 $\overline{QB}$ 에 평행한 직선을 긋고, $\overline{PM}$ 의 연장선과의 교점을 R 이라 하자.

$\triangle QMB$ 와 $\triangle RMA$ 에서

$$\overline{MB} = \overline{MA},$$

$$\overline{QB} \parallel \overline{AR} \text{이므로}$$

$$\angle MBQ = \angle MAR \quad (\because \text{엇각}),$$

$$\angle QMB = \angle RMA \quad (\because \text{맞꼭지각})$$

$$\therefore \triangle QMB \cong \triangle RMA \quad (\text{ASA 합동})$$

$$\text{즉, } \overline{BQ} = \overline{AR}, \angle MQB = \angle MRA$$

$$\text{이때 } \overline{AP} = \overline{BQ} \text{이므로 } \overline{AR} = \overline{AP}$$

즉, $\triangle PAR$ 은 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle MQB = \angle MRA = \angle APM = 40^\circ$$

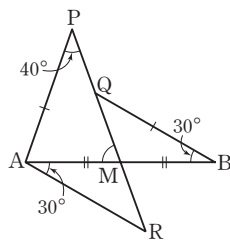
따라서 $\triangle QMB$ 에서

$$\angle QMB = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$$

이므로

$$\angle PMA = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

답 70°



대단원평가

pp.042~043

01 ④

02 44

03 5

04 ①

05 30

06 ④

07 8

08 ㄱ, ㄴ, ㄷ

09 27

10 24

11 6, 18, 21

12 (1) 30° (2) 135°

01

ㄱ. 선분 CD 의 길이는

$$\overline{CD} = \overline{CB} - \overline{DB} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$$

선분 AC 의 길이는

$$\overline{AC} = \overline{AD} - \overline{CD} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$$

즉, $\overline{AC} \neq \overline{CD}$ 이므로 점 C 는 선분 AD 의 중점이 아니다.

ㄴ. $\overline{CD} = \overline{DB} = 3\text{cm}$ 이고, 직선 n 과 직선 AB 가 직교하므로

직선 n 은 선분 CB 의 수직이등분선이다.

ㄷ. 점 A 와 직선 m 사이의 거리는 $\overline{AC}$ 의 길이와 같으므로

2cm이다.

ㄹ. 두 직선 m, n 과 직선 AB 가 만나서 생기는 동위각의 크기가

90° 로 같으므로 두 직선 m, n 은 평행하다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ④

02

십각형에서 평행한 두 변을 연장한 직선을 각각 l, m 이라 하고 나머지 변을 연장한 직선을 각각 $n_1, n_2, n_3, \dots, n_8$ 이라 하자.

두 직선 l, m 을 먼저 그리면 두 직선은 만나지 않으므로 교점이 0개,

직선 n_1 을 추가하여 그리면 교점이 2개,

직선 n_2 를 추가하여 그리면 교점이 3개,

직선 n_3 을 추가하여 그리면 교점이 4개,

$\vdots$

직선 n_8 을 추가하여 그리면 교점이 9개

늘어나므로 구하는 교점의 개수는

$$2+3+4+5+6+7+8+9=44$$

답 44

03

세 직선 m, n, o 중 두 직선으로 정해지는 평면은 평면 P 의 1개 뿐이다.

직선 k 와 두 직선 l, m 은 각각 꼬인 위치에 있으므로 두 직선 k, l , 두 직선 k, m 으로는 평면이 정해지지 않는다.

직선 k 와 평행한 직선을 하나 더 택하여 평면을 하나로 정할 수 있으므로 직선 k 와 직선 n 으로 정해지는 평면과 직선 k 와 직선 o 로 정해지는 평면의 2개이다.

또한, 직선 l 과 직선 o 는 꼬인 위치에 있으므로 평면이 정해지지 않는다.

직선 l 과 한 점에서 만나는 직선을 하나 더 택하여 평면을 하나로 정할 수 있으므로 직선 l 과 직선 m 으로 정해지는 평면과 직선 l 과 직선 n 으로 정해지는 평면의 2개이다.

따라서 구하는 평면의 개수는

$$1+2+2=5$$

답 5

04

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같다.

① 직선 DE 는 직선 AB 와 꼬인 위치에 있고, 직선 GN 과 평행하다.

② 직선 EF 는 직선 AB , 직선 GN 과 동시에 꼬인 위치에 있다.

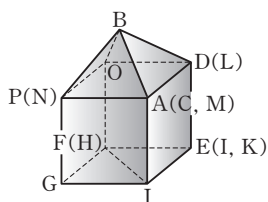
③ 직선 GJ 는 직선 AB 와 꼬인 위치에 있고, 직선 GN 과 한 점에서 만난다.

④ 직선 OF 는 직선 AB 와 한 점에서 만나고, 직선 GN 과 평행하다.

⑤ 직선 LM 은 직선 AB 와 한 점에서 만나고, 직선 GN 과 꼬인 위치에 있다.

따라서 구하는 직선은 ①이다.

답 ①



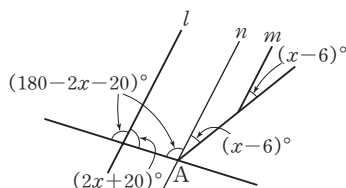
BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

두 모서리 OF 와 AB 는 평면 $ABOFJ$ 위에 있으므로 두 모서리를 연장한 두 직선 OF 와 AB 는 한 점에서 만난다.

05

다음 그림과 같이 점 A 를 정하고 점 A 를 지나면서 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 그어 보자.



$l \parallel n, n \parallel m$ 을 이용하여 크기가 같은 각을 표시하면 그림과 같으므로

$$(180-2x-20)^\circ + (x-6)^\circ = (4x+4)^\circ$$

$$154-x=4x+4, 5x=150$$

$$\therefore x=30$$

답 30

06

삼각형 ③에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로 나머지 한 각의 크기는

$$180^\circ - (88^\circ + 34^\circ) = 58^\circ$$

삼각형 ③과 ①은 SAS 합동,

삼각형 ③과 ②는 ASA 합동,

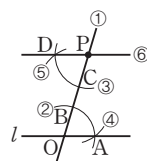
삼각형 ③과 ⑤는 ASA 합동이다.

따라서 나머지 넷과 합동이 아닌 삼각형은 ④이다.

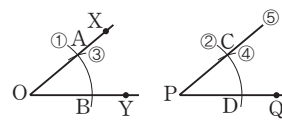
답 ④

07

엇각을 이용하여 한 직선과 평행한 직선을 작도하면 [그림 1]과 같고, 한 각과 크기가 같은 각을 작도하면 [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]에서 컴퍼스는 ②, ③, ④, ⑤에서 사용하므로 $a=4$

[그림 2]에서 컴퍼스는 ①, ②, ③, ④에서 사용하므로 $b=4$

$$\therefore a+b=4+4=8$$

답 8

08

㉠. $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{DB}, \overline{BC} = \overline{BE}, \\ \angle ABC &= 60^\circ - \angle EBA \\ &= \angle DBE \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DBE \text{ (SAS 합동)}$$

또한, $\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{FC}, \overline{BC} = \overline{EC}, \\ \angle ACB &= 60^\circ - \angle ECA \\ &= \angle FCE \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle FEC \text{ (SAS 합동)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 와 합동인 삼각형은 $\triangle DBE, \triangle FEC$ 의 2개이다.

㉡. $\triangle DBE \equiv \triangle FEC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{EF}$ 이고

정삼각형 ADB 에서 $\overline{BD} = \overline{AD}$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{EF}$$

㉢. $\triangle DBE \equiv \triangle FEC$ 에서 $\angle BDE = \angle FEC$ 이고

정삼각형 ADB, ACF 에서 $\angle BDA = \angle AFC = 60^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned}
 \angle ADE &= \angle BDE - \angle BDA \\
 &= \angle BDE - 60^\circ \\
 &= \angle EFC - 60^\circ \\
 &= \angle EFC - \angle AFC \\
 &= \angle AFE
 \end{aligned}$$

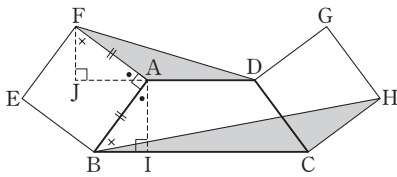
즉, $\angle ADE = \angle AFE$

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

09

다음 그림과 같이 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 I라 하고, 점 F에서 변 AD를 연장한 직선에 내린 수선의 발을 J라 하면



$\angle FAB = \angle IAJ = 90^\circ$ 이므로 $\angle FAJ = \angle BAI$

또한, $\angle FJA = \angle BIA = 90^\circ$ 이므로

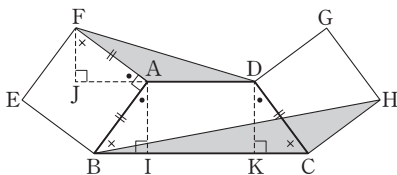
$$\begin{aligned}
 \angle AFJ &= 90^\circ - \angle FAJ \\
 &= 90^\circ - \angle BAI = \angle ABI
 \end{aligned}$$

즉, $\triangle AFJ$ 와 $\triangle ABI$ 에서

$\angle FAJ = \angle BAI$, $\angle AFJ = \angle ABI$, $\overline{AF} = \overline{AB}$

$\therefore \triangle AFJ \cong \triangle ABI$ (ASA 합동)

또한, 다음 그림과 같이 점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 K라 하면



$\angle ABI = \angle DCK$, $\angle AIB = \angle DKC = 90^\circ$ 이므로

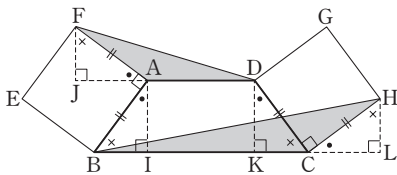
$$\begin{aligned}
 \angle BAI &= 90^\circ - \angle ABI \\
 &= 90^\circ - \angle DCK = \angle CDK
 \end{aligned}$$

즉, $\triangle ABI$ 와 $\triangle DCK$ 에서

$\angle ABI = \angle DCK$, $\angle BAI = \angle CDK$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle ABI \cong \triangle DCK$ (ASA 합동)

한편, 다음 그림과 같이 점 H에서 변 BC를 연장한 직선에 내린 수선의 발을 L이라 하면



$\angle DCK + 90^\circ + \angle HCL = 180^\circ$ 에서

$$\angle DCK + \angle HCL = 90^\circ$$

$\angle DCK + \angle CDK = 90^\circ$, $\angle CHL + \angle HCL = 90^\circ$ 이므로

$\angle DCK = \angle CHL$, $\angle CDK = \angle HCL$

즉, $\triangle DCK$ 와 $\triangle CHL$ 에서

$\angle DCK = \angle CHL$, $\angle CDK = \angle HCL$, $\overline{CD} = \overline{HC}$

$\therefore \triangle DCK \cong \triangle CHL$ (ASA 합동)

이때 $\overline{BC} = \overline{BI} + \overline{IK} + \overline{KC}$ 이고 $\overline{BI} = \overline{KC}$, $\overline{IK} = \overline{AD} = 6$ 이므로

$$12 = \overline{BI} + 6 + \overline{BI} \quad \therefore \overline{BI} = 3$$

$\overline{FJ} = \overline{BI} = 3$ 이므로 삼각형 ADF의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{FJ} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$$

$\overline{HL} = \overline{CK} = 3$ 이므로 삼각형 BCH의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{HL} = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$$

따라서 구하는 두 삼각형 ADF와 BCH의 넓이의 합은

$$9 + 18 = 27$$

답 27

10

오른쪽 그림과 같이

$\angle D''FH = a^\circ$ 라 하면

$\angle D''FD = \angle D''FH = a^\circ$

($\because$ 접은 각)

$\angle HGD'' = \angle HGI = 20^\circ$

($\because$ 접은 각)

$\angle GD''H = 90^\circ$ 이고 삼각형 $GD''H$ 의 세 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle D''HG = 180^\circ - (20^\circ + 90^\circ) = 70^\circ$$

$\therefore \angle GHD' = \angle GHD'' = 70^\circ$ ($\because$ 접은 각)

두 직선 AB와 DC가 평행하므로 엇각의 성질에 의하여

$\angle D''EG = \angle D''FD = a^\circ$

$24^\circ + 90^\circ + \angle FD''H = 180^\circ$ 이므로 $\angle FD''H = 66^\circ$

$70^\circ + 70^\circ + \angle D''HF = 180^\circ$ 이므로 $\angle D''HF = 40^\circ$

삼각형 $D''FH$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$a^\circ + 66^\circ + 40^\circ = 180^\circ \quad \therefore a = 74$$

(가)

한편, $\angle D''EA = \angle D''EA' = y^\circ$ ($\because$ 접은 각)이고,

$a^\circ + y^\circ = 180^\circ$ 이므로 $y = 106$

삼각형 $D''EG$ 의 세 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$a^\circ + x^\circ + 24^\circ = 180^\circ \quad \therefore x = 82$$

(나)

$$\therefore y - x = 106 - 82 = 24$$

(다)

답 24

단계	채점 기준	배점
(가)	$\angle D''FH = a^\circ$ 로 놓고, a 의 값을 구한 경우	60%
(나)	x, y 의 값을 각각 구한 경우	30%
(다)	$y - x$ 의 값을 구한 경우	10%

• 다른 풀이 •

오른쪽 그림과 같이

$\angle D''FH = a^\circ$ 라 하면

$\angle D''FD = \angle D''FH = a^\circ$

($\because$ 접은 각)

$\angle D''GH = \angle HGI = 20^\circ$

($\because$ 접은 각)

$\angle GD''H = 90^\circ$ 이고 삼각형 $GD''H$ 의 세 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$\angle D''HG = 180^\circ - (20^\circ + 90^\circ) = 70^\circ$

$\therefore \angle GHD' = \angle GHD'' = 70^\circ$ ($\because$ 접은 각)

$24^\circ + 90^\circ + \angle FD''H = 180^\circ$ 이므로 $\angle FD''H = 66^\circ$

$70^\circ + 70^\circ + \angle D''HF = 180^\circ$ 이므로 $\angle D''HF = 40^\circ$

삼각형 $D''FH$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$a^\circ + 66^\circ + 40^\circ = 180^\circ \quad \therefore a = 74$

점 D, F, C가 한 직선 위에 있으므로

$\angle JFC = 180^\circ - (a^\circ + a^\circ) = 180^\circ - (74^\circ + 74^\circ) = 32^\circ$

삼각형 JCF의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$\angle FJC = 90^\circ - \angle JFC = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$

맞꼭지각과 삼각형의 세 내각의 크기의 합을 계속해서 이용하면

$\bullet = 32^\circ, \blacktriangle = 58^\circ$

점 A', G, D'이 한 직선 위에 있으므로

$x^\circ = 180^\circ - (58^\circ + 20^\circ + 20^\circ) = 82^\circ$

또한, 삼각형 $D''EG$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$y^\circ - \bullet = 180^\circ - (24^\circ + x^\circ)$

$= 180^\circ - (24^\circ + 82^\circ) = 74^\circ$

$\therefore y^\circ = 74^\circ + \bullet = 74^\circ + 32^\circ = 106^\circ$

$\therefore y - x = 106 - 82 = 24$

11

삼각형 ABC의 세 변의 길이를 a, b, c 라 하자.

조건 (가)에서 삼각형 ABC의 세 변의 길이가 서로 다르므로 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a < b < c$ 로 놓자.

또한, 조건 (나)에서

$a + b + c = 45$

조건 (다)에서 길이가 가장 긴 변인 c 를 제외한 나머지 두 변의 길이의 차가 12이므로

$b = a + 12$

조건 (나), (다)에 의하여

$a + (a + 12) + c = 45, 2a + c + 12 = 45$

$\therefore c = 33 - 2a$

한편, 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으므로

$c < a + b$

$b = a + 12, c = 33 - 2a$ 이고 a, b, c 는 자연수이므로

$a = 1$ 일 때, $b = 13, c = 31$

$a = 2$ 일 때, $b = 14, c = 29$

$a = 3$ 일 때, $b = 15, c = 27$

$a = 4$ 일 때, $b = 16, c = 25$

$a = 5$ 일 때, $b = 17, c = 23$

$a = 6$ 일 때, $b = 18, c = 21$

$a = 7$ 일 때, $b = 19, c = 19$

$a = 8$ 일 때, $b = 20, c = 17$

$\vdots$

즉, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때는 $c < a + b$ 를 만족시키지 않고, $a = 7, 8, \dots$ 일 때는 $a < b < c$ 를 만족시키지 않는다.

$\therefore a = 6, b = 18, c = 21$

따라서 삼각형 ABC의 세 변의 길이는 6, 18, 21이다.

(다) 답 6, 18, 21

단계	채점 기준	배점
(가)	삼각형 ABC의 세 변의 길이를 a, b, c ($a < b < c$)로 놓고, 세 변의 길이를 a 를 사용하여 나타낸 경우	40%
(나)	$c < a + b$ 를 만족시켜야 함을 설명한 경우	20%
(다)	삼각형 ABC의 세 변의 길이를 구한 경우	40%

12

(1) $\angle c = 2\angle a$ 이고, $2\angle b = 3\angle a$ 에서 $\angle b = \frac{3}{2}\angle a$

주어진 그림에서 모든 각에 대하여 작은 쪽의 각의 크기의 합은

$\angle A_1OA_2 + \angle A_2OA_3 + \angle A_3OA_4 + \angle A_1OA_3 + \angle A_2OA_4$
 $+ \angle A_1OA_4$

$= \angle a + \angle b + \angle c + (\angle a + \angle b) + (\angle b + \angle c)$

$+ (\angle a + \angle b + \angle c)$

$= 3\angle a + 4\angle b + 3\angle c$

$= 3\angle a + 4 \times \frac{3}{2}\angle a + 3 \times 2\angle a$

$= 3\angle a + 6\angle a + 6\angle a$

$= 15\angle a$

이때 그 합이 450° 이므로 $15\angle a = 450^\circ$

$\therefore \angle a = 30^\circ$

(2) $\angle b = \frac{3}{2} \times 30^\circ = 45^\circ, \angle c = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ 이므로

$\angle A_1OA_4 = \angle a + \angle b + \angle c$

$= 30^\circ + 45^\circ + 60^\circ$

$= 135^\circ$

(다) 답 (1) 30° (2) 135°

단계	채점 기준	배점
(1)	(가) 모든 각의 크기의 합을 $\angle a$ 를 사용하여 나타낸 경우	40%
	(나) $\angle a$ 의 크기를 구한 경우	30%
(2)	(다) $\angle A_1OA_4$ 의 크기를 구한 경우	30%

II

평면도형

04. 다각형

STEP	1	시험에 꼭 나오는 문제	pp.047~048
01 ②	02 ⑤	03 ②	04 ①
06 ④	07 ⑤	08 ②	09 ②
11 ④	12 44°		10 73°

01

다각형은 세 개 이상의 선분으로만 둘러싸인 평면도형이므로
ㄱ. 정사각형, ㄴ. 마름모, ㄷ. 팔각형, ㄹ. 사다리꼴
의 4개이다.

답 ②

02

- ① 정다각형의 종류는 무수히 많다.
 - ② 정다각형은 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형이다.
 - ③ 다각형의 한 꼭짓점에서의 외각은 2개이다.
 - ④ 정육각형의 한 내각의 크기는 120° 이고, 이것은 한 외각의 크기인 60° 보다 크다.
- 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

03

주어진 다각형을 n 각형이라 하면

$$n-3=9 \quad \therefore n=12$$

따라서 주어진 다각형은 십이각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{12 \times (12-3)}{2} = 54$$

답 ②

04

주어진 다각형을 n 각형이라 하면

$$\frac{n(n-3)}{2} = 44, \quad n(n-3) = 88 = 11 \times 8$$

$$\therefore n=11$$

따라서 주어진 다각형은 십일각형이므로 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는

$$11-2=9$$

답 ①

05

오른쪽 그림의 삼각형 ABD에서
 $\angle ADC$ 는 $\angle ADB$ 의 외각이므로

$$\angle ADC = 35^\circ + 45^\circ = 80^\circ$$

삼각형 ADC는 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각

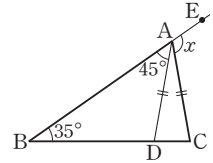
형이므로

$$\angle ACD = \angle ADC = 80^\circ$$

삼각형 ABC에서 $\angle EAC$ 는 $\angle BAC$ 의 외각이므로

$$\angle x = 35^\circ + 80^\circ = 115^\circ$$

답 115°



• 다른 풀이 •

삼각형 ABD에서 $\angle ADC$ 는 $\angle ADB$ 의 외각이므로

$$\angle ADC = 35^\circ + 45^\circ = 80^\circ$$

삼각형 ADC는 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = \angle ADC = 80^\circ$$

이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

삼각형 ADC에서

$$\angle CAD = 180^\circ - 2 \times 80^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - (45^\circ + 20^\circ) = 115^\circ$$

06

삼각형 ABC에서 내각과 외각 사이의 관계에 의하여

$$\angle B + \angle C = 100^\circ \text{이므로}$$

$$\angle IBC + \angle ICB = \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C$$

$$= \frac{1}{2} (\angle B + \angle C) = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

따라서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

삼각형 IBC에서

$$\angle x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

답 ④

07

삼각형 CBD에서

$$\angle CBD + \angle BCD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

한편,

$$\angle ABC + \angle CBE = \angle ABC + 2\angle CBD = 180^\circ,$$

$$\angle ACB + \angle BCF = \angle ACB + 2\angle BCD = 180^\circ$$

이므로

$$\angle ABC + \angle CBE + \angle ACB + \angle BCF = 360^\circ$$

에서

$$\begin{aligned}\angle ABC + 2\angle CBD + \angle ACB + 2\angle BCD &= 360^\circ \\ \angle ABC + \angle ACB + 2(\angle CBD + \angle BCD) &= 360^\circ \\ \angle ABC + \angle ACB + 2 \times 130^\circ &= 360^\circ \\ \therefore \angle ABC + \angle ACB &= 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ \\ \text{따라서 삼각형 ABC에서} \\ \angle x &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ\end{aligned}$$

답 ⑤

08

주어진 다각형을 n 각형이라 하면 n 각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$ 이고, 외각의 크기의 합은 360° 이므로

$$180^\circ \times (n-2) + 360^\circ = 1620^\circ$$

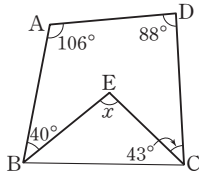
$$180^\circ \times n = 1620^\circ \quad \therefore n = 9$$

따라서 주어진 다각형은 구각형이므로 변의 개수는 9이다.

답 ②

09

다음 그림과 같이 각 꼭짓점 A, B, C, D, E를 정하고 $\overline{BC}$ 를 그으면 사각형 ABCD가 만들어진다.



사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은

$$106^\circ + (40^\circ + \angle EBC) + (\angle ECB + 43^\circ) + 88^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle EBC + \angle ECB = 360^\circ - 277^\circ = 83^\circ$$

따라서 삼각형 EBC에서

$$\begin{aligned}\angle x &= 180^\circ - (\angle EBC + \angle ECB) \\ &= 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ\end{aligned}$$

답 ②

10

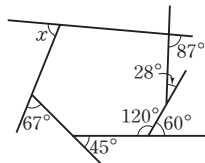
n 각형의 외각의 크기의 합은 360° 이므로

오른쪽 그림에서

$$\angle x + 67^\circ + 45^\circ + 60^\circ + 28^\circ + 87^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x = 360^\circ - 287^\circ = 73^\circ$$

답 73°



11

정십이각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (12-2)}{12} = 150^\circ \quad \therefore a = 150$$

정십각형의 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \quad \therefore b = 36$$

$$\therefore a + b = 150 + 36 = 186$$

답 ④

12

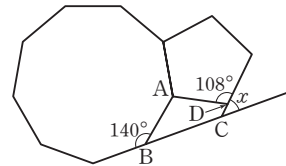
정구각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (9-2)}{9} = 140^\circ$ 이고, 한 외

각의 크기는 $\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$ 이다.

또한, 정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$ 이고,

한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ 이다.

다음 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를 정하자.



위의 그림에서

$$\angle BAD = 360^\circ - (140^\circ + 108^\circ) = 112^\circ,$$

$$\angle ABC = 40^\circ, \angle ADC = 72^\circ$$

이때 사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (4-2) = 360^\circ \text{이므로}$$

$$112^\circ + 40^\circ + 72^\circ + \angle BCD = 360^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 360^\circ - 224^\circ = 136^\circ$$

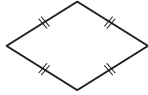
$$\therefore \angle x = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$$

답 44°

STEP	2	A등급을 위한 문제		pp.049~055
01 ③	02 ④	03 8	04 119	05 20
06 12	07 67	08 ⑤	09 ④	10 160
11 ①	12 144°	13 158°	14 ③	15 ③
16 ⑤	17 ⑤	18 59°	19 99°	20 ④
21 36°	22 ①	23 65	24 75	25 1980°
26 ④	27 180°	28 ⑤	29 274°	30 ②
31 225	32 ③	33 ①	34 30	35 7
36 ①	37 10	38 ①	39 252°	40 ①
41 ③	42 ③			

01

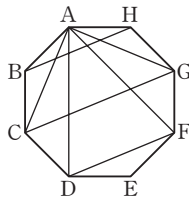
- ㄱ. 한 정다각형의 내각의 크기는 모두 같으므로 외각의 크기도 모두 같다.
- ㄴ. 다각형의 한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 180° 로 일정하므로 내각의 크기가 클수록 그 꼭짓점에서의 외각의 크기는 작다.
- ㄷ. 다각형의 한 꼭짓점에서의 외각은 2개이고, 맞꼭지각으로 그 크기는 서로 같다.
- ㄹ. 오른쪽 그림의 마름모는 꼭짓점이 4개이고, 각 변의 길이가 모두 같지만 내각의 크기가 모두 같지 않으므로 정사각형이 아니다.
- 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.



답 ③

02

- 오른쪽 그림과 같은 정팔각형에서 꼭지각이 $\angle A$ 인 이등변삼각형은 $\triangle ABH$, $\triangle ACG$, $\triangle ADF$ 의 3개이다.
- 마찬가지로 꼭지각이 $\angle B$, $\angle C$, ..., $\angle H$ 인 이등변삼각형은 3개씩 존재하고 이들 중 어느 것도 중복되지 않으므로 구하는 이등변삼각형의 개수는 $8 \times 3 = 24$



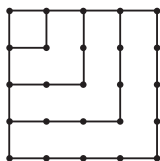
답 ④

03

25개의 점 중에서 4개의 점으로 만들 수 있는 크기가 다른 정사각형은 다음과 같이 찾을 수 있다.

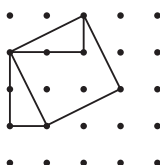
- (i) 각 변이 수평 또는 수직인 경우

한 점을 꼭짓점으로 공유하고 크기가 다른 정사각형을 만들면 다음 그림과 같이 4개이다.

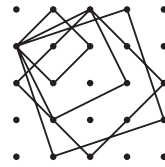


- (ii) 각 변이 기울어져 있는 경우

다음 그림과 같이 기울어진 변을 가장 긴 변으로 하는 직각삼각형을 만들면 서로 합동이므로 기울어진 변을 한 변으로 하는 정사각형을 만들 수 있다.



따라서 위와 같은 방법으로 크기가 다른 정사각형을 만들면 다음 그림과 같이 4개이다.



(i), (ii)에서 구하는 정사각형의 개수는

$$4 + 4 = 8$$

답 8

04

주어진 다각형을 n 각형이라 하면 이 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$ 이다.

한편, 칠각형의 대각선의 개수는 $\frac{7 \times (7-3)}{2} = 14$ 이므로

$$n-3=14 \quad \therefore n=17$$

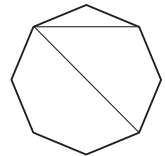
따라서 주어진 다각형은 십칠각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{17 \times (17-3)}{2} = 119$$

답 119

05

주어진 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 2개 그었을 때, 삼각형, 사각형, 오각형의 세 부분으로 나누어졌으므로 주어진 다각형은 오른쪽 그림과 같은 팔각형이다.



따라서 팔각형의 대각선의 개수는

$$\frac{8 \times (8-3)}{2} = 20$$

답 20

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

n 각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그어 두 다각형으로 분리하면 그은 대각선이 나누어진 두 다각형의 변이 되기 때문에 두 다각형의 총 변의 개수는 $n+2$ 이다. 즉, 문제에서 n 각형의 한 꼭짓점에서 2개의 대각선을 그어 삼각형, 사각형, 오각형으로 나누었으므로 세 다각형의 변의 총 개수는

$$n+2+2=3+4+5 \quad \therefore n=8$$

따라서 주어진 다각형은 팔각형이다.

06

주어진 다각형을 n 각형이라 하면 이 다각형의 대각선의 개수는

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

즉, $\frac{n(n-3)}{2} > 50$ 이어야 한다. 이때

$$n=11 \text{ 이면 } \frac{11 \times 8}{2} = 44 < 50,$$

$$n=12 \text{ 이면 } \frac{12 \times 9}{2} = 54 > 50$$

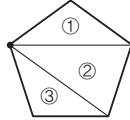
이므로 $n=12$ 이다.

따라서 주어진 다각형은 십이각형이므로 십이각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 12이다.

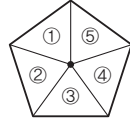
답 12

BLACKLABEL 특강 참고

- (1) n 각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $n-2$ 이다.
 (2) n 각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 n 이다. 즉, n 각형의 변의 개수와 같다.
 예 (1) 오각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $5-2=3$ 이다.



- (2) 오각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 5이다.



07

n 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $\boxed{n-3}$ 이므로 n 개의 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 모두 더하면 $\boxed{\frac{n(n-3)}{2}}$ 이다.

그런데 이 개수는 한 대각선을 $\boxed{2}$ 번씩 셸 것이므로 n 각형의 대각선의 개수는 $\boxed{\frac{n(n-3)}{2}}$ 이다.

따라서 $f(n)=n-3$, $g(n)=n(n-3)$, $h(n)=\frac{n(n-3)}{2}$ 이고,

$k=2$ 이므로

$$\begin{aligned} f(k) + 2g(k^2) + 3h(k^3) \\ = f(2) + 2g(4) + 3h(8) \\ = (2-3) + 2 \times 4 \times (4-3) + 3 \times \frac{8 \times (8-3)}{2} \\ = -1 + 8 + 60 = 67 \end{aligned}$$

답 67

08

주어진 다각형을 n 각형이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$, 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $n-2$ 이다.

$$\therefore a=n-3, b=n-2$$

이때 $a+b=15$ 이므로

$$(n-3) + (n-2) = 15$$

$$2n-5=15, 2n=20 \quad \therefore n=10$$

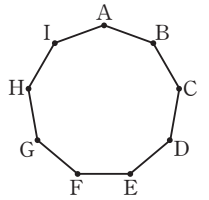
따라서 주어진 다각형은 십이각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{10 \times (10-3)}{2} = 35$$

답 ⑤

09

어느 세 도시도 일직선 위에 있지 않으므로 오른쪽 그림과 같이 이웃한 도시끼리 연결하면 구각형을 만들 수 있다.



이때 만들어야 하는 직선 도로의 개수는 구각형의 대각선의 개수와 변의 개수의 합과 같다.

$$\text{구각형의 대각선의 개수는 } \frac{9 \times (9-3)}{2} = 27$$

변의 개수는 9

따라서 만들어야 하는 직선 도로의 개수는

$$27 + 9 = 36$$

답 ④

10

20개의 점 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{20}$ 을 순서대로 연결하여 만든 다각형은 정이십각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{20 \times (20-3)}{2} = 170$$

이 대각선 중에서 길이가 20인 대각선은 $\overline{P_1P_{11}}, \overline{P_2P_{12}}, \overline{P_3P_{13}}, \dots, \overline{P_{10}P_{20}}$ 의 10개이고 이들은 대각선 중에서 가장 긴 대각선이다.

따라서 정이십각형의 대각선 중에서 길이가 20보다 짧은 대각선의 개수는

$$170 - 10 = 160$$

답 160

BLACKLABEL 특강 오답 피하기

한 원에서 원의 둘레 위의 두 점을 연결한 선분 중 그 길이가 가장 긴 것은 그 원의 지름이다.

즉, 정이십각형의 대각선의 길이는 원의 지름의 길이인 20과 같거나 20보다 짧으므로 길이가 20보다 짧은 대각선의 개수는 대각선의 총 개수에서 길이가 20인 대각선의 개수를 뺀 것과 같다.

11

삼각형 ADE에서 내각과 외각 사이의 관계에 의하여

$$\angle BED = 70^\circ + 35^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

삼각형 CEB에서 내각과 외각 사이의 관계에 의하여

$$\angle BED = \angle x + 45^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} = \textcircled{2}$ 이므로

$$70^\circ + 35^\circ = \angle x + 45^\circ$$

$$\therefore \angle x = 60^\circ$$

답 ①

12

삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $2:3:5$ 이므로 세 내각의 크기를 각각 $2k^\circ$, $3k^\circ$, $5k^\circ$ 라 하자.

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$2k^\circ + 3k^\circ + 5k^\circ = 180^\circ$$

$$10k^\circ = 180^\circ \quad \therefore k = 18$$

따라서 주어진 삼각형의 세 내각의 크기는 각각 36° , 54° , 90° 이고, 내각의 크기가 가장 작을 때 외각의 크기가 가장 크므로 구하는 외각의 크기는

$$180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

답 144°

13

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 의 교점을

G라 하자.

삼각형 ACF의 세 내각의 크기의 합은

180° 이므로

$$40^\circ + 37^\circ + \angle AFC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AFC = 180^\circ - 77^\circ = 103^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\therefore \angle DFG = 180^\circ - \angle AFC$$

$$= 180^\circ - 103^\circ = 77^\circ$$

삼각형 BGE에서 $\angle DGF$ 는 $\angle BGE$ 의 외각이므로

$$\angle DGF = \angle DBE + 48^\circ$$

이때 삼각형 DFG의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle ADB + \angle DGF + \angle DFG = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle ADB + (\angle DBE + 48^\circ) + 77^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ADB + \angle DBE = 180^\circ - 125^\circ$$

$$= 55^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$\angle ADB + \angle DBE + \angle AFC = 55^\circ + 103^\circ = 158^\circ$$

답 158°

• 다른 풀이 •

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ 의 교점을

H라 하자.

삼각형 ACF의 세 내각의 크기의 합은

180° 이므로

$$40^\circ + 37^\circ + \angle AFC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AFC = 180^\circ - 77^\circ = 103^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

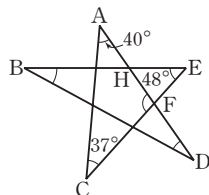
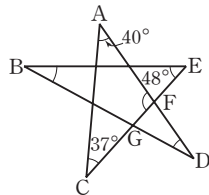
또한, 삼각형 EHF에서 $\angle AFC$ 는

$\angle EFH$ 의 외각이므로

$$\angle AFC = \angle EHF + \angle BEF$$

$$\therefore \angle EHF = \angle AFC - \angle BEF$$

$$= 103^\circ - 48^\circ = 55^\circ$$



이때 삼각형 HBD에서 $\angle EHF$ 는 $\angle BHD$ 의 외각이므로

$$\angle ADB + \angle DBE = \angle EHF$$

$$= 55^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$\angle ADB + \angle DBE + \angle AFC = 55^\circ + 103^\circ = 158^\circ$$

14

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의

합은 180° 이므로

$$\angle BAC + 48^\circ + 52^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

삼각형 BEA는 이등변삼각형이므로

$$\angle BEA = \angle BAE = 80^\circ$$

$$\therefore \angle CED = \angle BEA = 80^\circ (\because \text{맞꼭지각})$$

이때 삼각형 BEA의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle ABE + 80^\circ + 80^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABE = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

또한, 삼각형 CDE의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

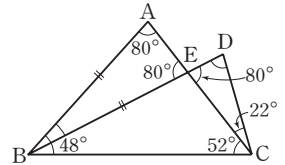
$$\angle CDE + 80^\circ + 22^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CDE = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BDC = \angle ABE + \angle CDE$$

$$= 20^\circ + 78^\circ = 98^\circ$$

답 ③



15

삼각형 A_1OB_1 은 $\overline{OA_1} = \overline{A_1B_1}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle A_1OB_1 = \angle A_1B_1O = \angle x$$

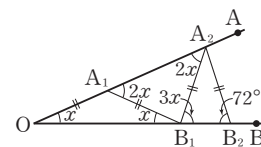
$$\therefore \angle B_1A_1A_2 = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

삼각형 $B_1A_2A_1$ 은 $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_1}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle B_1A_2A_1 = \angle B_1A_1A_2 = 2\angle x$$

이때 삼각형 A_2OB_1 에서

$$\angle A_2B_1B_2 = \angle x + 2\angle x = 3\angle x \quad \dots\dots \textcircled{1}$$



삼각형 $A_2B_1B_2$ 는 $\overline{A_2B_1} = \overline{A_2B_2}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle A_2B_2B_1 = \angle A_2B_1B_2 = 72^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$3\angle x = 72^\circ$$

$$\therefore \angle x = 24^\circ$$

답 ③

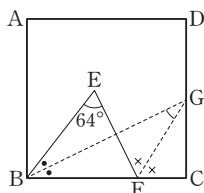
16

두 선분 BC와 BE가 겹쳐지도록 접었으므로

$$\angle EBG = \angle GBF = \frac{1}{2} \angle EBF \quad \dots\dots ㉠$$

두 선분 FC와 EF가 겹쳐지도록 접었으므로

$$\angle EFG = \angle GFC = \frac{1}{2} \angle EFC \quad \dots\dots ㉡$$



또한, 삼각형 EBF에서

$$\angle EBF + 64^\circ = \angle EFC$$

이므로 ㉠, ㉡에 의하여

$$2\angle GBF + 64^\circ = 2\angle GFC$$

$$\therefore \angle GFC - \angle GBF = 32^\circ$$

따라서 삼각형 GBF에서 $\angle GFC = \angle GBF + \angle BGF$ 이므로

$$\angle BGF = \angle GFC - \angle GBF = 32^\circ$$

답 ⑤

17

삼각형 BCE는 $\overline{BC} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle CEB = \angle CBE = 40^\circ$$

삼각형 BCE에서 $\angle ECF$ 는 $\angle BCE$ 의

외각이므로 오른쪽 그림에서

$$\angle ECF = \angle CBE + \angle CEB$$

$$= 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ECF = 80^\circ$$

삼각형 ACE의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle CAE + \angle ACE + \angle CEA = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle CAE + 80^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle CAE$$

$$= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad \dots\dots ㉠$$

한편, $\overline{AD}$ 는 $\angle CAE$ 의 이등분선이므로

$$\angle EAD = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle CAE = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

삼각형 ACD의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle DAC + \angle DCA + \angle ADC = 180^\circ \text{에서}$$

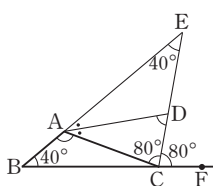
$$30^\circ + 80^\circ + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서

$$\angle BAC + \angle ADC = 120^\circ + 70^\circ = 190^\circ$$

답 ⑤



18

삼각형 BED는 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형

이고

삼각형 CFE는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형

이므로 오른쪽 그림과 같이

$$\angle BDE = \angle BED = \angle a,$$

$$\angle CEF = \angle CFE = \angle b \text{라 하면}$$

$$\angle DEF = 180^\circ - (\angle a + \angle b) \quad \dots\dots ㉠$$

한편, 삼각형 BED의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle DBE + \angle a + \angle a = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DBE = 180^\circ - 2\angle a$$

삼각형 CFE의 세 내각의 크기의 합도 180° 이므로

$$\angle ECF + \angle b + \angle b = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ECF = 180^\circ - 2\angle b$$

이때 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$62^\circ + (180^\circ - 2\angle a) + (180^\circ - 2\angle b) = 180^\circ$$

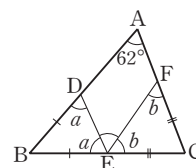
$$242^\circ = 2\angle a + 2\angle b \quad \therefore \angle a + \angle b = 121^\circ$$

㉠에서

$$\angle DEF = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$$

$$= 180^\circ - 121^\circ = 59^\circ$$

답 59°



19

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle ABC + \angle ACB + 81^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 99^\circ \quad \dots\dots ㉠$$

삼각형 QBC에서 $\angle PQR$ 은 $\angle BQC$ 의 외각이므로

$$\angle PQR = 2\angle RBC + \angle RCB \quad \dots\dots ㉡$$

삼각형 SBC에서 $\angle PSR$ 은 $\angle BSC$ 의 외각이므로

$$\angle PSR = \angle RBC + 2\angle RCB \quad \dots\dots ㉢$$

㉡, ㉢을 변끼리 더하면

$$\angle PQR + \angle PSR = 3\angle RBC + 3\angle RCB$$

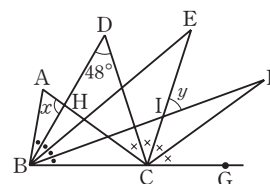
$$= \angle ABC + \angle ACB$$

$$= 99^\circ (\because ㉠)$$

답 99°

20

$\angle ABD = a^\circ$, $\angle ACD = b^\circ$ 라 하고 세 점 G, H, I를 다음 그림과 같이 정하자.



삼각형 BCD에서 $\angle DCG$ 는 $\angle BCD$ 의 외각이므로

$$3 \times a^\circ + 48^\circ = 3 \times b^\circ$$

$$a^\circ + 16^\circ = b^\circ$$

$$\therefore b^\circ - a^\circ = 16^\circ \quad \dots\dots \textcircled{㉑}$$

삼각형 HBC에서 $\angle x$ 는 $\angle BHC$ 의 외각이므로

$$\angle x = 3 \times a^\circ + (180^\circ - 4 \times b^\circ)$$

$$= 180^\circ + 3 \times a^\circ - 4 \times b^\circ \quad \dots\dots \textcircled{㉒}$$

삼각형 BCE에서 $\angle ECG$ 는 $\angle BCE$ 의 외각이므로

$$2 \times a^\circ + \angle BEC = 2 \times b^\circ$$

$$\therefore \angle BEC = 2 \times (b^\circ - a^\circ)$$

$$= 2 \times 16^\circ (\because \textcircled{㉑})$$

$$= 32^\circ$$

삼각형 EBI에서 $\angle y$ 는 $\angle BIE$ 의 외각이므로

$$\angle y = a^\circ + \angle BEC = a^\circ + 32^\circ \quad \dots\dots \textcircled{㉓}$$

따라서 ㉒, ㉓에 의하여

$$\angle x + \angle y = (180^\circ + 3 \times a^\circ - 4 \times b^\circ) + (a^\circ + 32^\circ)$$

$$= 212^\circ + 4 \times a^\circ - 4 \times b^\circ$$

$$= 212^\circ - 4 \times (b^\circ - a^\circ)$$

$$= 212^\circ - 4 \times 16^\circ (\because \textcircled{㉑})$$

$$= 212^\circ - 64^\circ = 148^\circ$$

답 ④

21 해결단계

① 단계	$\angle BED = \angle x$ 로 놓고 $\angle CED$ 의 크기를 $\angle x$ 로 나타낸다.
② 단계	$\angle AEB$ 의 크기를 $\angle x$ 로 나타낸다.
③ 단계	$\angle BED$ 의 크기를 구한다.

$\angle BED = \angle x$ 라 하면 삼각형 BDE에서 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로

$$\angle EBD = \angle BED = \angle x$$

삼각형 BDE에서 $\angle EDC$ 는 $\angle BDE$ 의 외각이므로

$$\angle EDC = \angle BED + \angle EBD = 2\angle x$$

또한, 삼각형 CED에서 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로

$$\angle DEC = \angle EDC = 2\angle x$$

삼각형 CED의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle CED + \angle CDE + \angle ECD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ECD = 180^\circ - (\angle CED + \angle CDE) = 180^\circ - 4\angle x$$

이때 삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로

$$\angle BAC = \angle ECD = 180^\circ - 4\angle x$$

삼각형 ABE의 세 내각의 크기의 합은 180° 이고

$$\overline{AB} = \overline{AE} \text{이므로}$$

$$\angle ABE = \angle AEB = \frac{1}{2}\{180^\circ - (180^\circ - 4\angle x)\} = 2\angle x$$

$$\angle AEB + \angle BED + \angle CED = 180^\circ \text{이므로}$$

$$2\angle x + \angle x + 2\angle x = 180^\circ, \quad 5\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$$

$$\therefore \angle BED = 36^\circ$$

답 36°

22

가장 작은 내각의 크기를 x° 라 하고 오각형의 모든 내각의 크기를 크기 순서대로 나열하면

$$x^\circ, x^\circ + 18^\circ, x^\circ + 36^\circ, x^\circ + 54^\circ, x^\circ + 72^\circ$$

오각형의 내각의 크기의 합은

$$x^\circ + (x^\circ + 18^\circ) + (x^\circ + 36^\circ) + (x^\circ + 54^\circ) + (x^\circ + 72^\circ)$$

$$= 180^\circ \times (5 - 2)$$

$$5x^\circ + 180^\circ = 540^\circ, \quad 5x^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 72^\circ$$

따라서 가장 작은 내각의 크기는 72° 이고, 가장 큰 내각의 크기는

$$72^\circ + 72^\circ = 144^\circ \text{이므로 가장 큰 내각의 크기는 가장 작은 내각의}$$

$$\text{크기의 } \frac{144^\circ}{72^\circ} = 2(\text{배}) \text{이다.}$$

답 ①

23

주어진 다각형을 n 각형이라 하면

$$1900^\circ < 180^\circ \times (n - 2) < 2000^\circ$$

이때 $180^\circ \times 10 = 1800^\circ$, $180^\circ \times 11 = 1980^\circ$, $180^\circ \times 12 = 2160^\circ$ 이므로

$$n - 2 = 11 \quad \therefore n = 13$$

따라서 주어진 다각형은 십삼각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{13 \times (13 - 3)}{2} = 65$$

답 65

24

세 다각형 A, B, C의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수의 비가 $1 : 3 : 4$ 이므로

$$(a - 3) : (b - 3) : (c - 3) = 1 : 3 : 4$$

이때 $a - 3 = k$, $b - 3 = 3k$, $c - 3 = 4k$ (k 는 자연수)로 놓으면

각 다각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각

$$a - 2 = k + 1(\text{개}), \quad b - 2 = 3k + 1(\text{개}), \quad c - 2 = 4k + 1(\text{개})$$

의 삼각형이 만들어진다.

세 다각형 A, B, C의 내각의 크기의 합을 모두 더하면 4860° 이

므로

$$180^\circ \times (a - 2) + 180^\circ \times (b - 2) + 180^\circ \times (c - 2) = 4860^\circ$$

$$180^\circ \times (k + 1) + 180^\circ \times (3k + 1) + 180^\circ \times (4k + 1) = 4860^\circ$$

$$(k + 1) + (3k + 1) + (4k + 1) = 27$$

$$8k = 24 \quad \therefore k = 3$$

$$\therefore a = k + 3 = 6$$

$$b = 3k + 3 = 12$$

$$c = 4k + 3 = 15$$

따라서

$$a + 2b + 3c = 6 + 2 \times 12 + 3 \times 15 \\ = 6 + 24 + 45 = 75$$

답 75

25

다섯 개의 다각형의 내각 중 중앙에 있는 오각형과 인접한 각은 모두 중앙에 있는 오각형의 외각이다.

오각형의 각 꼭짓점마다 두 개의 외각이 존재하므로 이들의 합은 오각형의 외각의 크기의 합의 2배, 즉 $2 \times 360^\circ = 720^\circ$ 이다.

따라서 구하는 각의 크기의 합은 5개의 다각형의 내각의 크기의 합에서 720° 를 빼면 되므로

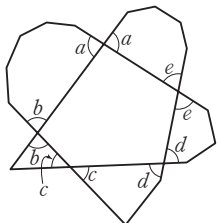
$$\{180^\circ \times (3-2) + 180^\circ \times (4-2) + 180^\circ \times (5-2) \\ + 180^\circ \times (6-2) + 180^\circ \times (7-2)\} - 720^\circ \\ = (180^\circ + 360^\circ + 540^\circ + 720^\circ + 900^\circ) - 720^\circ = 1980^\circ$$

답 1980°

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

중앙에 있는 오각형의 외각을 다음 그림과 같이 $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d, \angle e$ 라 하면 한 꼭짓점에서 만들어지는 외각은 2개씩이고 크기는 각각 서로 같으며 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 360^\circ$



오각형의 각 변을 한 번으로 하는 다섯 개의 다각형의 내각의 총합에는 $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d, \angle e$ 가 각각 2개씩 포함되므로 $360^\circ \times 2 = 720^\circ$ 를 빼어 답을 구한다.

26

오른쪽 그림과 같이 점 A, B, C, D, E, F를 정하고 $\overline{CD}$ 를 그으면 오각형 ABCDE가 만들어진다.

오각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ \text{이므로}$$

$$\angle FCD + \angle FDC$$

$$= 540^\circ - \{75^\circ + 90^\circ + 40^\circ + 60^\circ + (180^\circ - 35^\circ)\}$$

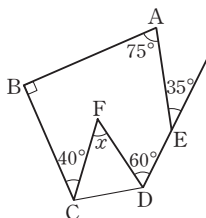
$$= 130^\circ$$

따라서 삼각형 FCD에서

$$\angle x = 180^\circ - (\angle FCD + \angle FDC)$$

$$= 180^\circ - 130^\circ$$

$$= 50^\circ$$



답 ④

• 다른 풀이 •

오른쪽 그림과 같이 선분 DF의 연장선이 선분 AB와 만나는 점을 G라 하면 주어진 도형은 사각형 AGDE와 사각형 BCFG로 나눌 수 있다.

$$\angle AED = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ \text{이고,}$$

사각형 AGDE의 내각의 크기의 합은

$$360^\circ \text{이므로}$$

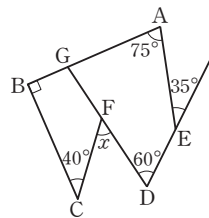
$$\angle AGF = 360^\circ - (75^\circ + 60^\circ + 145^\circ) = 80^\circ$$

$$\therefore \angle BGF = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

이때 $\angle CFG = 180^\circ - \angle x$ 이고 사각형 BCFG의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$100^\circ + 90^\circ + 40^\circ + (180^\circ - \angle x) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ$$



27

$\angle PAB = \angle a, \angle PBA = \angle b, \angle QCD = \angle c, \angle QDC = \angle d$ 라 하면 사각형 ABCD의 외각의 크기의 합은 360° 이므로

$$2(\angle a + \angle b + \angle c + \angle d) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 180^\circ \quad \dots\dots ㉠$$

두 삼각형 PBA, QDC의 세 내각의 크기의 합은 모두 180° 이므로

$$(\angle P + \angle a + \angle b) + (\angle Q + \angle c + \angle d) = 180^\circ + 180^\circ$$

$$\angle P + \angle Q + 180^\circ = 360^\circ (\because ㉠)$$

$$\therefore \angle P + \angle Q = 180^\circ$$

답 180°

28

사각형의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle x + \angle y + \angle z + \angle w = 360^\circ$$

이때 $\angle x : \angle y : \angle z : \angle w = 3 : 4 : 6 : 7$ 이므로

$$\angle x = 3 \times a^\circ \text{라 하면}$$

$$3 \times a^\circ + 4 \times a^\circ + 6 \times a^\circ + 7 \times a^\circ = 360^\circ$$

$$20 \times a^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore a = 18$$

$$\text{즉, } \angle x = 54^\circ, \angle y = 72^\circ, \angle z = 108^\circ, \angle w = 126^\circ$$

또한, 빛이 평면거울에서 반사될 때의 입사각의 크기와 반사각의 크기가 같으므로

$$\angle XPA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$$

$$\angle XSA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 126^\circ) = 27^\circ$$

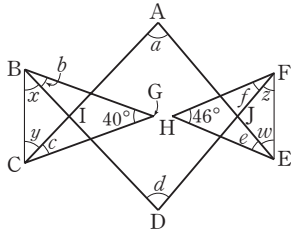
따라서 삼각형 APS의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle A = 180^\circ - (63^\circ + 27^\circ) = 90^\circ$$

답 ⑤

29

다음 그림과 같이 A, B, C, ..., J를 정하고 $\angle IBC = \angle x$, $\angle ICB = \angle y$, $\angle JEF = \angle w$, $\angle JFE = \angle z$ 라 하자.



$\overline{BC}$, $\overline{EF}$ 를 그으면 삼각형 BCI에서

$$\angle BIC = 180^\circ - (\angle x + \angle y)$$

$$\therefore \angle AID = \angle BIC \quad (\because \text{맞꼭지각}) \\ = 180^\circ - (\angle x + \angle y)$$

삼각형 GBC에서

$$40^\circ + \angle x + \angle y + \angle b + \angle c = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AID = 180^\circ - (\angle x + \angle y) = 40^\circ + \angle b + \angle c \quad \dots\dots ㉠$$

한편, 삼각형 EFJ에서

$$\angle EJF = 180^\circ - (\angle z + \angle w)$$

$$\therefore \angle AJD = \angle EJF \quad (\because \text{맞꼭지각}) \\ = 180^\circ - (\angle z + \angle w)$$

삼각형 HEF에서

$$46^\circ + \angle z + \angle w + \angle e + \angle f = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AJD = 180^\circ - (\angle z + \angle w) = 46^\circ + \angle e + \angle f \quad \dots\dots ㉡$$

이때 사각형 AIDJ의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle a + \angle AID + \angle d + \angle AJD = 360^\circ$$

㉠, ㉡을 위의 식에 대입하면

$$\angle a + (\angle b + \angle c + 40^\circ) + \angle d + (\angle e + \angle f + 46^\circ) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = 360^\circ - (40^\circ + 46^\circ) \\ = 274^\circ \quad \text{답 } 274^\circ$$

30

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 긋고

$$\angle BCG = \angle GCF = \angle x,$$

$$\angle EDG = \angle GDF = \angle y,$$

$$\angle FCD = \angle a, \angle FDC = \angle b$$

라 하자.

삼각형 CDF의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$150^\circ + \angle a + \angle b = 180^\circ$$

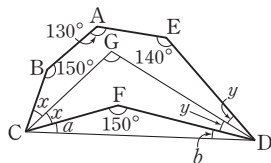
$$\therefore \angle a + \angle b = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \quad \dots\dots ㉠$$

오각형 ABCDE의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ \text{이므로}$$

$$2(\angle x + \angle y) + (\angle a + \angle b) + 130^\circ + 150^\circ + 140^\circ = 540^\circ$$

$$2(\angle x + \angle y) + 30^\circ + 130^\circ + 150^\circ + 140^\circ = 540^\circ \quad (\because ㉠)$$



$$2(\angle x + \angle y) = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 45^\circ \quad \dots\dots ㉡$$

삼각형 CDG의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle CGD + (\angle x + \angle y) + (\angle a + \angle b) = 180^\circ$$

$$\angle CGD + 45^\circ + 30^\circ = 180^\circ \quad (\because ㉠, ㉡)$$

$$\therefore \angle CGD = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$$

답 ㉡

31

정n각형의 내각의 크기의 합이 1440° 이므로

$$180^\circ \times (n-2) = 1440^\circ$$

$$n-2=8$$

$$\therefore n=10 \quad \leftarrow (가)=10$$

즉, 주어진 정다각형은 정십각형이므로

$$\text{대각선의 개수는 } \frac{10 \times (10-3)}{2} = 35 \quad \leftarrow (나)=35$$

$$\text{한 내각의 크기는 } \frac{1440^\circ}{10} = 144^\circ \quad \leftarrow (다)=144$$

$$\text{한 외각의 크기는 } \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \quad \leftarrow (라)=36$$

따라서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수의 합은

$$10 + 35 + 144 + 36 = 225$$

답 225

32

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} \text{이고, 한 외각의 크기는 } \frac{360^\circ}{n} \text{이므로}$$

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} : \frac{360^\circ}{n} = 6 : 1$$

$$(n-2) : 2 = 6 : 1, n-2=12$$

$$\therefore n=14$$

따라서 주어진 정다각형은 정십사각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{14 \times (14-3)}{2} = 77$$

답 ㉢

BLACKLABEL 특강

참고

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $m : n$ 일 때,

$$(\text{한 내각의 크기}) = 180^\circ \times \frac{m}{m+n}, (\text{한 외각의 크기}) = 180^\circ \times \frac{n}{m+n}$$

33

조건 (가)에 의하여 정다각형의 한 내각의 크기가 자연수이므로 한 외각의 크기도 자연수이다.

정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$ 이므로 n의 값은 360의 약수이어야 한다.

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는

$$(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$$

또한, 조건 (나)에서 $\frac{360^\circ}{n} < 90^\circ$ 이므로

$$n > 4$$

이때 360의 약수 n 중에서 $n > 4$ 를 만족시키지 않는 경우는

$$n = 1, 2, 3, 4$$

의 4가지이다.

따라서 구하는 정다각형의 개수는

$$24 - 4 = 20$$

답 ①

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

다각형의 정의에 따라 $n \geq 3$ 이다.

$$n = 3 \text{이면 정삼각형이므로 외각의 크기는 } \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$n = 4 \text{이면 정사각형이므로 외각의 크기는 } \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

34

주어진 두 정다각형의 변의 개수를 각각 a, b 라 하면 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수의 비가

5 : 8이므로

$$(a-2) : (b-2) = 5 : 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{가}$$

이때 $a-2=5k, b-2=8k$ (k 는 자연수)라 하면 두 정다각형의

한 내각의 크기의 비가 15 : 16이므로

$$\frac{180^\circ \times 5k}{a} : \frac{180^\circ \times 8k}{b} = 15 : 16$$

$$\frac{5}{a} : \frac{8}{b} = 15 : 16, \frac{80}{a} = \frac{120}{b}$$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

$$\text{이것을 } \textcircled{가} \text{에 대입하면 } (a-2) : \left(\frac{3}{2}a-2\right) = 5 : 8$$

$$\frac{15}{2}a - 10 = 8a - 16, \frac{a}{2} = 6 \quad \therefore a = 12$$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2} \times 12 = 18$$

따라서 주어진 두 정다각형의 변의 개수는 각각 12, 18이므로 두 정다각형의 모든 변의 개수의 합은

$$12 + 18 = 30$$

답 30

단계	채점 기준	배점
(가)	대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수의 비를 이용하여 비례식을 세운 경우	30%
(나)	한 내각의 크기의 비를 이용하여 비례식을 세운 경우	30%
(다)	두 정다각형의 변의 개수를 각각 구한 경우	30%
(라)	두 정다각형의 모든 변의 개수의 합을 구한 경우	10%

35

정 n 각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$ 이므로

$$A = \frac{360}{n}$$

정 n 각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ 이므로

$$a = \frac{180(n-2)}{n}$$

이때

$$\frac{A}{a} = \frac{360}{n} \div \frac{180(n-2)}{n} = \frac{360}{n} \times \frac{n}{180(n-2)} = \frac{2}{n-2}$$

이므로 $\frac{2}{n-2}$ 가 자연수가 되려면 $n-2$ 는 2의 약수이어야 한다.

따라서 $n-2=1$ 일 때 $n=3$ 이고, $n-2=2$ 일 때 $n=4$ 이므로 구하는 모든 n 의 값의 합은

$$3 + 4 = 7$$

답 7

36

서로 합동인 삼각형을 반복하여 최대 n 개를 붙이면 도형의 둘레에 정 n 각형이 만들어진다.

이와 같이 만들어진 정 n 각형의 한 내각의 크기는 $90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ 이므로

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 120^\circ, 180^\circ \times (n-2) = 120^\circ \times n$$

$$3(n-2) = 2n, 3n - 6 = 2n$$

$$\therefore n = 6$$

따라서 삼각형을 최대 6개 붙일 수 있다.

답 ①

• 다른 풀이 •

서로 합동인 삼각형을 반복하여 최대 n 개를 붙이면 그 내부에 한 외각의 크기가 60° 인 정 n 각형이 만들어진다.

이와 같이 만들어진 정 n 각형의 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{n} = 60^\circ \quad \therefore n = 6$$

따라서 삼각형을 최대 6개 붙일 수 있다.

37

정오각형의 한 내각의 크기는

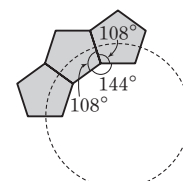
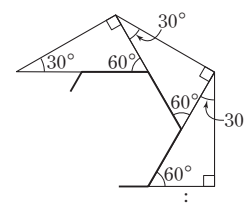
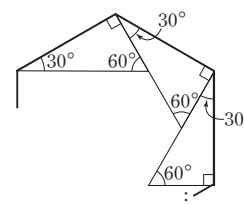
$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$

즉, 원의 내부에 생기는 다각형은

한 내각의 크기가

$$360^\circ - 108^\circ \times 2 = 144^\circ$$

로 모두 같고 각 변의 길이도 모두 같으므로 정다각형이다.



이때 원의 내부에 생기는 정다각형을 정 n 각형이라 하면 한 내각의 크기가 144° 이므로

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 144^\circ, 180^\circ \times (n-2) = 144^\circ \times n$$

$$36^\circ \times n = 360^\circ \quad \therefore n = 10$$

즉, 원의 내부에 생기는 정다각형은 정십각형이다.
따라서 10개의 정오각형이 필요하다.

답 10

• 다른 풀이 •

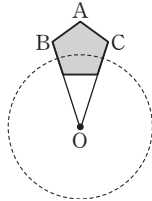
오른쪽 그림과 같이 이어 붙이는 정오각형의 변을 연장한 선분의 교점을 원의 중심 O라 하자.
정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$

사각형 ABOC의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle BOC = 360^\circ - 3 \times 108^\circ = 36^\circ$$

즉, 하나의 정오각형이 원의 중심에서 36° 만큼의 원주를 채우므로
 $360^\circ \div 36^\circ = 10$ (개)의 정오각형이 필요하다.



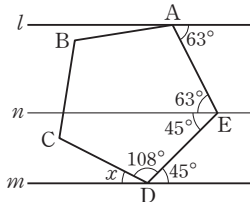
38

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나면서 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 그으면 평행선의 성질에 의하여 엇각의 크기가 같으므로

$$\angle x = 180^\circ - (108^\circ + 45^\circ) = 27^\circ$$



답 ①

39

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$

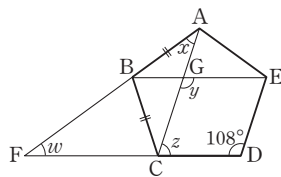
삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BCA = \angle BAC = \angle x$$

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle x + \angle x + 108^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 72^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$$



같은 방법으로 $\angle ABE = 36^\circ$ 이므로 삼각형 ABG에서

$$\angle y = \angle BGA \quad (\because \text{맞꼭지각})$$

$$= 180^\circ - (36^\circ + 36^\circ) = 108^\circ$$

또한, $\angle CBF, \angle BCF$ 는 각각 $\angle B, \angle C$ 의 외각이므로

$$\angle CBF = \angle BCF = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

삼각형 BFC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle w + 72^\circ + 72^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle w = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

한편, $\angle ACB = \angle x = 36^\circ$ 이므로

$$\angle z = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + 2\angle z - \angle w = 36^\circ + 108^\circ + 2 \times 72^\circ - 36^\circ = 252^\circ$$

답 252°

40

정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$

삼각형 ABP와 삼각형 BCQ에서

$$\angle ABP = \angle BCQ = 120^\circ, \overline{AB} = \overline{BC}, \overline{BP} = \overline{CQ}$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle BCQ$ (SAS 합동)

$$\angle BAP = \angle CBQ = \angle a, \angle BPA = \angle CQB = \angle b \text{라 하면}$$

삼각형 ABP의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$120^\circ + \angle a + \angle b = 180^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 60^\circ \quad \dots\dots ㉠$$

이때 삼각형 GPB의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle PGB = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$$

$$= 180^\circ - 60^\circ \quad (\because ㉠)$$

$$= 120^\circ$$

$\therefore \angle AGQ = \angle PGB \quad (\because \text{맞꼭지각})$

$$= 120^\circ$$

답 ①

41

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}, \overline{BQ}$ 의 교점을 S라 하면

$$\angle SBA = \angle SAB = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$$

삼각형 ABS의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle BSA = 180^\circ - 2 \times 48^\circ = 84^\circ$$

$$\therefore \angle PSQ = \angle BSA = 84^\circ \quad (\because \text{맞꼭지각})$$

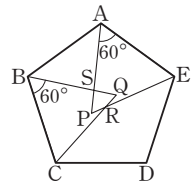
두 삼각형 BCQ, APE는 모두 정삼각형이므로

$$\angle SQR = \angle SPR = 60^\circ$$

사각형 PRQS의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle PRQ = 360^\circ - (60^\circ + 60^\circ + 84^\circ) = 156^\circ$$

답 ③



42 해결단계

① 단계	정오각형, 정육각형, 정팔각형의 한 내각의 크기를 각각 구한다.
② 단계	정육각형의 한 변에 평행한 두 직선을 그는다.
③ 단계	다각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle x$ 의 크기를 구한다.

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$

정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$$

정팔각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (8-2)}{8} = 135^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B를 지나
는 직선 l , 점 C를 지나고 직선 l 에 평행
한 직선 m , 두 점 D, E를 지나고 직선
 n 을 그으면

$l \parallel m$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle BCJ &= \angle ABC \quad (\because \text{엇각}) \\ &= 135^\circ - 108^\circ = 27^\circ \end{aligned}$$

$m \parallel n$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle GFE &= \angle DCJ \quad (\because \text{동위각}) \\ &= 108^\circ - 27^\circ = 81^\circ \end{aligned}$$

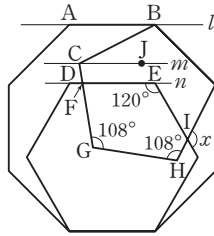
오각형 EFGHI의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ \text{이므로}$$

$$81^\circ + 108^\circ + 108^\circ + \angle EIH + 120^\circ = 540^\circ$$

$$\therefore \angle EIH = 540^\circ - 417^\circ = 123^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle x &= \angle EIH \quad (\because \text{맞꼭지각}) \\ &= 123^\circ \end{aligned}$$



답 ③

STEP	3	종합 사고력 도전 문제	pp.056~057
01 15	02 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조	03 34	
04 100°	05 24	06 114°	07 540° 08 112

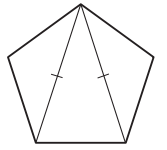
01 해결단계

① 단계	$f(4), f(5)$ 의 값을 각각 구한다.
② 단계	$f(6), f(7)$ 의 값을 각각 구한다.
③ 단계	규칙을 찾아 주어진 식을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구한다.

정사각형의 대각선의 개수는 2이고 그 길이는 서로 같으므로

$$f(4)=1$$

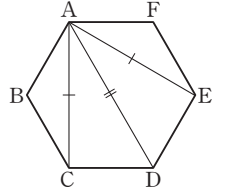
정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 오른쪽 그림과 같이 2개이고 그 길이는 서로 같다.



정오각형의 나머지 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 길이도 모두 이와 같으므로

$$f(5)=1$$

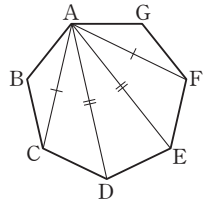
정육각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 오른쪽 그림과 같이 3개이고 $\overline{AC} = \overline{AE}$ 이다.



정육각형의 나머지 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 길이도 모두 이와 같으므로

$$f(6)=2$$

정칠각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 오른쪽 그림과 같이 4개이고 $\overline{AC} = \overline{AF}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이다.



정칠각형의 나머지 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 길이도 모두 이와 같으므로

$$f(7)=2$$

같은 방법으로

$$f(8)=f(9)=3, f(10)=f(11)=4, f(12)=f(13)=5,$$

$$f(14)=f(15)=6, f(16)=f(17)=7, \dots$$

따라서 $f(n)+f(n+1)=13=6+7$ 에서

$$f(n)=6, f(n+1)=7$$

$$\therefore n=15$$

답 15

02 해결단계

(1)	① 단계	정다각형의 내각의 크기를 이용하여 점 A에서 각 도형들을 빈틈없이 이어 붙일 수 있는 이유를 설명한다.
	② 단계	십이각형의 변의 길이가 모두 같은지 확인한다.
(2)	③ 단계	십이각형의 내각의 크기가 모두 같은지 확인한다.
	④ 단계	정십이각형인지 판단한다.

(1) 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° , 정사각형의 한 내각의 크기는 90° , 정육각형의 한 내각의 크기는 120° 이다.

이때 점 A에는 정삼각형 1개, 정사각형 2개, 정육각형 1개가 모여 있으므로 점 A에 모인 네 내각의 크기의 합은

$$60^\circ + 2 \times 90^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

따라서 점 A에서 각 도형들을 빈틈없이 이어 붙일 수 있다.

(2) 사용된 정삼각형, 정사각형의 한 변의 길이가 서로 같으므로 십이각형의 변의 길이는 모두 같다.

각 꼭짓점마다 정삼각형 1개, 정사각형 1개가 모여 있으므로 십이각형의 모든 내각의 크기가 $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ 로 같다.

따라서 주어진 십이각형은 정십이각형이다.

답 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

03 해결단계

① 단계	주어진 육각형의 변의 연장선으로 삼각형을 만든다.
② 단계	육각형의 외각의 크기를 구하여 ① 단계의 삼각형이 정삼각형임을 확인한다.
③ 단계	정삼각형의 세 변의 길이가 같음을 이용하여 x, y 의 값을 각각 구한 후, $x^2 + y^2$ 의 값을 구한다.

오른쪽 그림과 같이 길이가 $x, 1, y$ 인 세 변의 연장선으로 삼각형 ABC를 만들어 보자.

주어진 육각형의 내각의 크기가 모두 같으므로 외각의 크기도 $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ 로 모두 같다.

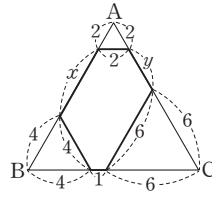
따라서 삼각형 ABC는 정삼각형이므로 세 변의 길이가 모두 같다.

즉, $2 + x + 4 = 4 + 1 + 6 = 2 + y + 6$ 에서

$$x = 5, y = 3$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 5^2 + 3^2 = 34$$

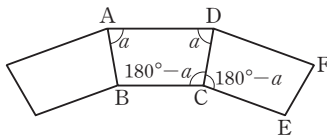
답 34



04 해결단계

① 단계	$\angle A = \angle D = \angle a$ 로 놓고 $\angle B, \angle C$ 를 $\angle a$ 에 대한 식으로 나타낸다.
② 단계	정십팔각형의 한 내각의 크기를 구하여 $\angle BCE$ 의 크기를 구한다.
③ 단계	$\angle a$ 의 크기를 구한다.
④ 단계	$\angle B$ 의 크기를 구한다.

다음 그림과 같이 $\angle A = \angle D = \angle a$ 라 하자.



사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 2\angle a) = 180^\circ - \angle a$$

이어 붙여져 있는 벽돌은 모두 합동이므로

$$\angle DCE = 180^\circ - \angle a$$

이때 $\angle BCE$ 는 정십팔각형의 한 내각이므로

$$\angle BCE = \frac{180^\circ \times (18 - 2)}{18} = 160^\circ$$

점 C에서 $2 \times (180^\circ - \angle a) + 160^\circ = 360^\circ$ 이므로

$$2\angle a = 160^\circ \quad \therefore \angle a = 80^\circ$$

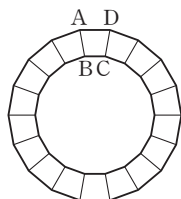
$$\therefore \angle B = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

답 100°

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

사다리꼴 모양의 벽돌 9개를 이어 붙여 만든 구조물이므로 오른쪽 그림과 같이 합동인 사다리꼴 모양의 벽돌 18개를 이어 붙이면 내부에 생기는 도형은 정십팔각형이다.

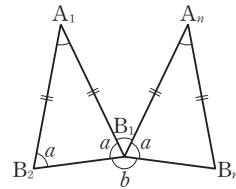


05 해결단계

① 단계	주어진 그림이 정n각형의 한 변을 변으로 하는 n개의 이등변삼각형을 표현한 것임을 확인한다.
② 단계	정n각형 $B_1B_2B_3 \cdots B_n$ 의 한 내각의 크기를 구한다.
③ 단계	자연수 n의 값을 구한다.

주어진 그림은 정n각형 $B_1B_2B_3 \cdots B_n$ 의 한 변을 꼭지각의 대변으로 하는 n개의 이등변삼각형을 표현한 것이다.

이 도형의 일부분을 확대하면 다음 그림과 같고 $\angle A_1B_1B_2 = \angle a$, $\angle B_2B_1B_n = \angle b$ 라 하자.



삼각형 $A_1B_2B_1$ 은 이등변삼각형이므로

$$\angle A_1B_2B_1 = \angle A_1B_1B_2 = \angle a$$

삼각형 $A_1B_2B_1$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle A_1 + 2\angle a = 180^\circ \quad \therefore 2\angle a = 180^\circ - \angle A_1$$

이때 삼각형 $A_1B_2B_1$ 과 삼각형 $A_nB_1B_n$ 에서

$$\overline{A_1B_2} = \overline{A_nB_1} = \overline{A_nB_1} = \overline{A_nB_n}, \quad \angle A_1 = \angle A_n$$

따라서 $\triangle A_1B_2B_1 \cong \triangle A_nB_1B_n$ (SAS 합동)이므로

$$\angle A_nB_1B_n = \angle a$$

점 B_1 에서

$$\angle A_1B_1A_n + 2\angle a + \angle b = 360^\circ$$

$$\angle A_1B_1A_n + (180^\circ - \angle A_1) + \angle b = 360^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle b &= 180^\circ - (\angle A_1B_1A_n - \angle A_1) \\ &= 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ \end{aligned}$$

한편, $\angle b$ 는 정n각형의 한 내각이므로

$$\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n} = 165^\circ \text{에서}$$

$$180^\circ \times n - 360^\circ = 165^\circ \times n, \quad 15^\circ \times n = 360^\circ$$

$$\therefore n = 24$$

답 24

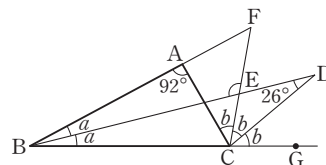
06 해결단계

① 단계	삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 $\angle ABD$ 와 $\angle ACF$ 의 크기를 각각 구한다.
② 단계	삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180° 임을 이용하여 $\angle DEC$ 의 크기를 구한다.
③ 단계	$\angle BEF$ 의 크기를 구한다.

다음 그림과 같이 반직선 BC 위에 점 G를 잡고,

$$\angle ABD = \angle CBD = \angle a, \quad \angle ACF = \angle FCD = \angle DCG = \angle b$$

라 하자.



삼각형 ABC에서 $\angle ACG$ 는 $\angle C$ 의 외각이므로

$$\angle ACG = \angle ABC + \angle BAC$$

$$\therefore 3\angle b = 2\angle a + 92^\circ \quad \dots\dots ㉑$$

삼각형 BCD에서 $\angle DCG$ 는 $\angle BCD$ 의 외각이므로

$$\angle DCG = \angle CBD + \angle BDC$$

$$\therefore \angle b = \angle a + 26^\circ \quad \dots\dots ㉒$$

㉒을 ㉑에 대입하면

$$3(\angle a + 26^\circ) = 2\angle a + 92^\circ$$

$$3\angle a + 78^\circ = 2\angle a + 92^\circ$$

$$\therefore \angle a = 14^\circ, \angle b = 40^\circ$$

삼각형 ECD의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle DEC + \angle ECD + \angle EDC = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle DEC + \angle b + 26^\circ = 180^\circ$$

$$\angle DEC + 40^\circ + 26^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$$

$$\therefore \angle BEF = \angle DEC (\because \text{맞꼭지각})$$

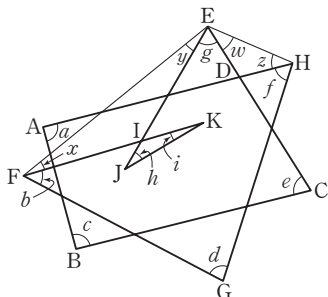
$$= 114^\circ$$

답 114°

07 해결단계

① 단계	주어진 그림에 적당한 보조선을 긋는다.
② 단계	보조선에 의해 생긴 각의 크기에 대한 식을 세운다.
③ 단계	주어진 각의 크기의 합을 구한다.

다음 그림과 같이 A, B, C, ..., K를 정하고 $\overline{EF}$, $\overline{EH}$ 를 각각 그어 보자.



삼각형 IEF와 삼각형 IJK에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이고 $\angle EIF = \angle JIK (\because \text{맞꼭지각})$ 이므로

$$\angle x + \angle y = \angle i + \angle h \quad \dots\dots ㉑$$

삼각형 DHE의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle EDH = 180^\circ - (\angle w + \angle z)$$

$$\therefore \angle ADC = \angle EDH (\because \text{맞꼭지각})$$

$$= 180^\circ - (\angle w + \angle z)$$

사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle a + \angle c + \angle e + 180^\circ - (\angle w + \angle z) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle w + \angle z = \angle a + \angle c + \angle e - 180^\circ \quad \dots\dots ㉒$$

또한, 사각형 EFGH의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$(\angle y + \angle g + \angle w) + (\angle x + \angle b) + \angle d + (\angle z + \angle f) = 360^\circ$$

$$\therefore (\angle x + \angle y) + (\angle w + \angle z) + \angle b + \angle d + \angle f + \angle g = 360^\circ$$

㉑, ㉒을 위의 식에 대입하면

$$(\angle i + \angle h) + (\angle a + \angle c + \angle e - 180^\circ) + \angle b + \angle d + \angle f + \angle g = 360^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g + \angle h + \angle i$$

$$= 360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$$

답 540°

08 해결단계

① 단계	정십이각형의 한 변과 겹치는 변을 갖는 삼각형의 개수를 구한다.
② 단계	정십이각형의 두 변, 세 변과 겹치는 변을 갖는 삼각형의 개수를 각각 구한다.
③ 단계	정십이각형의 변과 겹치는 변이 하나도 없는 삼각형의 개수를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 정십이각형의 12개의

꼭짓점 중에서 3개의 꼭짓점을 택하여 만

들어지는 삼각형 중 변 AB와 겹치는 변

을 갖는 삼각형은 10개이다.

또한, 그 중에서 정십이각형의 두 변과 겹

치는 삼각형은 $\triangle ABC$, $\triangle ABL$ 의 2개이고, 정십이각형의 세 변

과 모두 겹치는 삼각형은 없다.

정십이각형의 다른 한 변과 겹치는 삼각형의 개수도 모두 이와 같

고, 정십이각형의 변은 12개이므로 정십이각형과 겹치는 변이 있

는 삼각형의 개수는

$$12 \times 10 - \frac{12 \times 2}{2} = 108$$

따라서 정십이각형과 겹치는 변이 하나도 없는 삼각형의 개수는

$$220 - 108 = 112$$

답 112

• 다른 풀이 •

(i) 정십이각형의 두 변과 겹치는 변을 갖는 삼각형의 개수

정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형은 정십이각형의 각 꼭짓

점을 꼭지각으로 하는 이등변삼각형이므로 그 개수는

12이다.

(ii) 정십이각형의 한 변과만 겹치는 변을 갖는 삼각형의 개수

정십이각형의 변 AB와 겹치는 변을 갖는 삼각형은 10개이

고, 그 중 정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형은 2개이다.

따라서 정십이각형의 한 변과만 겹치는 변을 갖는 삼각형의

개수는

$$12 \times (10 - 2) = 96$$

(i), (ii)에서 정십이각형과 겹치는 변이 하나도 없는 삼각형의 개

수는

$$220 - (12 + 96) = 220 - 108 = 112$$

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

삼각형 ABC는 정십이각형의 두 변 AB, BC와 겹치므로 변 AB와 겹치는 변을 갖는 삼각형, 변 BC와 겹치는 변을 갖는 삼각형에 모두 포함된다.

따라서 정십이각형과 겹치는 변이 있는 삼각형의 개수를 구할 때, 정십이각형의 두 변과 겹치는 삼각형을 중복하여 세지 않도록 주의한다.

05. 원과 부채꼴

STEP	1	시험에 꼭 나오는 문제			pp.059~060
01 ①, ④	02 ①	03 ②	04 ②	05 ⑤	
06 ②	07 $(10\pi+12)$ cm	08 93	09 ③		
10 ④	11 ④	12 ③			

01

- ② 한 원 또는 합동인 두 원에서 크기가 같은 중심각에 대한 현의 길이는 항상 같지만 두 원의 반지름의 길이가 다르면 중심각의 크기가 같아도 현의 길이는 다르다.
- ③ 한 원 또는 합동인 두 원에서 중심각의 크기가 같으면 현의 길이도 같지만 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.
- ⑤ 반원은 부채꼴이면서 활꼴이다.
- 따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

02

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ = (반지름의 길이)

이등변삼각형 OCB에서

$$\angle OCB = \angle OBC = 20^\circ$$

이므로

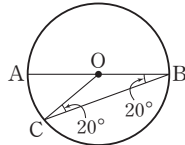
$$\angle AOC = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

이때 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\frac{\widehat{BC}}{\widehat{AC}} = \frac{\angle BOC}{\angle AOC} = \frac{140^\circ}{40^\circ} = \frac{7}{2} = 3.5$$

답 ①



03

ㄱ. 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하고

$$\angle AOB = 30^\circ, \angle COD = 120^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AOB = \frac{1}{4} \angle COD \quad \therefore \widehat{AB} = \frac{1}{4} \widehat{CD}$$

ㄴ. $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

ㄷ. 한 원 또는 합동인 두 원에서 중심각의 크기가 같으면 현의 길이도 같지만 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

$$\text{즉, } \angle COD = 4 \angle AOB \text{이지만}$$

$$\overline{CD} \neq 4 \overline{AB}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ②

04

$\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{AB}$ 이므로 $\triangle AOB$ 는 정삼각형이다.

$$\text{즉, } \angle AOB = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AOM = 30^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - (30^\circ + 50^\circ) = 100^\circ$$

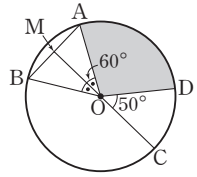
이때 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$(\text{부채꼴 } AOB \text{의 넓이}) : (\text{부채꼴 } AOD \text{의 넓이}) = 60 : 100 \text{에서}$$

$$15 : (\text{부채꼴 } AOD \text{의 넓이}) = 3 : 5$$

$$\therefore (\text{부채꼴 } AOD \text{의 넓이}) = \frac{75}{3} = 25 (\text{cm}^2)$$

답 ②



05

색칠한 부분의 둘레의 길이는 지름이 각각 10 cm, 8 cm, 6 cm인 반원의 호의 길이의 합과 같다.

따라서 구하는 둘레의 길이는

$$\frac{1}{2} \times 2\pi \times 5 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 4 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3$$

$$= 5\pi + 4\pi + 3\pi = 12\pi (\text{cm})$$

답 ⑤

06

$$\overline{AB} = 24 \text{ cm이므로 } \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB} = \frac{24}{3} = 8 (\text{cm})$$

지름이 $\overline{AB}$ 인 원의 넓이는

$$\pi \times \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = \pi \times 12^2 = 144\pi (\text{cm}^2)$$

지름이 $\overline{AD}$ 인 원의 넓이는

$$\pi \times \left(\frac{\overline{AD}}{2}\right)^2 = \pi \times 8^2 = 64\pi (\text{cm}^2)$$

지름이 $\overline{CD}$ 인 원의 넓이는

$$\pi \times \left(\frac{\overline{CD}}{2}\right)^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$144\pi - 64\pi + 16\pi = 96\pi (\text{cm}^2)$$

답 ②

07

오른쪽 그림에서

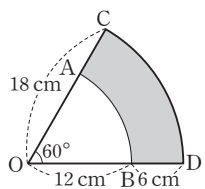
(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$$= \widehat{AB} + \widehat{CD} + \overline{AC} + \overline{BD}$$

$$= 2\pi \times 12 \times \frac{60}{360} + 2\pi \times 18 \times \frac{60}{360} + 6 + 6$$

$$= 4\pi + 6\pi + 12$$

$$= 10\pi + 12 (\text{cm})$$



답 $(10\pi + 12)$ cm

08

(A의 넓이) = (반지름의 길이가 6 cm인 반원의 넓이)
 - (지름의 길이가 6 cm인 원의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times 6^2 - \pi \times 3^2$$

$$= 18\pi - 9\pi = 9\pi (\text{cm}^2)$$

$$(B의 넓이) = \pi \times 6^2 \times \frac{x}{360} = \frac{x}{10} \pi (\text{cm}^2)$$

이때 A와 B의 넓이가 같으므로

$$\frac{x}{10} \pi = 9\pi \quad \therefore x = 90$$

따라서 B의 호의 길이는

$$y\pi = 2\pi \times 6 \times \frac{90}{360} = 3\pi \quad \therefore y = 3$$

$$\therefore x + y = 90 + 3 = 93$$

답 93

BLACKLABEL 특강 풀이 첨삭

부채꼴의 호의 길이와 넓이 사이의 관계를 이용하여 y의 값을 구할 수도 있다.
 부채꼴 B의 반지름의 길이가 6 cm, 호의 길이가 yπ cm이고 A와 B의 넓이가 같으므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times y\pi = 9\pi \quad \therefore y = 3$$

09

부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 r cm라 하면 호 AB의 길이가 10π cm이므로

$$2\pi r \times \frac{150}{360} = 10\pi, \quad \frac{5}{6}r = 10 \quad \therefore r = 12$$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$$\pi \times 12^2 \times \frac{150}{360} = 60\pi (\text{cm}^2)$$

답 ③

BLACKLABEL 특강 풀이 첨삭

부채꼴의 호의 길이와 반지름의 길이를 이용하여 넓이를 구할 수도 있다.
 즉, 부채꼴 OAB의 반지름의 길이가 12 cm, 호의 길이가 10π cm이므로 부채꼴 OAB의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 10\pi = 60\pi (\text{cm}^2)$$

10

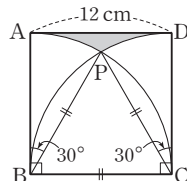
오른쪽 그림과 같이 $\overline{PB}$, $\overline{PC}$ 를 그으면

삼각형 PBC는 정삼각형이므로

$$\angle ABP = \angle DCP$$

$$= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는



$$\widehat{PA} + \widehat{PD} + \overline{AD} = 2 \times \widehat{PA} + \overline{AD}$$

$$= 2 \times \left(2\pi \times 12 \times \frac{30}{360} \right) + 12$$

$$= 4\pi + 12 (\text{cm})$$

답 ④

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

$\overline{PB}$ 는 부채꼴 ABC의 한 반지름이고, $\overline{PC}$ 는 부채꼴 BCD의 한 반지름이다. 이때 두 부채꼴의 반지름의 길이는 $\overline{BC}$ 로 같으므로 $\overline{PB} = \overline{PC} = \overline{BC}$ 가 성립한다.

11

색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 BAB'의 넓이) + (지름이 $\overline{AB'}$ 인 반원의 넓이)

- (지름이 $\overline{AB}$ 인 반원의 넓이)

로 구할 수 있다. 이때 지름이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AB'}$ 인 두 반원의 넓이가 서로 같으므로 구하는 넓이는

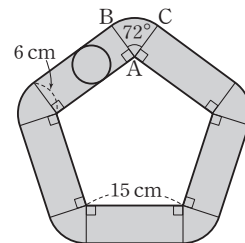
$$(부채꼴 BAB'의 넓이) = \pi \times 6^2 \times \frac{40}{360}$$

$$= 4\pi (\text{cm}^2)$$

답 ④

12

원이 지나간 부분은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



이때 정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$ 이므로

$$\angle BAC = 360^\circ - (108^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 72^\circ$$

즉, 원이 지나간 부분은 반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 72° 인 부채꼴 5개와 가로, 세로의 길이가 각각 15 cm, 6 cm인 직사각형 5개로 이루어진다.

따라서 원이 지나간 부분의 넓이는

$$\left(\pi \times 6^2 \times \frac{72}{360} \right) \times 5 + (15 \times 6) \times 5$$

$$= 36\pi + 450 (\text{cm}^2)$$

답 ③

BLACKLABEL 특강

참고

다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360° 이므로 다각형의 둘레를 따라 원이 이동할 때, 원이 지나간 부분에 생기는 부채꼴을 모두 합하면 항상 하나의 원이 된다.

- 01 ③, ⑤ 02 6 cm 03 100° 04 ④ 05 ③
 06 216° 07 6 cm^2 08 ⑤ 09 $a=8\pi, b=16$
 10 ② 11 ② 12 $4\pi \text{ cm}$ 13 12 14 ⑤
 15 ② 16 328 17 ⑤ 18 $6\pi \text{ cm}$ 19 ①
 20 $15:8$ 21 $90\pi \text{ cm}^2$ 22 ③ 23 $(50\pi-100) \text{ cm}^2$
 24 $(18\pi-36) \text{ cm}^2$ 25 $20\pi \text{ cm}^2$ 26 ① 27 ②
 28 ③ 29 $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$ 30 64 cm^2 31 ②
 32 ⑤ 33 $(\frac{3}{2}\pi-2) \text{ cm}^2$ 34 ③
 35 $(8\pi+34) \text{ cm}$ 36 $4\pi \text{ cm}$ 37 $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}$
 38 $(\frac{128}{3}\pi+80) \text{ cm}^2$ 39 $(50\pi+48) \text{ cm}^2$ 40 $\frac{341}{3}\pi \text{ m}^2$
 41 ⑤

01

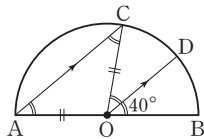
- ① $\angle AOB = \angle COD$ ($\because$ 맞꼭지각)이므로
 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$
 ② $\angle AOD = 180^\circ - \angle COD$
 $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 즉, $\angle AOD = 2\angle COD$ 이므로
 $\widehat{AD} = 2\widehat{CD}$
 ③ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
 $\widehat{AD} \neq 2\widehat{CD}$
 ④ ②에서 $\angle AOD = 2\angle COD$ 이므로 부채꼴 DOA의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이의 2배, 즉 $36 \times 2 = 72 (\text{cm}^2)$ 이다.
 ⑤ $\angle AOD : 360^\circ = 120^\circ : 360^\circ = 1:3$
 즉, 원의 둘레의 길이는 $\widehat{AD}$ 의 길이의 3배이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

02

 $\overline{AC} \parallel \overline{OD}$ 이므로 $\angle CAO = \angle DOB = 40^\circ$ ($\because$ 동위각)

이때 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 삼각형 CAO는 이등변 삼각형이다.

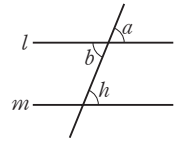
 $\therefore \angle ACO = \angle CAO = 40^\circ$ 또한, $\overline{AC} \parallel \overline{OD}$ 이므로 $\angle COD = \angle ACO = 40^\circ$ ($\because$ 엇각)따라서 $\angle COD = \angle BOD$ 이므로 $\widehat{DB} = \widehat{CD} = 6 \text{ cm}$ 

답 6 cm

평행선의 성질

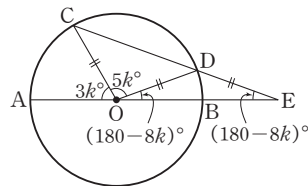
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때

- (1) 동위각의 크기는 같다.
 $\Rightarrow l \parallel m$ 이면 $\angle a = \angle h$
 (2) 엇각의 크기는 같다.
 $\Rightarrow l \parallel m$ 이면 $\angle b = \angle h$



03

한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하고,

 $\widehat{AC} : \widehat{CD} = 3 : 5$ 이므로 $\angle COA : \angle COD = 3 : 5$ 이다. $\angle COA = 3k^\circ$, $\angle COD = 5k^\circ$ ($k > 0$)라 하면 $\angle DOE = (180 - 8k)^\circ$ 이때 $\overline{DO} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEO = \angle DOE = (180 - 8k)^\circ$ 한편, $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 삼각형 ODC에서 $\angle ODC = \left(\frac{180 - 5k}{2} \right)^\circ = \left(90 - \frac{5}{2}k \right)^\circ$ 삼각형 DOE에서 $\angle ODC$ 는 $\angle ODE$ 의 외각이므로 $(180 - 8k)^\circ + (180 - 8k)^\circ = \left(90 - \frac{5}{2}k \right)^\circ$ $\frac{27}{2}k^\circ = 270^\circ \quad \therefore k^\circ = 20^\circ$ $\therefore \angle COD = 5k^\circ = 5 \times 20^\circ = 100^\circ$ 답 100°

04

 $\angle QOB = k^\circ$ 라 하면 $\angle AOP = k^\circ$ ($\because$ 맞꼭지각)

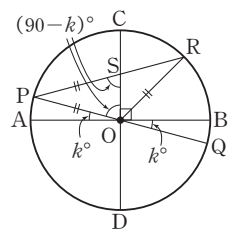
두 지름 AB, CD가 수직으로 만나므로

 $\angle POC = (90 - k)^\circ$ 이때 $\overline{PO} = \overline{PS}$ 이므로 $\angle PSO = \angle POC = (90 - k)^\circ$ 삼각형 POS의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle OPS = 180^\circ - \{(90 - k)^\circ + (90 - k)^\circ\} = 2k^\circ$ 삼각형 OPR에서 $\overline{OP} = \overline{OR}$ 이므로 $\angle ORS = \angle OPS = 2k^\circ$ 삼각형 OPR에서 $\angle QOR$ 은 $\angle POR$ 의 외각이므로 $\angle QOR = 2k^\circ + 2k^\circ = 4k^\circ$

부채꼴 BOQ의 넓이가 8 cm^2 이고, 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 부채꼴 ROQ의 넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면

 $k : 4k = 8 : x, 1 : 4 = 8 : x \quad \therefore x = 32$ 따라서 부채꼴 ROQ의 넓이는 32 cm^2 이다.

답 ④



05

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하고,

$\widehat{AD} : \widehat{ACD} = 7 : 11$ 이므로

$$\angle AOD = 360^\circ \times \frac{7}{7+11} = 140^\circ$$

$$\therefore \angle BOD = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

한편, $\angle BOC : \angle OCD = 3 : 2$ 이므로

$\angle BOC = 3k^\circ$, $\angle OCD = 2k^\circ$ ($k > 0$)라

하자.

삼각형 COD는 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ODC = \angle OCD = 2k^\circ$$

삼각형 COD의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$2k^\circ + 2k^\circ + (3k^\circ + 40^\circ) = 180^\circ$$

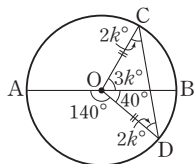
$$7k^\circ = 140^\circ \quad \therefore k^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - 3k^\circ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

원 O의 둘레의 길이가 12 cm이므로 중심각의 크기가 120° 인 호 AC의 길이는

$$12 \times \frac{120}{360} = 4 \text{ (cm)}$$

답 ③



06

두 점 P, Q의 속력의 비가 9 : 5이므로 점 P의 속력을 $9v$, 점 Q의 속력을 $5v$ ($v > 0$)라 하자.

점 P가 원 O의 둘레를 따라 점 A에서 출발하여 점 B까지 움직이는 데 걸린 시간은 25분이므로 점 P가 움직인 호의 길이를 l_1 이라 하면

$$l_1 = 9v \times 25 = 225v$$

점 P보다 5분 먼저 출발한 점 Q가 원 O의 둘레를 따라 점 A에서 출발하여 점 B까지 움직이는 데 걸린 시간은 $25 + 5 = 30$ (분)이므로 점 Q가 움직인 호의 길이를 l_2 라 하면

$$l_2 = 5v \times 30 = 150v$$

$$\therefore l_1 : l_2 = 225v : 150v = 3 : 2$$

이때 한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 구하는 중심각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{3}{3+2} = 216^\circ$$

답 216°

07 해결단계

① 단계	$\angle AOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$ 의 크기 사이의 관계를 찾는다.
② 단계	삼각형 EOC와 삼각형 FDO가 합동임을 확인한다.
③ 단계	넓이가 같은 도형을 찾아 색칠한 부분의 넓이를 구한다.

한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하고,

$\widehat{AD} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$ 이므로

$$\angle AOD = \angle DOC = \angle COB$$

$$\angle AOD = x^\circ \text{라 하면 } \overline{FD} \parallel \overline{OB} \text{이므로}$$

$$\angle FDO = \angle DOB \quad (\because \text{엇각})$$

$$= \angle DOC + \angle COB$$

$$= 2x^\circ$$

$$\overline{EC} \parallel \overline{OB} \text{이므로}$$

$$\angle ECO = \angle COB = x^\circ \quad (\because \text{엇각})$$

이때 삼각형 EOC와 삼각형 FDO에서

$$\overline{OC} = \overline{DO}, \angle COE = \angle ODF = 2x^\circ, \angle OCE = \angle DOF = x^\circ$$

$$\therefore \triangle EOC \cong \triangle FDO \quad (\text{ASA 합동})$$

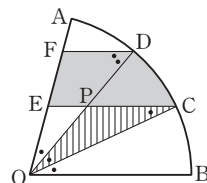
즉, $\triangle EOC = \triangle FDO$ 이므로 사각형 FEPD의 넓이는 삼각형 POC의 넓이와 같다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 DOC의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는

$$(\text{부채꼴 DOC의 넓이}) = \frac{1}{3} \times (\text{부채꼴 AOB의 넓이})$$

$$= \frac{1}{3} \times 18 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 6 cm²



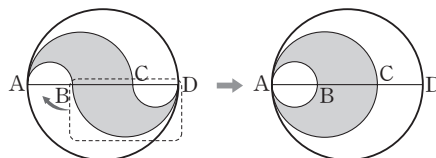
08

$\overline{AD} = 20$ cm이고, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 4 : 3$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 20 \times \frac{3}{3+4+3} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BC} = 20 \times \frac{4}{3+4+3} = 8 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 아래쪽 반원을 다음 그림과 같이 이동시킬 수 있다.



따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 각각 3 cm, 7 cm인 원의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$$a = 2\pi \times 3 + 2\pi \times 7 = 6\pi + 14\pi = 20\pi \text{ (cm)}$$

또한, 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 7 cm인 원의 넓이에서 반지름의 길이가 3 cm인 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$b = \pi \times 7^2 - \pi \times 3^2 = 49\pi - 9\pi = 40\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

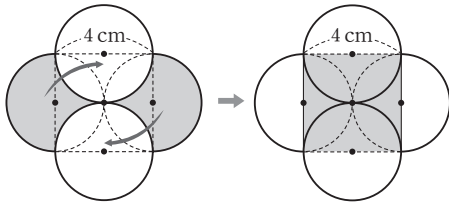
답 ⑤

09

색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 2 cm인 원 2개의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$$a = 2 \times (2\pi \times 2) = 8\pi$$

색칠한 반원 2개를 다음 그림과 같이 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형의 넓이와 같다.



$$\therefore b = 4 \times 4 = 16$$

$$\text{답 } a = 8\pi, b = 16$$

10

원 모양의 종이의 반지름의 길이를 a cm라 하자.

오른쪽 그림에서 어두운 부분의 넓이와 빛
금친 부분의 넓이는 서로 같으므로

(빛금친 부분의 넓이)

= (어두운 부분의 넓이)

= (원의 넓이) - (정사각형 ABCD의 넓이)

이때 색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ABCD의 넓이에서 빛금친
부분의 넓이를 뺀 것과 같으므로

(정사각형 ABCD의 넓이) - (빛금친 부분의 넓이)

= (정사각형 ABCD의 넓이)

- {(원의 넓이) - (정사각형 ABCD의 넓이)}

= $2 \times (\text{정사각형 ABCD의 넓이}) - (\text{원의 넓이})$

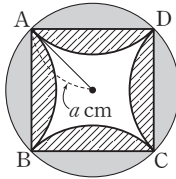
$$= 2 \times \left(2a \times 2a \times \frac{1}{2} \right) - \pi \times a^2$$

$$= 4a^2 - a^2\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

즉, $4a^2 - a^2\pi = 16 - 4\pi$ 에서

$$a^2 = 4 \quad \therefore a = 2 \quad (\because a > 0)$$

따라서 원 모양의 종이의 반지름의 길이는 2 cm이다. 답 ②



• 다른 풀이 •

부채꼴의 넓이를 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구할 수도 있다.

원의 중심을 O, 반지름의 길이를 a cm라 하
면 색칠한 부분은 오른쪽 그림과 같이 정사
각형의 직교하는 두 대각선에 의하여 합동
인 4개의 도형으로 나뉘어진다.

이때 빛금친 부분의 넓이는

(사분원 AOB의 넓이) - $\triangle AOB$

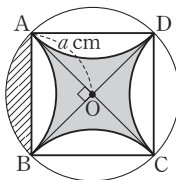
$$= \pi \times a^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{a^2}{4}\pi - \frac{a^2}{2}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= 4 \times \{ \triangle AOB - (\text{빛금친 부분의 넓이}) \}$$

$$= 4 \times \left\{ \frac{1}{2} \times a \times a - \left(\frac{a^2}{4}\pi - \frac{a^2}{2} \right) \right\}$$

$$= 4a^2 - a^2\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



정사각형의 넓이

(1) 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 넓이는 a^2

(2) 한 대각선의 길이가 a 인 정사각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2}a^2$$

11

ㄱ. [그림 1]의 반원의 반지름의 길이가 $\frac{1}{2} \times \overline{AB} = 9$ (cm)이므

로 호의 길이는

$$\frac{1}{2} \times (2\pi \times 9) = 9\pi \text{ (cm)}$$

ㄴ. [그림 2]에서 $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{AP} = 18 \times \frac{1}{1+2} = 6 \text{ (cm)}, \overline{PB} = 18 \times \frac{2}{1+2} = 12 \text{ (cm)}$$

즉, [그림 2]의 색칠한 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AP}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{PB}}{2} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times 3^2 + \frac{1}{2} \times \pi \times 6^2$$

$$= \frac{9}{2}\pi + 18\pi = \frac{45}{2}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

ㄷ. [그림 1], [그림 2], [그림 3]의 색칠한 부분의 둘레의 길이를
순서대로 a cm, b cm, c cm라 하면

ㄱ에 의하여

$$a = \widehat{AB} + \overline{AB} = 9\pi + 18$$

ㄴ에서 $\overline{AP} = 6$ cm, $\overline{PB} = 12$ cm이므로

$$b = \widehat{AP} + \widehat{BP} + \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 6 + 18$$

$$= 9\pi + 18$$

[그림 3]에서 $\overline{AQ} : \overline{QR} : \overline{RB} = 1 : 2 : 3$ 이므로

$$\overline{AQ} = 18 \times \frac{1}{1+2+3} = 3 \text{ (cm)},$$

$$\overline{QR} = 18 \times \frac{2}{1+2+3} = 6 \text{ (cm)},$$

$$\overline{RB} = 18 \times \frac{3}{1+2+3} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore c = \widehat{AQ} + \widehat{QR} + \widehat{RB} + \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times \frac{9}{2} + 18$$

$$= 9\pi + 18$$

즉, [그림 1], [그림 2], [그림 3]의 색칠한 부분의 둘레의 길
이는 모두 같다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ②

12

오른쪽 그림과 같이 삼각형 모양으로 놓인 세 원을 생각해 보자. 원과 원의 교점 및 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 작은 삼각형은 모두 원의 반지름을 한 변으로 하므로 한 변의 길이가 1 cm인 정삼각형들이다.

즉, 위의 그림에서 $\overline{AB}$ 는 맨 위의 원의 지름이고

$$\widehat{AB} = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 1 = \pi \text{ (cm)}$$

같은 방법으로, 주어진 그림에서 원과 원의 교점 및 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 작은 삼각형은 모두 원의 반지름을 한 변으로 하므로 한 변의 길이가 1 cm인 정삼각형들이다.

즉, 오른쪽 그림에서

$\angle AOC = 60^\circ$ 이므로

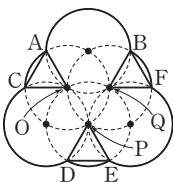
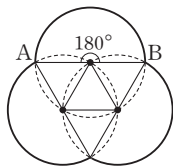
$$\widehat{AC} = \widehat{BF} = \widehat{DE}$$

$$= 2\pi \times 1 \times \frac{60}{360} = \frac{\pi}{3}$$

따라서 구하는 테두리의 길이는

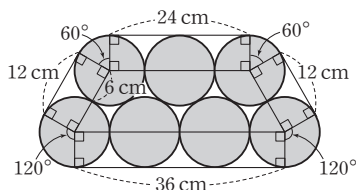
$$3 \times \widehat{AB} + 3 \times \widehat{AC} = 3 \times \pi + 3 \times \frac{\pi}{3} = 3\pi + \pi = 4\pi \text{ (cm)}$$

답 4π cm



13

[방법 A]를 선택할 때 필요한 끈은 다음 그림과 같이 곡선 부분과 직선 부분으로 나눌 수 있다.



위의 그림에서 곡선 부분의 끈의 길이는

$$\left(2\pi \times 6 \times \frac{60}{360}\right) \times 2 + \left(2\pi \times 6 \times \frac{120}{360}\right) \times 2 = 12\pi \text{ (cm)}$$

직선 부분의 끈의 길이는

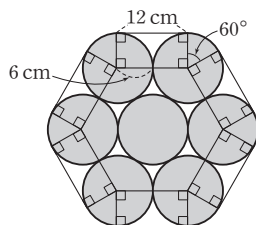
$$24 + 12 + 12 + 36 = 84 \text{ (cm)}$$

따라서 [방법 A]를 선택할 때 필요한 끈의 길이는

$$(12\pi + 84) \text{ cm 이상이므로}$$

$$a = 12\pi + 84$$

[방법 B]를 선택할 때 필요한 끈 또한 다음 그림과 같이 곡선 부분과 직선 부분으로 나눌 수 있다.



위의 그림에서 곡선 부분의 끈의 길이는

$$\left(2\pi \times 6 \times \frac{60}{360}\right) \times 6 = 12\pi \text{ (cm)}$$

직선 부분의 끈의 길이는

$$12 \times 6 = 72 \text{ (cm)}$$

따라서 [방법 B]를 선택할 때 필요한 끈의 길이는

$$(12\pi + 72) \text{ cm 이상이므로}$$

$$b = 12\pi + 72$$

$$\therefore a - b = (12\pi + 84) - (12\pi + 72) = 12$$

답 12

BLACKLABEL 특강

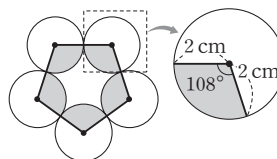
참고

끈을 묶는 방법에 관계없이 곡선 부분의 끈의 길이는 반지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

14

각 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 다각형은 정오각형이고, 정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$



따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 2 cm이고, 중심각의 크기가 108°인 부채꼴의 둘레의 길이의 5배와 같으므로

$$\left(2\pi \times 2 \times \frac{108}{360} + 2 + 2\right) \times 5 = 6\pi + 20 \text{ (cm)}$$

답 ⑤

15

오른쪽 그림에서

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{O'A} = \overline{O'B} = \overline{OO'}$$

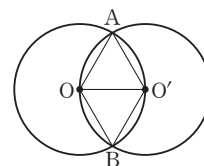
삼각형 AOO', 삼각형 BOO'은 합동인

정삼각형이다.

따라서 $\angle AOB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ 이므로

$$\widehat{AO'B} = 2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} = 4\pi \text{ (cm)}$$

답 ②



16

처음 부채꼴의 반지름의 길이를 r , 중심각의 크기를 a° 라 하고, 호의 길이를 l , 넓이를 S 라 하면

$$l = 2\pi r \times \frac{a}{360}, S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

이 부채꼴의 반지름의 길이를 4배, 중심각의 크기를 2배로 하여 새로 만든 부채꼴의

$$\text{호의 길이는 } 2\pi \times 4r \times \frac{2a}{360} = 8 \times \left(2\pi r \times \frac{a}{360} \right) = 8l$$

$$\text{넓이는 } \pi \times (4r)^2 \times \frac{2a}{360} = 32 \times \left(\pi r^2 \times \frac{a}{360} \right) = 32S$$

즉, 새로 만든 부채꼴의 호의 길이는 처음 부채꼴의 호의 길이의 8배, 넓이는 처음 부채꼴의 넓이의 32배이므로

$$A=8, B=32$$

$$\therefore A+10B=8+10 \times 32=328$$

답 328

17

ㄱ. 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

삼각형 OEF가 정삼각형이므로 부채꼴 EOF에서

$$\angle EOF = 60^\circ$$

부채꼴의 넓이가 $6\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$\pi r^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi, r^2 = 36$$

$$\therefore r = 6 \quad (\because r > 0)$$

즉, 원의 반지름의 길이는 6 cm이다.

ㄴ. $\angle OEF = 60^\circ$ 이므로 삼각형 BOE에서

$$30^\circ + \angle BOE = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BOE = 30^\circ$$

ㄷ. 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180° 이므로 삼각형 BOD에서

$$\angle BOD = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 105^\circ \quad (\because \text{맞꼭지각})$$

즉, 부채꼴 AOC의 넓이는

$$\pi \times 6^2 \times \frac{105}{360} = \frac{21}{2} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

답 ⑤

18

오른쪽 그림에서 세 원의 반지름의 길이는 모두 6 cm이고, 세 선분 AB, BC, CA는 모두 반지름이므로

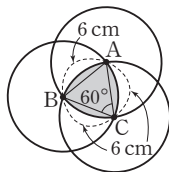
$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 6 \text{ cm}$$

즉, 삼각형 ABC는 정삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 부채꼴 ACB의 호의 길이의 3배와 같으므로

$$\left(2\pi \times 6 \times \frac{60}{360} \right) \times 3 = 6\pi \text{ (cm)}$$

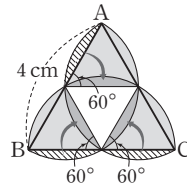


답 6π cm

단계	채점 기준	배점
(가)	△ABC가 정삼각형임을 알고 내각의 크기를 구한 경우	40%
(나)	구하는 둘레의 길이는 부채꼴 ACB의 호의 길이의 3배임을 서술한 경우	30%
(다)	색칠한 부분의 둘레의 길이를 구한 경우	30%

19

빗금친 부분을 다음 그림과 같이 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 2 cm이고 중심각의 크기가 60° 인 부채꼴 3개의 넓이와 같다.



$$\begin{aligned} \therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= \left(\pi \times 2^2 \times \frac{60}{360} \right) \times 3 \\ &= 2\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 ①

20

두 부채꼴 A, B의 반지름의 길이를 각각 a , b 라 하면

$$(\text{부채꼴 A의 넓이}) = \frac{1}{2} \times a \times 6\pi = 3a\pi$$

$$(\text{부채꼴 B의 넓이}) = \frac{1}{2} \times b \times 10\pi = 5b\pi$$

즉, $3a\pi : 5b\pi = 9 : 8$ 이므로 $24a\pi = 45b\pi$

$$8a = 15b \quad \therefore a : b = 15 : 8$$

답 15 : 8

21

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$ 이므로

$$\angle BOC = 108^\circ$$

삼각형 BOC는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

이때 $\overline{AO} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle AOB = \angle OBC = 36^\circ \quad (\because \text{엇각})$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 호 AB의 길이는

$$2\pi r \times \frac{36}{360} = 3\pi, \frac{1}{5}\pi r = 3\pi$$

$$\therefore r = 15$$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 15 cm이고

$$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$$

$$= 36^\circ + 108^\circ = 144^\circ$$

따라서 부채꼴 AOC의 넓이는

$$\pi \times 15^2 \times \frac{144}{360} = 90\pi (\text{cm}^2) \quad \text{답 } 90\pi \text{ cm}^2$$

22

오른쪽 그림에서 $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{BC}$ 는 모두 사분원의 반지름이므로

$$\overline{PB} = \overline{PC} = \overline{BC} = 9 \text{ cm}$$

즉, 삼각형 PBC는 정삼각형이므로

$$\angle PCB = 60^\circ, \angle PCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

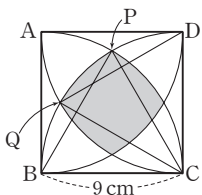
같은 방법으로 삼각형 QCD도 정삼각형이므로

$$\angle QCD = 60^\circ, \angle QCB = 30^\circ$$

$$\therefore \angle QCP = 90^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 9 cm이고 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴 QCP의 호의 길이의 4배와 같으므로

$$\left(2\pi \times 9 \times \frac{30}{360}\right) \times 4 = 6\pi (\text{cm}) \quad \text{답 } ③$$



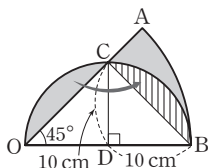
23

$\angle AOB = x^\circ$ 라 하면 부채꼴의 넓이와 반원의 넓이가 서로 같으므로

$$\pi \times 20^2 \times \frac{x}{360} = \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 \quad \therefore x = 45$$

즉, $\angle AOB = 45^\circ$

다음 그림과 같이 활꼴 부분을 빗금친 부분으로 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이에서 삼각형 OBC의 넓이를 뺀 것과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$$\pi \times 20^2 \times \frac{45}{360} - \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 50\pi - 100 (\text{cm}^2) \quad \text{답 } (50\pi - 100) \text{ cm}^2$$

24

직사각형 ABCD의 넓이를 S, 부채꼴 DCE의 넓이를 T라 하고 $\overline{BC} = x$ cm라 하면 색칠한 부분의 넓이와 직사각형 ABCD의 넓이가 서로 같으므로

$$(S + T) - \triangle ABE = S$$

즉, $T = \triangle ABE$ 이므로

$$\pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} = \frac{1}{2} \times 6 \times (6 + x)$$

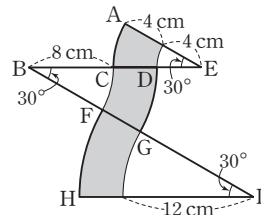
$$9\pi = 18 + 3x \quad \therefore x = 3\pi - 6$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$S = 6x = 6(3\pi - 6) = 18\pi - 36 (\text{cm}^2) \quad \text{답 } (18\pi - 36) \text{ cm}^2$$

25

다음 그림과 같이 점 A, B, C, ..., I를 정하자.



부채꼴 AEC에서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} \pi \times (4+4)^2 \times \frac{30}{360} - \pi \times 4^2 \times \frac{30}{360} & \dots\dots ㉠ \\ &= \frac{64\pi - 16\pi}{12} = 4\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

같은 방법으로 부채꼴 DBG에서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} \pi \times (8+4)^2 \times \frac{30}{360} - \pi \times 8^2 \times \frac{30}{360} & \dots\dots ㉡ \\ &= \frac{144\pi - 64\pi}{12} = \frac{20}{3}\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

부채꼴 FIH에서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} \pi \times (12+4)^2 \times \frac{30}{360} - \pi \times 12^2 \times \frac{30}{360} & \dots\dots ㉢ \\ &= \frac{256\pi - 144\pi}{12} = \frac{28}{3}\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

따라서 구하는 넓이는

$$4\pi + \frac{20}{3}\pi + \frac{28}{3}\pi = 20\pi (\text{cm}^2) \quad \text{답 } 20\pi \text{ cm}^2$$

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

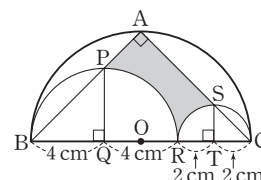
구하는 것이 전체 도형에서 색칠한 부분의 넓이이므로 ㉠+㉡+㉢을 바로 계산하여 다음과 같이 간단히 계산할 수도 있다.

$$\begin{aligned} ㉠ + ㉡ + ㉢ &= \pi \times (4+4)^2 \times \frac{30}{360} - \pi \times 4^2 \times \frac{30}{360} \\ &\quad + \pi \times (8+4)^2 \times \frac{30}{360} - \pi \times 8^2 \times \frac{30}{360} \\ &\quad + \pi \times (12+4)^2 \times \frac{30}{360} - \pi \times 12^2 \times \frac{30}{360} \\ &= \pi \times 16^2 \times \frac{30}{360} - \pi \times 4^2 \times \frac{30}{360} \\ &= 20\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

26

오른쪽 그림과 같이 다섯 개의 점 P, Q, R, S, T를 정하면 두 점 Q와 T는 각각 반지름의 길이가

4 cm, 2 cm인 반원의 중심이므로



(색칠한 부분의 넓이)

$$\begin{aligned}
 &= \triangle ABC - \triangle PQB - (\text{사분원 PQR의 넓이}) \\
 &\quad - (\text{사분원 STR의 넓이}) - \triangle STC \\
 &= \frac{1}{2} \times 12 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} \\
 &\quad - \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \\
 &= 36 - 8 - 4\pi - \pi - 2 \\
 &= 26 - 5\pi \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

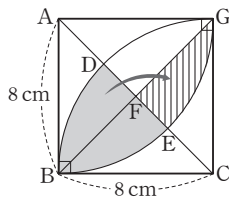
답 ①

27

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형 ABCG에 대하여 색칠한 부분을 잘라서 빗금친 부분으로 이동시키면

$$\begin{aligned}
 &(\text{색칠한 부분의 넓이}) \\
 &= (\text{부채꼴 BAG의 넓이}) - \triangle BAG \\
 &= \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \\
 &= 16\pi - 32 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

답 ②



28

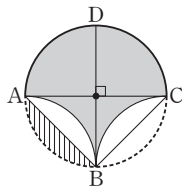
오른쪽 그림에서 빗금친 부분의 넓이를 $S \text{ cm}^2$, 원의 반지름의 길이를 $a \text{ cm}$ 라 하면 (색칠한 부분의 넓이) = (원의 넓이) - $4S$ 이므로

$$72 = \pi \times a^2 - 4 \times \left(\pi \times a^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times a \times a \right)$$

$$72 = 2a^2, a^2 = 36 \quad \therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

따라서 원의 지름의 길이는 $2 \times 6 = 12 \text{ (cm)}$ 이다.

답 ③



• 다른 풀이 •

오른쪽 그림과 같이 두 활꼴을 각각 빗금친 부분으로 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ABCD의 넓이와 같다.

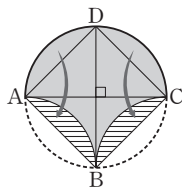
원의 지름의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면

$$\begin{aligned}
 &(\text{색칠한 부분의 넓이}) \\
 &= (\text{정사각형 ABCD의 넓이})
 \end{aligned}$$

에서

$$72 = \frac{1}{2} \times x^2, x^2 = 144 \quad \therefore x = 12 \quad (\because x > 0)$$

따라서 원의 지름의 길이는 12 cm 이다.



29

오른쪽 그림과 같이 $\overline{B'D'}$ 를 긋고

$\triangle B'C'D'$ 를 빗금친 $\triangle BCD$ 로 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 BDB' 의 넓이와 같다.

이때 $\angle BDC = \angle B'DA' = 45^\circ$ 이므로

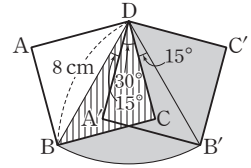
$$\begin{aligned}
 \angle BDA' &= \angle B'DC \\
 &= 45^\circ - \angle A'DC \\
 &= 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ
 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle BDB' = 15^\circ + 30^\circ + 15^\circ = 60^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \times 8^2 \times \frac{60}{360} = \frac{32}{3} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{답 } \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^2$$



30

오른쪽 그림에서 어두운 부분의 넓이를 S 라 하면 구하는 넓이는 $4S$ 이다.

이때 그림과 같이 세 점 P, Q, R을 정하면

(빗금친 부분의 넓이)

$$= (\text{사분원 OAQ의 넓이}) - \triangle OAQ$$

이므로

$$\begin{aligned}
 S &= (\text{사분원 POR의 넓이}) - 2 \times (\text{사분원 PAQ의 넓이}) \\
 &\quad - 2 \times (\text{빗금친 부분의 넓이})
 \end{aligned}$$

$$= \pi \times 8^2 \times \frac{1}{4} - 2 \times \left(\pi \times 4^2 \times \frac{1}{4} \right) - 2 \times \left(\pi \times 4^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times 4^2 \right)$$

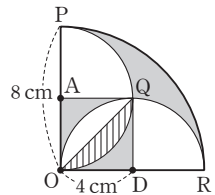
$$= 16\pi - 8\pi - 2(4\pi - 8)$$

$$= 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 구하는 넓이는

$$4S = 4 \times 16 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{답 } 64 \text{ cm}^2$$



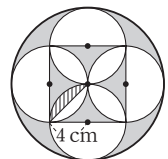
• 다른 풀이 •

오른쪽 그림에서 빗금친 부분의 넓이는 반지름의 길이가 4 cm 인 사분원의 넓이에서 직각 이등변삼각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\pi \times 4^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4\pi - 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 8 cm 인 원의 넓이에서 반지름의 길이가 4 cm 인 반원 4개의 넓이와 빗금친 부분 8개의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\begin{aligned}
 \pi \times 8^2 - \left\{ 4 \times \left(\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} \right) + 8(4\pi - 8) \right\} \\
 = 64\pi - \{ 32\pi + (32\pi - 64) \} = 64 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$



31

오른쪽 그림과 같이 각 부분의 넓이를 $a \text{ cm}^2$, $b \text{ cm}^2$, $c \text{ cm}^2$ 라 하면

$$a=c \text{ 이므로}$$

$$(\text{부채꼴 AOD의 넓이}) = a+b$$

$$=b+c$$

$$=(\text{반원 } O' \text{의 넓이})$$

이때 $\angle AOD = x^\circ$ 라 하면 부채꼴 AOD의 반지름의 길이는 6 cm, 반원 O' 의 반지름의 길이는 5 cm이므로

$$\pi \times 6^2 \times \frac{x}{360} = \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore x=125$$

따라서 반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 125° 인 부채꼴 AOD의 호 AD의 길이는

$$\widehat{AD} = 2\pi \times 6 \times \frac{125}{360} = \frac{25}{6}\pi \text{ (cm)}$$

답 ②

• 다른 풀이 •

색칠한 두 부분의 넓이가 서로 같으므로

$$(\text{부채꼴 AOD의 넓이}) = (\text{반원 } O' \text{의 넓이}) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

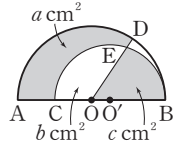
이때 호 AD의 길이를 l cm라 하면 반원 O' 의 반지름의 길이는

$$\frac{12-2}{2} = 5 \text{ (cm)} \text{ 이므로 } \textcircled{1} \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times l = \frac{1}{2} \times \pi \times 5^2$$

$$3l = \frac{25}{2}\pi \quad \therefore l = \frac{25}{6}\pi$$

따라서 호 AD의 길이는 $\frac{25}{6}\pi$ cm이다.



BLACKLABEL 특강

오답 피하기

두 꼭짓점 A, C를 각각 중심으로 하는 두 부채꼴이 넓이가 $b \text{ cm}^2$ 인 부분을 공유하고 있음을 놓치지 않도록 주의한다. 즉, 정사각형 ABCD의 넓이를 각 부분의 넓이의 합으로 구할 때, 각 부채꼴의 넓이는 d 또는 e 가 아니라 $d+b$, $e+b$ 이다.

33

오른쪽 그림과 같이 각 영역의 넓이를 $a \text{ cm}^2$, $b \text{ cm}^2$, $c \text{ cm}^2$, $d \text{ cm}^2$, $e \text{ cm}^2$, $f \text{ cm}^2$, $g \text{ cm}^2$, $h \text{ cm}^2$ 라 하면

(색칠한 부분의 넓이)

$$=a+d+e+f$$

$$=(a+b+c+d+e)$$

$$+(d+e+f+g+h)$$

$$-(b+e+g+c+d+h)$$

즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOC의 넓이와 반원 O' 의 넓이의 합에서 사각형 BOCO'의 넓이를 뺀 것과 같다.

이때 $\triangle OCO' \equiv \triangle OBO'$ (SSS 합동)이므로

(사각형 BOCO'의 넓이) = $2\triangle OCO'$

$$=2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1 \right) = 2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

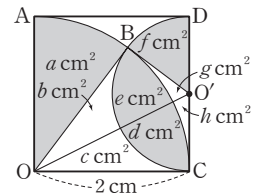
(부채꼴 AOC의 넓이) + (반원 O' 의 넓이)

− (사각형 BOCO'의 넓이)

$$= \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 1^2 \times \frac{1}{2} - 2$$

$$= \frac{3}{2}\pi - 2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{답 } \left(\frac{3}{2}\pi - 2 \right) \text{ cm}^2$$



32

오른쪽 그림과 같이 색칠한 세 부분을 제외한 두 부분의 넓이를 각각 $d \text{ cm}^2$, $e \text{ cm}^2$ 라 하면

(정사각형 ABCD의 넓이)

$$=a+b+c+d+e$$

$$=8 \times 8 = 64 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 사분원 하나의 넓이를 $S \text{ cm}^2$ 라 하면

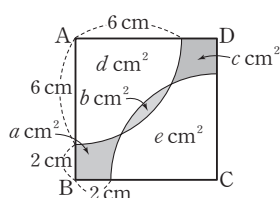
$$S = d+b = e+b = \pi \times 6^2 \times \frac{1}{4} = 9\pi \text{ 이므로}$$

$$d = e = 9\pi - b$$

따라서 ①에서

$$a+b+c+(9\pi-b)+(9\pi-b)=64$$

$$\therefore a+c-b=64-18\pi$$



BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

삼각형 OCO'와 삼각형 OBO'에서

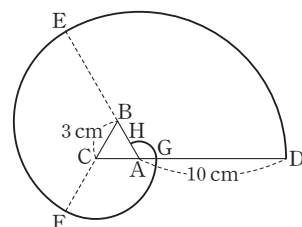
$\overline{OO'}$ 은 공통, $\overline{OC} = \overline{OB}$ = (반원 O' 의 반지름의 길이),

$\overline{OC} = \overline{OB}$ = (사분원 O의 반지름의 길이)이므로

$\triangle OCO' \equiv \triangle OBO'$ (SSS 합동)

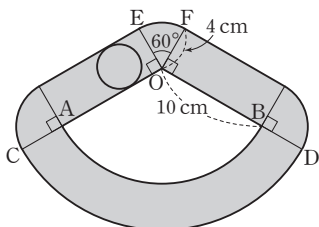
34

다음 그림과 같이 점 B, C, D, ..., H를 정하자.



38

원이 부채꼴의 둘레를 따라 한 바퀴 돌아 출발 지점으로 왔을 때, 원이 지나간 부분은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



이때 $\angle AOB = 120^\circ$ 이므로

$$\angle EOF = 360^\circ - (120^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

즉, 원이 지나간 부분은 가로, 세로의 길이가 각각 10 cm, 4 cm인 직사각형 2개, 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 60° 인 부채꼴 1개, 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 2개, 부채꼴 COD에서 부채꼴 AOB를 제외한 부분으로 이루어진다.

따라서 원이 지나간 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} & (10 \times 4) \times 2 + \pi \times 4^2 \times \frac{60}{360} + \left(\pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} \right) \times 2 \\ & \quad + \left(\pi \times 14^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 10^2 \times \frac{120}{360} \right) \\ & = 80 + \frac{8}{3}\pi + 8\pi + \left(\frac{196}{3}\pi - \frac{100}{3}\pi \right) \\ & = \frac{128}{3}\pi + 80 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 $\left(\frac{128}{3}\pi + 80 \right) \text{ cm}^2$

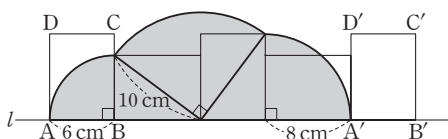
BLACKLABEL 특강

참고

다각형의 둘레를 따라 원이 이동할 때, 원이 지나간 부분에 생기는 부채꼴을 합하면 항상 하나의 원이 된다. 하지만 부채꼴은 다각형이 아니므로 이를 이용할 수 없다. 원이 부채꼴 등 곡선을 포함한 도형의 둘레를 따라 이동할 때는 직접 그림으로 그려 확인해야 한다.

39

선분 AA'과 꼭짓점 A가 그리는 곡선으로 둘러싸인 도형은 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 6 cm, 10 cm, 8 cm이고 중심각의 크기가 모두 90° 인 부채꼴 1개씩과 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm인 직각삼각형 2개로 이루어진다.



따라서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} & \pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 10^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right) \times 2 \\ & = 9\pi + 25\pi + 16\pi + 48 \\ & = 50\pi + 48 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 $(50\pi + 48) \text{ cm}^2$

40

정육각형의 한 내각의 크기는

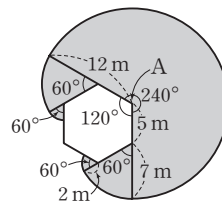
$$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$$

따라서 줄이 매어진 울타리를 A지점이라 하면 강아지가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 어두운 부분과 같으

므로 구하는 최대 넓이는

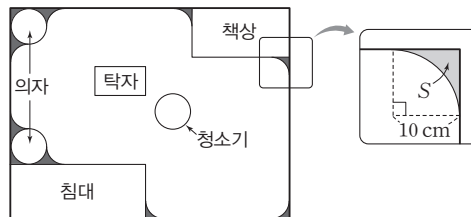
$$\begin{aligned} & \pi \times 12^2 \times \frac{240}{360} + \left(\pi \times 7^2 \times \frac{60}{360} \right) \times 2 + \left(\pi \times 2^2 \times \frac{60}{360} \right) \times 2 \\ & = 96\pi + \frac{49}{3}\pi + \frac{4}{3}\pi \\ & = \frac{341}{3}\pi \text{ (m}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 $\frac{341}{3}\pi \text{ m}^2$



41

청소기가 닿지 않는 부분은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



책상과 벽면이 닿는 곳에서 청소기가 닿지 않는 한 부분의 넓이를 S라 하면

$S = (\text{한 변의 길이가 10 cm인 정사각형의 넓이})$

$- (\text{반지름의 길이가 10 cm인 사분원의 넓이})$

$$\begin{aligned} & = 10^2 - \pi \times 10^2 \times \frac{90}{360} \\ & = 100 - 25\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

이때 넓이가 S인 이 부분과 같은 부분을 찾으면 다음과 같다.

(i) 책상 주변 : 넓이가 S인 곳 2군데

(ii) 의자만 놓인 곳 주변

넓이가 S인 곳 1군데와 넓이가 2S인 곳 2군데

(iii) 의자와 침대가 만나는 곳 주변

넓이가 S인 곳 1군데와 넓이가 2S인 곳 2군데

(iv) 침대와 벽면만 만나는 곳 : 넓이가 S인 곳 1군데

(v) 아무 것도 없는 벽면끼리 만나는 곳

넓이가 S인 곳 1군데

(i)~(v)에서 청소기가 닿지 않는 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} & 2S + S + 2S \times 2 + S + 2S \times 2 + S + S \\ & = 14S = 14 \times (100 - 25\pi) \\ & = 1400 - 350\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

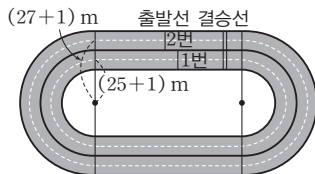
답 ⑤

01 4π m 02 45π cm² 03 $(104+36\pi)$ cm 04 4π cm
 05 0 06 8π cm 07 5 08 $(58\pi+88)$ cm²

01 해결단계

① 단계	2번 트랙의 선수가 1번 트랙의 선수보다 곡선 부분의 길이의 차만큼 앞에서 출발해야 함을 파악한다.
② 단계	1번 트랙과 2번 트랙에 있는 선수가 달리는 곡선 부분의 거리를 각각 구한다.
③ 단계	2번 트랙에 있는 선수가 1번 트랙에 있는 선수보다 몇 m 앞에서 출발해야 하는지 구한다.

두 개의 트랙에서 직선 부분의 거리는 같으므로 2번 트랙에 있는 선수가 1번 트랙에 있는 선수보다 곡선 부분의 길이의 차만큼 앞에서 출발해야 한다.



선수들은 트랙의 폭의 중앙을 따라 달리므로

1번 트랙에 있는 선수가 달리는 곡선 부분의 거리는

$$2\pi \times (25+1) = 2\pi \times 26 = 52\pi (\text{m})$$

2번 트랙에 있는 선수가 달리는 곡선 부분의 거리는

$$2\pi \times (27+1) = 2\pi \times 28 = 56\pi (\text{m})$$

따라서 2번 트랙에 있는 선수는 1번 트랙에 있는 선수보다

$$56\pi - 52\pi = 4\pi (\text{m}) \text{ 앞에서 출발해야 한다.} \quad \text{답 } 4\pi \text{ m}$$

02 해결단계

① 단계	평행선의 성질을 이용하여 $\angle ACD$ 의 크기를 구한다.
② 단계	색칠한 부분의 넓이는 두 부채꼴의 넓이의 차와 같음을 파악한다.
③ 단계	색칠한 부분의 넓이를 구한다.

삼각형 DEC에서

$$\angle ECD = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

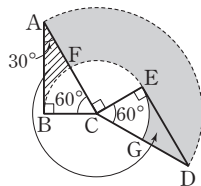
$$\angle ACE = \angle CED = 90^\circ (\because \text{엇각})$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACE + \angle ECD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 빗금친 부분을 이동시

키면 구하는 넓이는 부채꼴 ACD의 넓이에서 부채꼴 FCG의 넓이를 뺀 것과 같음을 알 수 있다.

따라서 구하는 넓이는



$$\begin{aligned} & \pi \times 12^2 \times \frac{150}{360} - \pi \times 6^2 \times \frac{150}{360} \\ &= 60\pi - 15\pi = 45\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

답 45π cm²

BLACKLABEL 특강

참고

넓이가 같은 부분을 만들어 이동시키지 않아도 다음과 같이 문제에서 색칠한 부분의 넓이를 직접 구할 수도 있다.

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \{\triangle ABC + (\text{부채꼴 ACD의 넓이})\} - \triangle CDE - (\text{부채꼴 BCE의 넓이})$$

$$= \triangle ABC - \triangle CDE + (\text{부채꼴 ACD의 넓이}) - (\text{부채꼴 BCE의 넓이})$$

$$= (\text{부채꼴 ACD의 넓이}) - (\text{부채꼴 BCE의 넓이})$$

03 해결단계

① 단계	$l_3, l_4, l_5, \dots$ 를 구하여 l_n 의 규칙을 찾는다.
② 단계	l_n 의 규칙을 파악하여 n 에 대한 식으로 나타낸다.
③ 단계	$l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + \dots + l_{10}$ 의 값을 구한다.

$n=3$ 일 때, 정삼각형이므로 한 내각의

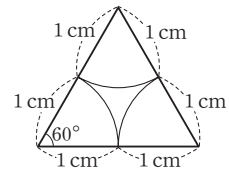
크기는 60° 이다.

$$\therefore l_3 = (\text{정삼각형의 둘레의 길이})$$

$$+ 3 \times (\text{호 하나의 길이})$$

$$= 3 \times 2 + 3 \times \left(2\pi \times 1 \times \frac{60}{360} \right)$$

$$= 6 + \pi (\text{cm})$$



$n=4$ 일 때, 정사각형이므로 한 내각

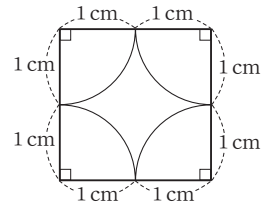
의 크기는 90° 이다.

$$\therefore l_4 = (\text{정사각형의 둘레의 길이})$$

$$+ 4 \times (\text{호 하나의 길이})$$

$$= 4 \times 2 + 4 \times \left(2\pi \times 1 \times \frac{90}{360} \right)$$

$$= 8 + 2\pi (\text{cm})$$



$n=5$ 일 때, 정오각형이므로 한 내각

$$\text{의 크기는 } \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이다.}$$

$$\therefore l_5 = (\text{정오각형의 둘레의 길이})$$

$$+ 5 \times (\text{호 하나의 길이})$$

$$= 5 \times 2 + 5 \times \left(2\pi \times 1 \times \frac{108}{360} \right)$$

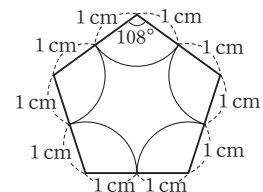
$$= 10 + 3\pi (\text{cm})$$

⋮

정 n 각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ 이므로

$$l_n = n \times 2 + n \times \left\{ 2\pi \times 1 \times \frac{180^\circ \times (n-2)}{n \times 360} \right\}$$

$$= 2n + (n-2)\pi (\text{cm})$$

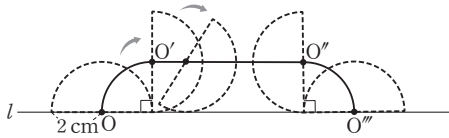


$$\begin{aligned}
 \therefore l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + \cdots + l_{10} \\
 &= (6 + \pi) + (8 + 2\pi) + (10 + 3\pi) + \cdots + (20 + 8\pi) \\
 &= (6 + 8 + 10 + \cdots + 20) + (\pi + 2\pi + 3\pi + \cdots + 8\pi) \\
 &= 104 + 36\pi \text{ (cm)} \quad \text{답 } (104 + 36\pi) \text{ cm}
 \end{aligned}$$

04 해결단계

① 단계	반원 O의 중심이 움직인 경로를 확인한다.
② 단계	경로를 직선 부분과 곡선 부분으로 구분한다.
③ 단계	부채꼴의 호의 길이를 이용하여 반원 O의 중심이 움직인 거리를 구한다.

반원 O의 중심이 움직인 경로는 다음 그림과 같다.



이때 $\widehat{OO'}$, $\widehat{O'O''}$ 의 길이는 각각 반지름의 길이가 2 cm이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴의 호의 길이와 같고, $\overline{O'O''}$ 의 길이는 반원 O의 호의 길이와 같다.

따라서 반원 O의 중심이 움직인 거리는

$$\begin{aligned}
 \widehat{OO'} + \overline{O'O''} + \widehat{O''O'''} &= \left(2\pi \times 2 \times \frac{90}{360}\right) \times 2 + 2\pi \times 2 \times \frac{1}{2} \\
 &= 2\pi + 2\pi = 4\pi \text{ (cm)} \quad \text{답 } 4\pi \text{ cm}
 \end{aligned}$$

05 해결단계

① 단계	주어진 도형을 넓이를 구하기 쉽게 사등분한다.
② 단계	사등분한 도형 한 개에서 넓이의 차를 구한다.
③ 단계	색칠한 부분의 넓이와 빗금친 부분의 넓이의 차를 구한다.

오른쪽 그림의 어두운 부분의 넓이를 $A \text{ cm}^2$, 빗금친 부분의 넓이를 $B \text{ cm}^2$, 작은 원에서 빗금친 부분을 제외한 부분의 넓이를 $C \text{ cm}^2$ 라 하면 구하는 넓이의 차는 $4 \times |A - B|$ 이다.

이때

$$A + C = (\text{반지름의 길이가 6 cm인 사분원의 넓이})$$

$$= \pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} = 9\pi \quad \text{.....㉠}$$

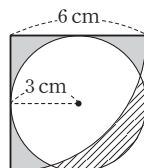
$$B + C = (\text{반지름의 길이가 3 cm인 원의 넓이})$$

$$= \pi \times 3^2 = 9\pi \quad \text{.....㉡}$$

㉠, ㉡을 변끼리 빼면

$$(A + C) - (B + C) = 9\pi - 9\pi = 0$$

$$\therefore A - B = 0$$



따라서 구하는 넓이의 차는

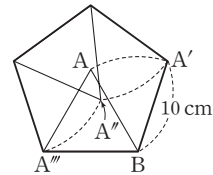
$$4|A - B| = 0$$

답 0

06 해결단계

① 단계	점 A가 움직인 경로를 확인한다.
② 단계	정오각형의 한 내각의 크기를 구하여 점 A의 경로의 중심각의 크기를 구한다.
③ 단계	부채꼴의 호의 길이를 이용하여 점 A가 움직인 거리를 구한다.

정삼각형 ABC가 움직이는 동안 점 A가 움직인 경로는 다음 그림의 점선으로 표시된 부분과 같다.



$$\text{정오각형의 한 내각의 크기는 } \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle ABA' = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$$

$$\therefore \widehat{AA'} = 2\pi \times 10 \times \frac{48}{360} = \frac{8}{3}\pi \text{ (cm)}$$

$$\text{이때 } \widehat{A'A''} = \widehat{A''A'''} = \frac{8}{3}\pi \text{ cm 이므로 점 A가 움직인 거리는}$$

$$3 \times \frac{8}{3}\pi = 8\pi \text{ (cm)}$$

답 $8\pi \text{ cm}$

07 해결단계

① 단계	$\triangle A_1B_0B_1$ 이 직각이등변삼각형을 확인하고 S_1 의 값을 구한다.
② 단계	같은 방법으로 $S_2, S_3, \dots$ 의 값을 구하여 규칙성을 찾는다.
③ 단계	$S_m = \frac{9}{64} - \frac{9}{256}\pi$ 를 만족시키는 자연수 m 의 값을 구한다.

$$\angle A_1B_1B_0 = 90^\circ, \angle A_1B_0B_1 = 45^\circ \text{ 이므로}$$

$$\triangle A_1B_0B_1 \text{은 직각이등변삼각형이다. 이때}$$

$$\overline{A_0B_0} = 12 \text{ cm 이므로}$$

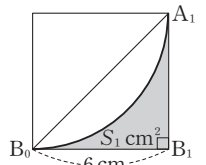
$$\overline{A_1B_1} = \overline{B_0B_1} = \frac{1}{2}\overline{A_0B_0}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore S_1 = 6^2 - \pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} = 36 - 9\pi$$

같은 방법으로 $\triangle A_2B_1B_2$ 도 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{B_1B_2} = \frac{1}{2}\overline{A_1B_1} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$$



$$\begin{aligned}\therefore S_2 &= 3^2 - \pi \times 3^2 \times \frac{90}{360} = 9 - \frac{9}{4}\pi \\ &= \frac{1}{4} \times (36 - 9\pi) = \frac{1}{4}S_1\end{aligned}$$

또한, $\overline{B_2B_3} = \frac{1}{2}\overline{A_2B_2} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}S_3 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{90}{360} = \frac{9}{4} - \frac{9}{16}\pi \\ &= \frac{1}{4} \times \left(9 - \frac{9}{4}\pi\right) = \frac{1}{4}S_2\end{aligned}$$

∴

즉, $S_{n+1} = \frac{1}{4}S_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$)이므로

$$S_4 = \frac{1}{4}S_3 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{16}\pi\right) = \frac{9}{16} - \frac{9}{64}\pi$$

$$S_5 = \frac{1}{4}S_4 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{9}{16} - \frac{9}{64}\pi\right) = \frac{9}{64} - \frac{9}{256}\pi$$

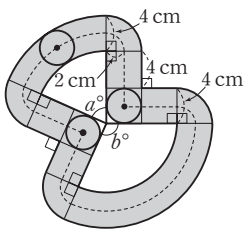
$$\therefore m=5$$

답 5

08 해결단계

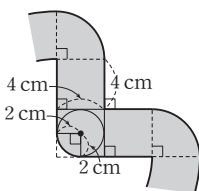
① 단계	작은 부채꼴의 중심각의 크기를 a° , 큰 부채꼴의 중심각의 크기를 b° 라 할 때, $a^\circ + b^\circ$ 를 확인한다.
② 단계	원이 지나간 부분을 확인한다.
③ 단계	원이 지나간 부분을 직사각형과 부채꼴로 나누어 넓이를 구한다.

잘라 낸 후 남은 두 부채꼴의 중심각의 크기를 각각 a°, b° 라 하면
원이 지나간 부분은 다음 그림에서 어두운 부분과 같고,
 $a^\circ + b^\circ = 180^\circ$ 이다.



이때 큰 원에서 잘려진 부분으로 원이 지나간 부분은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는

$$\begin{aligned}& \left(\pi \times 4^2 \times \frac{90}{360}\right) \times 4 \\ & + \left(\pi \times 12^2 \times \frac{a}{360} - \pi \times 8^2 \times \frac{a}{360}\right) \\ & + \left(\pi \times 12^2 \times \frac{b}{360} - \pi \times 8^2 \times \frac{b}{360}\right) \\ & + 4^2 \times 6 - \left(2^2 - \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360}\right) \times 2 \\ & = 16\pi + \left(\pi \times 12^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times 8^2 \times \frac{1}{2}\right) + 96 - (4 - \pi) \times 2 \\ & = 16\pi + 40\pi + 96 - 8 + 2\pi \\ & = 58\pi + 88(\text{cm}^2)\end{aligned}$$



답 $(58\pi + 88) \text{ cm}^2$

대단원평가

pp.070~071

01 ③	02 ④	03 6	04 900°
05 324°	06 6 cm	07 ③	08 ①
09 $\left(54 - \frac{27}{2}\pi\right) \text{ cm}^2$		10 56°	11 16°
12 (1) 150° (2) $\frac{137}{6}\pi \text{ m}^2$			

01

삼각형 ADC에서 $\angle ADB$ 는 $\angle ADC$ 의 외각이므로

$$\angle ADB = \angle ACD + \angle DAC$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ADB - \angle ACD$$

$$= 100^\circ - 65^\circ = 35^\circ$$

따라서 $\angle A = 2\angle DAC = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$ 이고 삼각형 ABC에서
 $\angle x$ 는 $\angle ABC$ 의 외각이므로

$$\angle x = \angle A + \angle C = 70^\circ + 65^\circ = 135^\circ$$

답 ③

02

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 $\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCD,$
 $\triangle ODA$ 는 모두 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \angle x, \angle OBC = \angle OCB = 26^\circ,$$

$$\angle OCD = \angle ODC = \angle y, \angle ODA = \angle OAD = 52^\circ$$

이때 사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$2(\angle x + 26^\circ + \angle y + 52^\circ) = 360^\circ$$

$$\angle x + \angle y + 78^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 102^\circ$$

답 ④

03

정칠각형의 대각선의 개수는 $\frac{7 \times (7-3)}{2} = 14$

이때 대각선 AD와 꼭짓점 A에서 만나는 대각선은 $\overline{AC}, \overline{AE},$
 $\overline{AF}$ 의 3개㉠

대각선 AD와 꼭짓점 D에서 만나는 대각선은 $\overline{DB}, \overline{DF}, \overline{DG}$ 의
3개㉡

한편, 오른쪽 그림과 같이 대각선 AD와
만나지 않는 대각선은

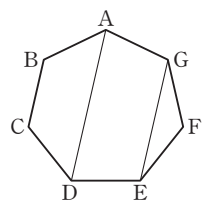
$\overline{GE}$ 의 1개㉢

따라서 대각선 AD와 꼭짓점이 아닌 내부
의 한 점에서 만나는 대각선의 개수는 전

체 대각선의 개수에서 ㉠, ㉡, ㉢과 대각선 AD를 제외하면 되므
로

$$14 - (3 + 3 + 1 + 1) = 6$$

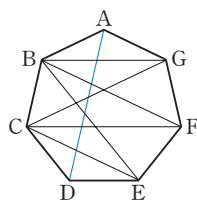
답 6



BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

대각선 AD와 정칠각형의 내부의 한 점에서 만나는 대각선은 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{BG}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{CG}$ 의 6개이다.



04

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$, $\overline{HI}$ 를 그으면 바깥쪽 다각형인 육각형과 안쪽 다각형인 삼각형으로 도형을 구분할 수 있다.

이때 $\triangle CDJ$ 와 $\triangle HIJ$ 에서

$$\angle IJH = \angle CJD \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로

$$\angle JIH + \angle JHI = \angle JCD + \angle JDC$$

따라서

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g + \angle h + \angle i$$

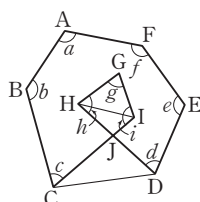
$$= (\text{육각형 } ABCDEF \text{의 내각의 크기의 합})$$

$$+ (\text{삼각형 } GHI \text{의 내각의 크기의 합})$$

$$= 180^\circ \times (6-2) + 180^\circ$$

$$= 720^\circ + 180^\circ = 900^\circ$$

답 900°



05

정사각형의 한 내각의 크기는 90° ,

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ,$$

정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$$

이므로

$$\angle x + 108^\circ + 120^\circ = 360^\circ \quad \therefore \angle x = 132^\circ$$

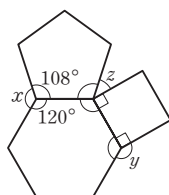
$$\angle y + 90^\circ + 120^\circ = 360^\circ \quad \therefore \angle y = 150^\circ$$

$$\angle z + 90^\circ + 120^\circ + 108^\circ = 360^\circ \quad \therefore \angle z = 42^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 132^\circ + 150^\circ + 42^\circ$$

$$= 324^\circ$$

답 324°



06

오른쪽 그림과 같이 반지름 OC를 긋고

$\angle AOB = \angle x$ 라 하자.

$\triangle OBC$ 가 이등변삼각형이고, $\overline{AO} \parallel \overline{BC}$ 이

므로

$$\angle OCB = \angle OBC = \angle AOB = \angle x \text{ (}\because \text{엇각)}$$

또한, 한 원에서 중심각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로

$$\angle AOB : \angle BOC = \widehat{AB} : \widehat{BC} = 1 : 2$$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle AOB = 2\angle x$$

이때 삼각형 BOC의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle x + \angle x + 2\angle x = 180^\circ$$

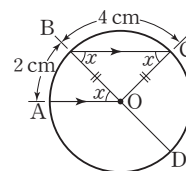
$$4\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 45^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle x = 135^\circ$$

따라서 $\widehat{AB} : \widehat{AD} = \angle AOB : \angle AOD = 1 : 3$ 이므로

$$\widehat{AD} = 3\widehat{AB} = 3 \times 2 = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm



07

사각형 APBO의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle AOB = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$$

따라서 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는

$$360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$$\therefore (\text{색칠한 부채꼴의 호의 길이}) = 2\pi \times 3 \times \frac{240}{360} = 4\pi \text{ (cm)}$$

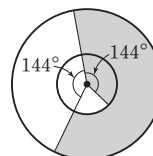
답 ③

08

부채꼴 AOB의 중심각의 크기를 x° 라고 하면

$$2\pi \times 10 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 4 \quad \therefore x = 144$$

이때 색칠한 부분의 일부를 잘라서 옮기면 다음 그림과 같다.



따라서 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 10 cm이고 중심각의 크기가 $360^\circ - 144^\circ = 216^\circ$ 인 부채꼴의 넓이에서 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 $216^\circ - 144^\circ = 72^\circ$ 인 부채꼴의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\begin{aligned}\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= \pi \times 10^2 \times \frac{216}{360} - \pi \times 4^2 \times \frac{72}{360} \\ &= 60\pi - \frac{16}{5}\pi = \frac{284}{5}\pi (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 ①

• 다른 풀이 •

(색칠한 부분의 넓이)

$$\begin{aligned}&= \pi \times 4^2 \times \frac{144}{360} + \left(\pi \times 10^2 \times \frac{216}{360} - \pi \times 4^2 \times \frac{216}{360} \right) \\ &= \frac{32}{5}\pi + \left(60\pi - \frac{48}{5}\pi \right) = \frac{284}{5}\pi (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

09

오른쪽 그림에서 빗금친 부분의 넓이를 구하면

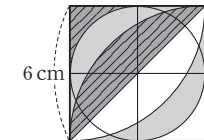
$$\begin{aligned}&\left(3 \times 3 - \pi \times 3^2 \times \frac{1}{4} \right) \\ &\quad + \left(\pi \times 6^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \right)\end{aligned}$$

$$= \left(9 - \frac{9}{4}\pi \right) + (9\pi - 18)$$

$$= \frac{27}{4}\pi - 9 (\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}&\left\{ \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \left(\frac{27}{4}\pi - 9 \right) \right\} \times 2 = \left(27 - \frac{27}{4}\pi \right) \times 2 \\ &= 54 - \frac{27}{2}\pi (\text{cm}^2)\end{aligned}$$



답 $\left(54 - \frac{27}{2}\pi \right) \text{cm}^2$

10

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (39^\circ + 90^\circ) = 51^\circ$
 $\angle BAD = \angle B'AD$ (접은 각), $\angle CAE = \angle C'AE$ (접은 각)이
 고 점 C' 이 $\overline{AD}$ 위에 있으므로

$$\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC = \frac{1}{3}\angle BAC = \frac{1}{3} \times 51^\circ = 17^\circ$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\begin{aligned}\angle ADE &= \angle ABD + \angle BAD \\ &= 39^\circ + 17^\circ = 56^\circ\end{aligned}$$

답 56°

단계	채점 기준	배점
(가)	$\angle BAC$ 의 크기를 구한 경우	30%
(나)	$\angle BAD$ 의 크기를 구한 경우	40%
(다)	$\angle ADE$ 의 크기를 구한 경우	30%

11

$\angle AOB : \angle BOD = \widehat{AB} : \widehat{BD} = 1 : 2$ 이므로

$$\angle AOB = 120^\circ \times \frac{1}{1+2} = 40^\circ$$

$\angle AOC : \angle COD = \widehat{AC} : \widehat{CD} = 7 : 8$ 이므로

$$\angle COD = 120^\circ \times \frac{8}{7+8} = 64^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 120^\circ - (40^\circ + 64^\circ) = 16^\circ$$

답 16°

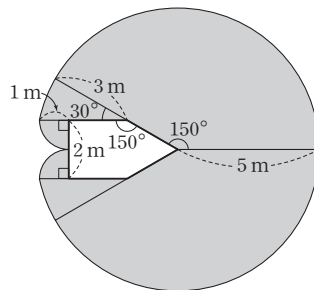
단계	채점 기준	배점
(가)	$\angle AOB$ 의 크기를 구한 경우	40%
(나)	$\angle COD$ 의 크기를 구한 경우	40%
(다)	$\angle BOC$ 의 크기를 구한 경우	20%

12

(1) 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이고, 정사각형의 한 내각의 크기는 90° 이므로

$$\angle x = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

(2) 염소가 움직일 수 있는 최대 영역은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



이때 윗부분에 생기는 영역의 넓이와 아랫부분에 생기는 영역의 넓이가 같으므로 염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$$\begin{aligned}&2 \times \left(\pi \times 5^2 \times \frac{150}{360} + \pi \times 3^2 \times \frac{30}{360} + \pi \times 1^2 \times \frac{90}{360} \right) \\ &= 2 \times \left(\frac{125}{12}\pi + \frac{3}{4}\pi + \frac{1}{4}\pi \right) \\ &= 2 \times \frac{137}{12}\pi = \frac{137}{6}\pi (\text{m}^2)\end{aligned}$$

답 (1) 150° (2) $\frac{137}{6}\pi \text{m}^2$

단계	채점 기준	배점
(1)	$\angle x$ 의 크기를 구한 경우	20%
(2)	염소가 움직일 수 있는 최대 영역을 그림으로 나타낸 경우	20%
	염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이를 구한 경우	60%

III 입체도형

06. 다면체와 회전체

STEP	1	시험에 꼭 나오는 문제			pp.076~077
01 2	02 ④	03 38	04 ④	05 ②	
06 ①	07 ㄱ, ㄷ	08 ⑤	09 ②	10 ⑤	
11 168 cm^2	12 $48\pi\text{ cm}^2$				

01

각 다면체의 면의 개수는 다음과 같다.

오각기둥 : $5+2=7$

칠각기둥 : $7+2=9$

오각뿔 : $5+1=6$

칠각뿔 : $7+1=8$

오각뿔대 : $5+2=7$

육각뿔대 : $6+2=8$

따라서 칠면체는 오각기둥, 오각뿔대의 2개이다.

답 2

BLACKLABEL 특강

필수 원리

다면체의 이름

입체도형	n 각기둥	n 각뿔	n 각뿔대
다면체의 이름	$(n+2)$ 면체	$(n+1)$ 면체	$(n+2)$ 면체

02

① 팔각뿔대는 면의 개수가 $8+2=10$ 이므로 십면체이다.

④ 팔각뿔대의 모서리의 개수는 $3 \times 8=24$ 이다.

⑤ 팔각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2 \times 8=16$ 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

03

주어진 각기둥을 n 각기둥이라 하면

$$2n=18 \quad \therefore n=9$$

즉, 주어진 각기둥은 구각기둥이므로

$$\text{면의 개수는 } 9+2=11 \quad \therefore x=11$$

$$\text{모서리의 개수는 } 3 \times 9=27 \quad \therefore y=27$$

$$\therefore x+y=11+27=38$$

답 38

04

조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 다면체는 각기둥이다.

구하는 다면체를 n 각기둥이라 하면 밑면이 n 각형이므로

조건 (다)에서

$$\frac{n(n-3)}{2}=20, \quad n(n-3)=40=8 \times 5$$

$$\therefore n=8$$

따라서 구하는 다면체는 팔각기둥이다.

답 ④

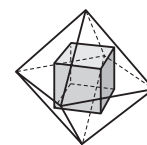
05

② 정사면체는 평행한 면이 없다.

③ 정육면체와 정팔면체의 모서리의 개수는 12로 같다.

④ 면의 모양이 정삼각형인 정다면체는 정사면체, 정팔면체, 정이십면체의 3가지이다.

⑤ 정팔면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 정육면체이다.



따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

BLACKLABEL 특강

참고

정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 입체도형

정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하면 정다면체를 만들 수 있다. 이때 바깥쪽 정다면체의 면의 개수는 안쪽 정다면체의 꼭짓점의 개수와 같다.

	바깥쪽 정다면체	안쪽 정다면체
	정사면체	정사면체
	면이 4개	꼭짓점이 4개
	정육면체	정팔면체
	면이 6개	꼭짓점이 6개
	정팔면체	정육면체
	면이 8개	꼭짓점이 8개
	정십이면체	정이십면체
	면이 12개	꼭짓점이 12개
	정이십면체	정십이면체
	면이 20개	꼭짓점이 20개

06

조건 (가)에서 정 n 각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합이 180° 이므로

$$(\text{한 외각의 크기}) = 180^\circ \times \frac{2}{1+2} = 120^\circ$$

정 n 각형의 한 외각의 크기가 120° 이므로

$$\frac{360^\circ}{n} = 120^\circ \quad \therefore n = 3$$

즉, 구하는 정다면체의 각 면은 정삼각형이므로 조건 (가)를 만족시키는 정다면체는 정사면체, 정팔면체, 정이십면체 중 하나이다.

또한, 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수의 비는

$$\text{정사면체} \Rightarrow 4 : 6 = 2 : 3$$

$$\text{정육면체} \Rightarrow 8 : 12 = 2 : 3$$

$$\text{정팔면체} \Rightarrow 6 : 12 = 1 : 2$$

$$\text{정십이면체} \Rightarrow 20 : 30 = 2 : 3$$

$$\text{정이십면체} \Rightarrow 12 : 30 = 2 : 5$$

이므로 조건 (나)를 만족시키는 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체 중 하나이다.

따라서 구하는 정다면체는 정사면체이다.

답 ①

07

ㄱ. 세 점 B, G, D를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 정삼각형이다.

ㄴ. 네 점 A, E, G, C를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 직사각형이다.

따라서 정육면체의 8개의 꼭짓점 중에서 적어도 세 꼭짓점을 지나는 평면으로 정육면체를 자를 때 생기는 단면의 모양은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ㄱ, ㄴ

08

주어진 입체도형은 가운데가 비어 있으므로 회전축에서 떨어져 있는 평면도형을 회전시킨 것이다.

또한, 밑면이 2개이고 뚫린 모양이 원기둥이므로 1회전 시킬 때 주어진 입체도형이 생기는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

09

주어진 그림의 왼쪽 회전체는 오른쪽 도형의 $\overline{BC}$ 를 회전축으로 1회전 시킨 회전체이다.

답 ②

10

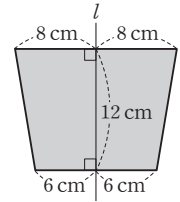
①, ②, ③, ④의 경우 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 크기가 다른 원이고, ⑤의 원기둥을 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 모두 합동인 원이다.

답 ⑤

11

주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원뿔대이다.

이 원뿔대를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같이 윗변의 길이가 16 cm, 아랫변의 길이가 12 cm, 높이가 12 cm인 사다리꼴이다.



$$\begin{aligned} \therefore (\text{단면의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (16 + 12) \times 12 \\ &= 168(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

답 168 cm^2

12

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 옆면인 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi l \times \frac{120}{360} = 2\pi \times 4 \quad \therefore l = 12$$

따라서 원뿔의 모선의 길이는 12 cm이므로 옆면인 부채꼴의 넓이는

$$\pi \times 12^2 \times \frac{120}{360} = 48\pi(\text{cm}^2)$$

답 $48\pi \text{ cm}^2$

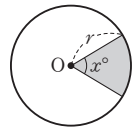
BLACKLABEL 특강

필수 개념

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이가 r , 부채꼴의 중심각의 크기가 x° 일 때

$$(1) (\text{부채꼴의 호의 길이}) = 2\pi r \times \frac{x}{360}$$

$$(2) (\text{부채꼴의 넓이}) = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$$



STEP

2

A등급을 위한 문제

pp.078~084

01 ②	02 ②	03 16	04 36	05 12
06 사각기둥	07 ㄱ, ㄴ	08 ④	09 60 cm	10 ㄴ, ㄷ
11 ⑤	12 ③	13 60	14 48	15 ①, ④
16 ②	17 60°	18 점 B, 점 G		19 ㄱ, ㄴ, ㄷ
20 1	21 40 cm	22 ③, ⑤	23 ㄱ, ㄴ, ㄷ	24 ③
25 ②	26 ②	27 ④	28 풀이 참조	29 ②
30 $26 + 4\pi$	31 $40\pi \text{ cm}^2$	32 3	33 ②	34 ⑤
35 $(14 + \frac{48}{5}\pi) \text{ cm}$	36 $20\pi \text{ cm}^2$	37 ③	38 ③	
39 ⑤				

01

$$A = 2 \times 3 = 6$$

$$B = 3 \times 5 = 15$$

$$C=6+1=7$$

$$D=2 \times 7=14$$

$$\therefore A < C < D < B$$

답 ②

02

주어진 그림의 다면체의 모서리는 모두 12개이고
각 다면체의 모서리의 개수는 다음과 같다.

- ① 삼각뿔 : 6
- ② 육각뿔 : 12
- ③ 사각기둥 : 12
- ④ 오각기둥 : 15
- ⑤ 육각뿔대 : 18

즉, 주어진 그림의 다면체와 모서리의 개수가 같은 다면체는 ② 육각뿔, ③ 사각기둥이고 이들의 면의 개수는 다음과 같다.

- ② 육각뿔 : $6+1=7$
- ③ 사각기둥 : $4+2=6$

따라서 구하는 다면체는 ② 육각뿔이다.

답 ②

03

주어진 다면체의 밑면을 n 각형이라 하면

$$180^\circ \times (n-2) = 1080^\circ$$

$$n-2=6 \quad \therefore n=8$$

즉, 주어진 다면체의 밑면은 팔각형이다.

이때 옆면의 모양이 삼각형인 다면체는 각뿔이므로 주어진 다면체는 팔각뿔이다.

따라서 구하는 모서리의 개수는

$$2 \times 8 = 16$$

답 16

04

m 각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 두 다면체 중에서
서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체는 m 각뿔대이다.

이때 모서리의 개수가 $33n=3 \times 11n$ 인 각뿔대는 $11n$ 각뿔대이므로

$$m=11n \quad \dots\dots ㉠$$

또한, $11n$ 각뿔대의 면의 개수가 $9n+8$ 이므로

$$11n+2=9n+8, \quad 2n=6$$

$$\therefore n=3, \quad m=11n=11 \times 3=33 \quad (\because ㉠)$$

따라서 $m=33, n=3$ 이므로

$$m+n=33+3=36$$

답 36

05

주어진 사각뿔대를 네 점 K, L, M, N을 지나는 평면으로 자를 때 생기는 큰 다면체는 칠면체이고, 작은 다면체는 오면체이다.

따라서 구하는 면의 개수의 합은

$$7+5=12$$

답 12

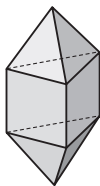
BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

큰 다면체의 면은 면 KLCD, 면 CGHD, 면 LNFGC, 면 NFEM, 면 KMEHD, 면 EFGH, 면 MNLK의 7개이고, 작은 다면체의 면은 면 ABLK, 면 BNL, 면 MNLK, 면 AMK, 면 MNBA의 5개이다.

06

주어진 정사각형 3개와 정삼각형 6개를 모두 사용하여 만들 수 있는 구면체는 오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 같은 삼각뿔, 삼각기둥, 삼각뿔이 차례대로 붙어 있는 모양이다.



이 구면체의 꼭짓점의 개수는 8이므로 구하는 각기둥을 n 각기둥이라 하면

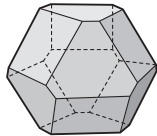
$$2n=8 \quad \therefore n=4$$

따라서 구하는 각기둥은 사각기둥이다.

답 사각기둥

07

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 십사면체이다.



ㄱ. 각 꼭짓점에 모인 면은 정사각형 1개, 육각형 2개로 3개씩이다.

ㄴ. 각 모서리에 모인 면이 2개씩이므로 모서리의 개수는
(모든 다각형의 변의 개수의 합)

$$\frac{2}{2} = \frac{4 \times 6 + 6 \times 8}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

ㄷ. 각 꼭짓점에 모인 면이 3개씩이므로 꼭짓점의 개수는
(모든 다각형의 꼭짓점의 개수의 합)

$$\frac{3}{3} = \frac{4 \times 6 + 6 \times 8}{3} = \frac{72}{3} = 24$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄷ

BLACKLABEL 특강

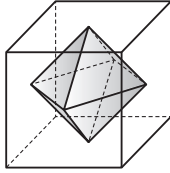
교과 외 지식

목제주령구

1975년 3월부터 1976년 12월까지 경주 월지를 발굴, 조사하던 중 1만 5천여 점에 이르는 많은 유물이 출토되었는데, 십사면체 주사위인 목제주령구도 이때 출토되었다. 연못 바닥의 뿔 속에서 발견된 이 주사위는 참나무로 만들어졌으며 높이가 4.8 cm이고, 사각형 6개와 육각형 8개로 이루어져 있다. 그리고 각 면에는 여러 가지 별칭이 적혀 있다.

08

정육면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하면 오른쪽 그림과 같이 정팔면체가 만들어진다.



- ① 정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6이다.
 - ② 정팔면체의 면의 개수는 8이다.
 - ③ 정팔면체의 모서리의 개수는 12이다.
 - ④ 정팔면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 4이다.
 - ⑤ 정팔면체의 마주 보는 평면은 서로 평행하다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

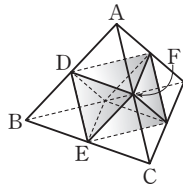
BLACKLABEL 특강 참고

정다면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 처음 정다면체의 면의 개수만큼의 꼭짓점을 갖는 정다면체이다.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| (1) 정사면체 $\Rightarrow$ 정사면체 | (2) 정육면체 $\Rightarrow$ 정팔면체 |
| (3) 정팔면체 $\Rightarrow$ 정육면체 | (4) 정십이면체 $\Rightarrow$ 정이십면체 |
| (5) 정이십면체 $\Rightarrow$ 정십이면체 | |

09

정사면체의 각 모서리의 중점을 연결하여 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.



이때 정사면체의 한 모서리의 길이가 10 cm 이므로 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC의 각 변의 중점 D, E, F에 대하여

$$\overline{DE} = \overline{BD} = \overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 5(\text{cm})$$

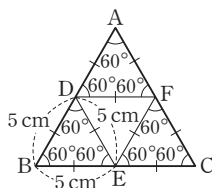
따라서 구하는 입체도형은 한 모서리의 길이가 5 cm인 정팔면체이고, 정팔면체의 모서리의 개수는 12이므로 모든 모서리의 길이의 합은

$$5 \times 12 = 60(\text{cm})$$

답 60 cm

BLACKLABEL 특강 풀이 첨삭

정삼각형 ABC의 각 변의 중점 D, E, F에 대하여 삼각형 BED에서 $\overline{BD} = \overline{BE} = 5 \text{ cm}$ 이므로 삼각형 BED는 이등변삼각형이고 $\angle DBE = 60^\circ$ 이므로 $\angle BDE = \angle BED = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$ 즉, 삼각형 BED는 정삼각형이다. 같은 방법으로 삼각형 ADF, ECF도 정삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{DF} = 5 \text{ cm}$ 이다.



10

주어진 그림의 (가)~(매)가 설명하는 정다면체의 이름과 각 정다면체의 면, 꼭짓점, 모서리의 개수 a, b, c 및 $a+b-c, a+b+c$ 의 값을 각각 구하면 다음 표와 같다.

	(가)	(나)	(다)	(라)	(매)
정사면체	정팔면체	정이십면체	정육면체	정십이면체	
면의 개수 a	4	8	20	6	12
꼭짓점의 개수 b	4	6	12	8	20
모서리의 개수 c	6	12	30	12	30
$a+b-c$	2	2	2	2	2
$a+b+c$	14	26	62	26	62

ㄱ. b 의 값이 가장 큰 것은 (매)이고, 정십이면체이다.

ㄴ. $a+b-c=2$ 로 모두 같다.

ㄷ. $a+b+c$ 의 값은 (나) 정팔면체와 (라) 정육면체가 26으로 같고,

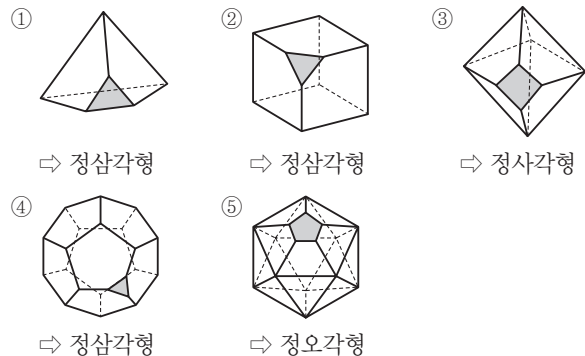
(다) 정이십면체와 (매) 정십이면체가 62로 같다. 즉, (나)와 (라), (다)와 (매)의 두 쌍이 존재한다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄴ, ㄷ

11

정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 각각 3, 3, 4, 3, 5이므로 주어진 조건을 만족시키는 단면의 모양은 다음 그림과 같다.



$\Rightarrow$ 정삼각형

$\Rightarrow$ 정삼각형

$\Rightarrow$ 정사각형

$\Rightarrow$ 정삼각형

$\Rightarrow$ 정오각형

따라서 바르게 짝 지어진 것은 ⑤이다.

답 ⑤

BLACKLABEL 특강 참고

한 모서리를 자를 때마다 단면의 꼭짓점이 생기는 것을 확인할 수 있다. 정다각형의 각 꼭짓점에 모인 면의 개수는 각 꼭짓점에 모인 모서리의 개수와 같으므로 겨냥도 대신 이 성질을 이용해도 된다.

12

꼭짓점의 개수를 v , 모서리의 개수를 e , 면의 개수를 f 라 하자.

(i) 정사면체

$$v=4, e=6, f=4 \text{이므로}$$

$$(가) \frac{2}{3}e = \frac{2}{3} \times 6 = 4 = v$$

$$(나) e : f = 6 : 4 = 3 : 2 \neq 5 : 2$$

$$(다) v + f - e = 4 + 4 - 6 = 2$$

(ii) 정육면체

$$v=8, e=12, f=6 \text{이므로}$$

$$(가) \frac{2}{3}e = \frac{2}{3} \times 12 = 8 = v$$

$$(나) e : f = 12 : 6 = 2 : 1 \neq 5 : 2$$

$$(다) v + f - e = 8 + 6 - 12 = 2$$

(iii) 정팔면체

$$v=6, e=12, f=8 \text{이므로}$$

$$(가) \frac{2}{3}e = \frac{2}{3} \times 12 = 8 \neq v$$

$$(나) e : f = 12 : 8 = 3 : 2 \neq 5 : 2$$

$$(다) v + f - e = 6 + 8 - 12 = 2$$

(iv) 정십이면체

$$v=20, e=30, f=12 \text{이므로}$$

$$(가) \frac{2}{3}e = \frac{2}{3} \times 30 = 20 = v$$

$$(나) e : f = 30 : 12 = 5 : 2$$

$$(다) v + f - e = 20 + 12 - 30 = 2$$

(v) 정이십면체

$$v=12, e=30, f=20 \text{이므로}$$

$$(가) \frac{2}{3}e = \frac{2}{3} \times 30 = 20 \neq v$$

$$(나) e : f = 30 : 20 = 3 : 2 \neq 5 : 2$$

$$(다) v + f - e = 12 + 20 - 30 = 2$$

(i)~(v)에서 조건 (가)를 만족시키는 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체의 3개이므로 $a=3$

조건 (나)를 만족시키는 정다면체는 정십이면체의 1개이므로 $b=1$

조건 (다)는 모든 정다면체가 만족시키므로 $c=5$

$$\therefore a+b+c=3+1+5=9$$

답 ③

BLACKLABEL 특강

참고

다면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수 사이의 관계

다면체의 꼭짓점의 개수를 v , 모서리의 개수를 e , 면의 개수를 f 라 하면

$$v - e + f = 2$$

가 항상 성립한다. 이 공식을 이용하여 문제의 세 조건을 모두 만족시키는 정다면체를 구할 수 있다.

$$\text{조건 (가)에서 } v = \frac{2}{3}e \quad \dots\dots ㉠$$

$$\text{조건 (나)에서 } e : f = 5 : 2 \text{이므로 } 5f = 2e \quad \therefore f = \frac{2}{5}e \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 $v - e + f = 2$ 에 대입하면

$$\frac{2}{3}e - e + \frac{2}{5}e = 2, \quad \frac{1}{15}e = 2 \quad \therefore e = 30$$

따라서 $f = \frac{2}{5} \times 30 = 12$ 이므로 구하는 정다면체는 정십이면체이다.

13

정이십면체의 한 꼭짓점에서 하나의 정오각형이 만들어지고 정이십면체의 꼭짓점이 12개이므로 정오각형인 면은 총 12개가 만들어진다.

이때 이들 정오각형에 의해 정이십면체의 각 면에서 정육각형이 만들어지는데 이 정육각형의 꼭짓점은 정오각형의 꼭짓점들과 완전히 겹쳐진다.

따라서 축구공 모양의 입체도형의 꼭짓점의 개수는

$$12 \times 5 = 60$$

답 60

14

색칠된 면이 1개인 작은 정육면체는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 한 면에 놓인 16개 중 안쪽에 놓여 있는 4개이다.

이와 같은 경우는 큰 정육면체의 6개의 면마다 4개씩 존재하므로 색칠된 면이 1개인 작은 정육면체의 개수는

$$a = 6 \times 4 = 24$$

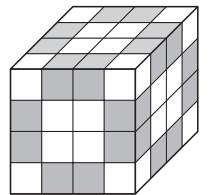
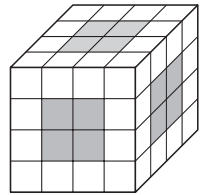
색칠된 면이 2개인 작은 정육면체는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 한 모서리에 놓인 4개 중 안쪽에 놓여 있는 2개이다.

이와 같은 경우는 큰 정육면체의 12개의 모서리마다 2개씩 존재하므로 색칠된 면이 2개인 작은 정육면체의 개수는

$$b = 12 \times 2 = 24$$

$$\therefore a + b = 24 + 24 = 48$$

답 48



BLACKLABEL 특강

참고

색칠된 면이 3개인 작은 정육면체는 큰 정육면체의 각 꼭짓점에 놓여 있는 1개씩이다. 이와 같은 경우는 큰 정육면체의 8개의 꼭짓점마다 1개씩 존재하므로 색칠된 면이 3개인 작은 정육면체의 개수는 8이다.

또한, 색칠된 면이 4개인 작은 정육면체는 없고, 색칠된 면이 하나도 없는 작은 정육면체는 큰 정육면체의 내부에 존재하는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

이상에서 작은 정육면체의 총 개수는

$$24 + 24 + 8 + 8 = 64 \text{임을 확인할 수 있다.}$$

15

주어진 전개도로 만들어지는 정다면체

는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.

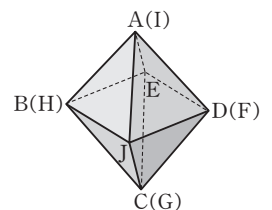
이때 $\overline{IE}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{BJ}$, $\overline{DJ}$ 이다.

① $\overline{AJ}$ 는 $\overline{IE}$ 와 한 점에서 만난다.

④ $\overline{CJ}$ 는 $\overline{IE}$ 와 평행하다.

따라서 $\overline{IE}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리가 아닌 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④



겨냥도

일반적으로 겨냥도를 그릴 때는 입체도형의 모양을 잘 알아볼 수 있도록 하기 위하여 보이는 모서리는 실선으로, 보이지 않는 모서리는 점선으로 그린다.

16

정팔면체의 모서리의 개수는 12이므로

$$a=12$$

정십이면체의 꼭짓점의 개수는 12이므로

$$b=12$$

또한, 정십이면체의 모서리의 개수는 30

이고 정십이면체의 모서리를 잘라 오른쪽

그림과 같은 전개도를 만들려면 11개의

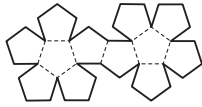
모서리는 자르지 않아야 하므로 잘라야 하는 모서리의 개수는

$$30 - 11 = 19$$

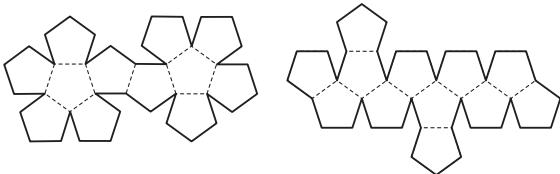
따라서 $a=12$, $b=12$, $c=19$ 이므로

$$a+b-c=12+12-19=5$$

답 ②



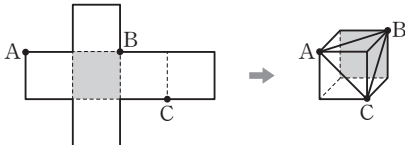
다면체의 각 면을 펼쳐 한 평면 위에 펴 놓은 모양을 나타내는 '전개도'는 자르는 모서리에 따라 다양한 모양으로 나타나지만 반드시 모든 면이 연결되어 있어야 한다. 이를 거꾸로 생각하면 면의 개수가 n 개인 다면체의 전개도를 만들기 위해 $(n-1)$ 개의 모서리는 자르지 않아야 한다.



따라서 주어진 문제에서 정십이면체의 면이 12개이므로 12개의 각 면을 서로 이어 주는 모서리 $12 - 1 = 11$ (개)는 자르지 않아야 한다.

17

주어진 전개도로 만들어지는 정육면체는 다음 그림과 같다.



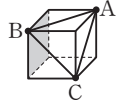
이때 정육면체를 이루는 각 면은 모두 합동인 정사각형이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 는 각각 합동인 정사각형의 대각선이므로 그 길이가 모두 서로 같다. 즉, 삼각형 ABC는 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.

따라서 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이므로

$$\angle ABC = 60^\circ$$

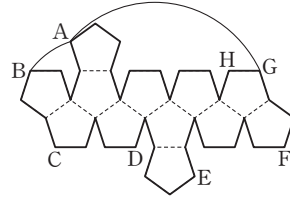
답 60°

주어진 전개도를 반대로 접어도 그 결과는 같다.



18

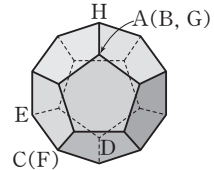
꼭짓점 A와 만나는 점을 선으로 연결하면 다음 그림과 같다.



따라서 꼭짓점 A와 만나는 점은 점 B와 점 G이다.

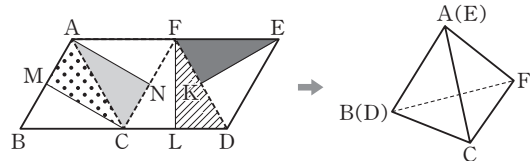
답 점 B, 점 G

주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정십이면체이다.



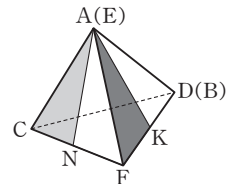
19

각 점 A, B, C, D, E, F와 M, N, L, K를 정하고 색칠된 면이 정사면체의 겉면이 되도록 접으면 다음 그림과 같다.

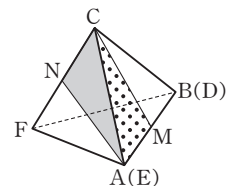


색칠된 면으로부터 겨냥도를 생각하여 다음과 같이 판단할 수 있다.

ㄱ. 면 ACF와 면 DEF가 보이는 겨냥도이고, 이때 두 변 AF, FE가 만나므로 오른쪽 그림과 같다.

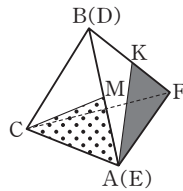


ㄴ. 면 ABC와 면 ACF가 보이는 겨냥도이고, 이때 변 AC를 공유하므로 오른쪽 그림과 같다.

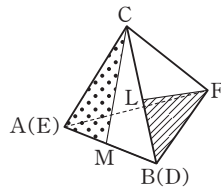


ㄷ. 면 ABC와 면 DEF가 보이는 겨냥도이므로 주어진 그림과 같은 겨냥도는 만들어지지 않는다.

면 ABC, 면 DEF가 보이도록 정사면체를 만들면 두 변 AB, DE가 만나므로 오른쪽 그림과 같다.



ㄹ. 면 ABC와 면 CDF가 보이는 겨냥도이고, 이때 두 변 BC, CD가 만나므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 주어진 전개도로 만들 수 있는 정사면체는 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

BLACKLABEL 특강

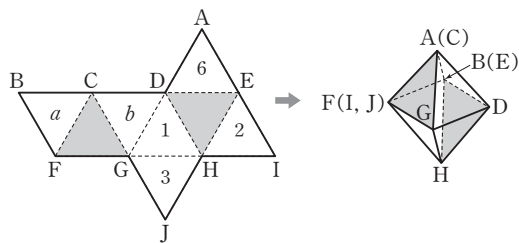
오답 피하기

전개도의 각 면의 색이 칠해진 모양이 모두 다르기는 하지만 색이 칠해진 면이 정사면체의 겉면이 되도록 접은 결과를 상상만으로 파악하여 만들어지는 정사면체를 찾기 어렵다.

따라서 각 면의 꼭짓점과 색이 칠해진 부분을 나타낼 수 있는 지점의 이름을 각각 정하고 주어진 겨냥도에서 보이는 면이 어떤 두 면인지를 찾은 다음, 색이 칠해진 모양과 방향이 바른지를 파악하면 잘못 찾는 실수를 줄일 수 있다.

20

주어진 전개도로 만들어지는 정팔면체 모양의 주사위는 다음 그림과 같다.



평행한 두 면 ADE, GJH의 눈의 수의 합은 $6+3=9$

평행한 두 면 BCF, DGH의 눈의 수의 합은 $a+1=9 \quad \therefore a=8$

평행한 두 면 CGD, EHI의 눈의 수의 합은 $b+2=9 \quad \therefore b=7$

$\therefore a-b=8-7=1$

답 1

21 해결단계

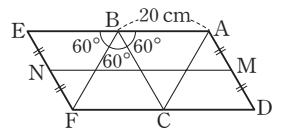
① 단계	정팔면체의 전개도의 일부를 이용하여 개미의 최단 이동 경로를 나타낸다.
② 단계	개미의 이동 거리를 구한다.

주어진 정팔면체의 전개도의 일부를 이용하여 오른쪽 그림과 같이 개미의 이동 경로를 나타낼 때, 최단 이동 경로는 $\overline{MN}$ 이다.

따라서 개미의 이동 거리는

$$\overline{MN} = \overline{AE} = 2\overline{AB} = 2 \times 20 = 40(\text{cm})$$

답 40 cm



BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

두 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{EF}$ 의 중점이므로 사각형 ENMA는 평행사변형이다.

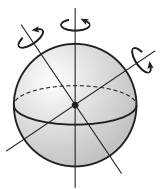
22

③ 구의 중심을 지나는 직선은 모두 회전축이 되므로 구의 회전축은 무수히 많다.

⑤ 구의 전개도는 그릴 수 없다.

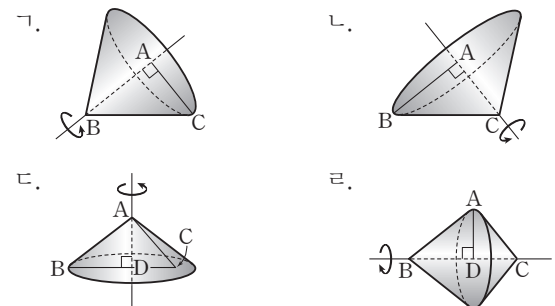
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤



23

주어진 직선을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음 그림과 같다.



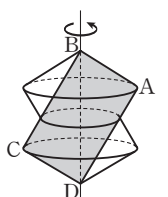
따라서 원뿔을 만드는 회전축이 될 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

24

직사각형 ABCD를 대각선 BD를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.

답 ③

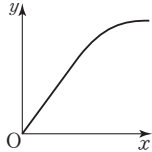


25

주어진 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같이 원기둥 위에 폭이 점점 넓어지는 원뿔대가 없어진 꼴이다.

이때 원기둥 부분에서는 물의 높이가 일정하게 증가하고, 폭이 점점 넓어지는 원뿔대 부분에서는 물의 높이가 점점 느리게 증가한다.

따라서 경과 시간 x 에 따른 물의 높이 y 사이의 관계를 나타낸 그래프의 개형은 다음 그림과 같다.

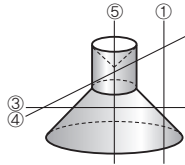


답 ②

26

직각삼각형 ABC를 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같고, ①, ③, ④, ⑤는 각각 그림과 같은 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이다.

따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ②이다.



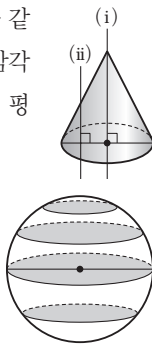
답 ②

27

④ 원뿔을 밑면과 수직인 평면으로 자를 때, (i)과 같이 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 삼각형이지만 (ii)와 같이 회전축을 포함하지 않는 평면으로 자른 단면은 삼각형이 아니다. ($\triangle$)

⑤ 구를 한 평면으로 자를 때, 어느 방향으로 잘라도 단면은 항상 원이다. 이때 단면인 원의 반지름이 길수록 그 넓이도 커지므로 단면의 넓이가 가장 크도록 자려면 구의 중심을 지나는 평면으로 잘라야 한다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.



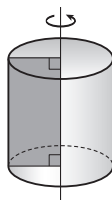
답 ④

28

조건 (가)를 만족시키는 경우는 다음의 두 가지이다.

(i) 정사각형을 반으로 접은 모양의 직사각형을 회전시킬 때

오른쪽 그림과 같이 밑면의 지름과 높이가 같은 원기둥으로, 이 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 정사각형이다.



하지만 오른쪽 그림과 같이 이 회전체를 회전축과 수직인 평면으로 자른 단면은 모두 합동인 원이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

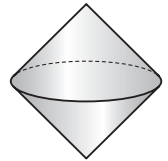
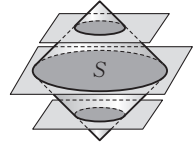
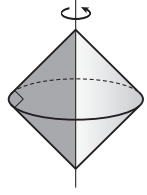
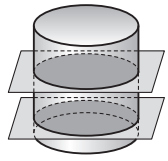
(ii) 정사각형을 대각선을 접는 선으로 하여 접은 모양의 삼각형을 회전시킬 때

오른쪽 그림과 같이 밑면이 합동인 두 원뿔의 밑면을 붙여 놓은 모양의 회전체이고, 이 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 정사각형이다.

또한, 오른쪽 그림과 같이 회전체와 수직인 평면으로 자른 단면 중 가장 큰 단면 S를 제외하면 S의 아래와 위에서 각각 한 쌍의 합동인 단면이 존재한다.

(i), (ii)에서 주어진 조건을 모두 만족시키는 회전체를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

답 풀이 참조



29

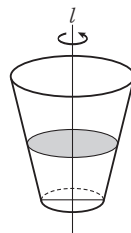
주어진 평행사변형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.

ㄱ. 원뿔대의 두 밑면은 서로 합동이 아니다.

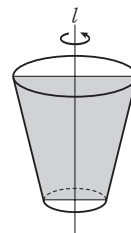
ㄴ. 원뿔대를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 원이다.

ㄷ. 원뿔대를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 사다리꼴이다.

ㄹ.



ㄷ.



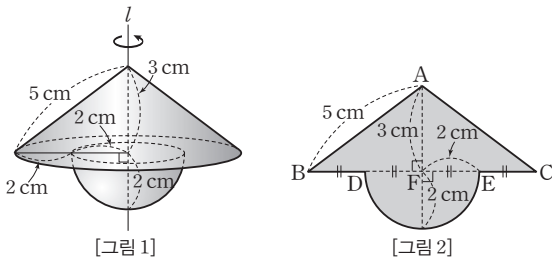
ㄹ. 원뿔대의 전개도에서 옆면의 모양은 잘린 부채꼴이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ②

30

주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 [그림 1]과 같고, 이 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 [그림 2]와 같다.

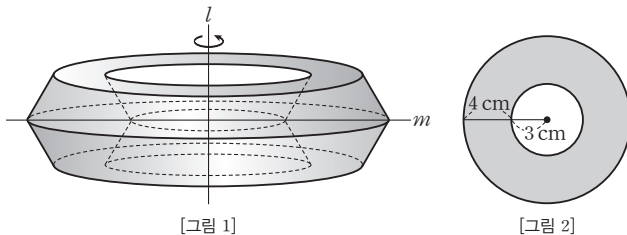


[그림 2]의 둘레의 길이는
 $a = \overline{AB} + \overline{BD} + \widehat{DE} + \overline{EC} + \overline{CA}$
 $= 5 + 2 + \frac{1}{2} \times (2\pi \times 2) + 2 + 5$
 $= 14 + 2\pi(\text{cm})$
 [그림 2]의 넓이는
 $b = (\triangle ABC \text{의 넓이}) + (\text{반원의 넓이})$
 $= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AF} + \frac{1}{2} \times (\pi \times \overline{DF}^2)$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 + \frac{1}{2} \times (\pi \times 2^2)$
 $= 12 + 2\pi(\text{cm}^2)$
 $\therefore a + b = (14 + 2\pi) + (12 + 2\pi) = 26 + 4\pi$

답 26 + 4π

31

주어진 정육각형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 [그림 1]과 같고, 이 회전체를 회전축에 수직인 직선 m 을 포함하는 평면으로 자른 단면은 [그림 2]와 같다.

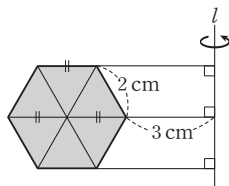


따라서 구하는 단면의 넓이는
 $\pi \times 7^2 - \pi \times 3^2 = 49\pi - 9\pi$
 $= 40\pi(\text{cm}^2)$

답 40π cm²

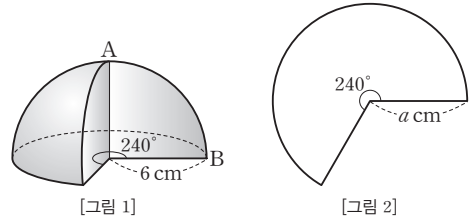
BLACKLABEL 특강 풀이 첨삭

정육각형의 한 변의 길이가 2 cm이고 직선 m 은 이 정육각형의 가장 긴 대각선을 포함하는 직선이다.
 즉, 오른쪽 그림과 같이 직선 m 이 정육각형의 해 잘린 선분의 길이는 정육각형의 가장 긴 대각선이고, 그 길이는 $2 + 2 = 4(\text{cm})$ 이다.



32

주어진 부채꼴 AOB를 반지름 AO를 회전축으로 하여 240°만큼 회전시킨 입체도형은 [그림 1]과 같고, 이 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 [그림 2]와 같이 반지름의 길이가 a cm이고 중심각의 크기가 240°인 부채꼴이다.



주어진 부채꼴 AOB의 넓이는

$$\pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} = 9\pi(\text{cm}^2)$$

[그림 2]의 단면의 넓이는

$$\pi \times a^2 \times \frac{240}{360} = \frac{2}{3}a^2\pi(\text{cm}^2)$$

이때 (단면의 넓이) = $\frac{2}{3} \times$ (부채꼴 AOB의 넓이)이므로

$$\frac{2}{3}a^2\pi = \frac{2}{3} \times 9\pi, a^2 = 9$$

$$\therefore a = 3 (\because a > 0)$$

답 3

33 해결단계

① 단계	회전체의 겨냥도를 그린다.
② 단계	단면의 넓이를 사각형 ABCD의 넓이에 대한 식으로 나타낸다.
③ 단계	AE : ED를 구한다.

정사각형 ABCD를 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다. ($\because \overline{AE} < \overline{ED}$)

이때 직선 l 이 변 BC와 만나는 점을 F라 하면

(사각형 D'C'D의 넓이)

$$= \frac{3}{2} \times (\text{사각형 ABCD의 넓이})$$

에서

$$2 \times (\text{사각형 EFCD의 넓이}) = \frac{3}{2} \times (\text{사각형 ABCD의 넓이})$$

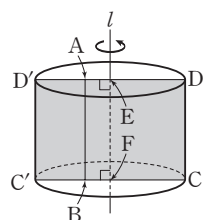
이므로

$$(\text{사각형 EFCD의 넓이}) = \frac{3}{4} \times (\text{사각형 ABCD의 넓이})$$

$$\text{즉, } \overline{CD} \times \overline{ED} = \frac{3}{4} \times \overline{CD} \times \overline{AD} \text{에서}$$

$$\overline{ED} = \frac{3}{4} \overline{AD} = \frac{3}{4} (\overline{AE} + \overline{ED})$$

$$= \frac{3}{4} \overline{AE} + \frac{3}{4} \overline{ED}$$

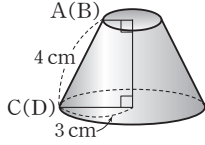


따라서 $\frac{1}{4}\overline{ED} = \frac{3}{4}\overline{AE}$, 즉 $\overline{ED} = 3\overline{AE}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{ED} = \overline{AE} : 3\overline{AE} = 1 : 3$

답 ②

34

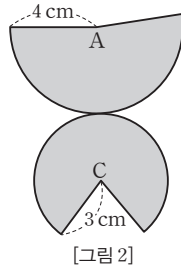
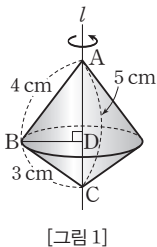
- ① 주어진 전개도로 만들어지는 회전체는
오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.
- ② 모선의 길이는 $\overline{BD}$ 의 길이와 같으므로
4 cm이다.
- ③ 전개도에서 $\overline{CD}$ 의 길이는 반지름의 길이가 3 cm인 원의 둘레
의 길이와 같으므로
 $\overline{CD} = 2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)
- ⑤ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 원이지만 그 크기는 모두 다르다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.



답 ⑤

35

주어진 직각삼각형 ABC를 변 AC를 포함하는 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 [그림 1]과 같고, 이 회전체의 전개도는 [그림 2]와 같다.



[그림 1]의 점 B에서 직선 AC에 내린 수선의 발을 D라 하면 직각삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{12}{5} \text{ (cm)}$$

[그림 2]에서 두 부채꼴의 호의 길이는 모두 [그림 1]에서 D를 중심으로 하고 $\overline{BD}$ 를 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이와 같다.

즉, 중심이 A인 부채꼴의 둘레의 길이는

$$4 + 4 + 2\pi \times \overline{BD} = 8 + \frac{24}{5}\pi \text{ (cm)}$$

중심이 C인 부채꼴의 둘레의 길이는

$$3 + 3 + 2\pi \times \overline{BD} = 6 + \frac{24}{5}\pi \text{ (cm)}$$

따라서 [그림 2]의 둘레의 길이의 합은

$$8 + \frac{24}{5}\pi + 6 + \frac{24}{5}\pi = 14 + \frac{48}{5}\pi \text{ (cm)}$$

답 $\left(14 + \frac{48}{5}\pi\right)$ cm

36

작은 밑면의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 8 cm이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴의 호의 길이와 같다.

작은 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi \times 8 \times \frac{90}{360} = 2\pi r \quad \therefore r = 2$$

즉, 작은 밑면의 반지름의 길이는 2 cm이다.

큰 밑면의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 $8 + 8 = 16$ (cm)이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴의 호의 길이와 같다.

큰 밑면의 반지름의 길이를 R cm라 하면

$$2\pi \times 16 \times \frac{90}{360} = 2\pi R \quad \therefore R = 4$$

즉, 큰 밑면의 반지름의 길이는 4 cm이다.

따라서 두 밑면의 넓이의 합은

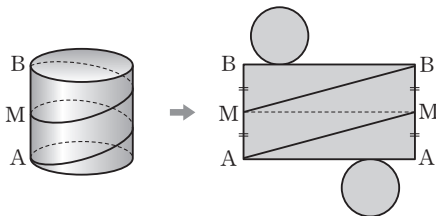
$$\pi \times 2^2 + \pi \times 4^2 = 4\pi + 16\pi = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 $20\pi \text{ cm}^2$

단계	채점 기준	배점
(가)	작은 밑면의 반지름의 길이를 구한 경우	40%
(나)	큰 밑면의 반지름의 길이를 구한 경우	40%
(다)	두 밑면의 넓이의 합을 구한 경우	20%

37

원기둥을 실로 팽팽하게 두 바퀴 감으므로 모선 AB의 중점을 M이라 하면 실이 지나가는 경로는 다음 그림과 같이 점 A에서 점 M까지, 점 M에서 점 B까지 각각 직선으로 나타난다.



따라서 실이 지나가는 경로를 전개도 위에 바르게 나타낸 것은 ③이다.

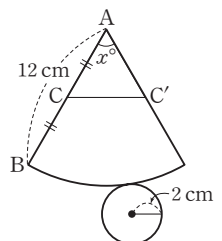
답 ③

38

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 점 C에서 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 다시 점 C로 돌아오는 가장 짧은 선은 $\overline{CC'}$ 이다.

$\angle A = x^\circ$ 라 하면 옆면인 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로

$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 2 \quad \therefore x = 60$$



즉, $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AC} = \overline{AC'}$ 이므로 $\triangle ACC'$ 은 정삼각형이다.

따라서 구하는 선의 길이는

$$\overline{CC'} = \overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

답 ③

39

모선의 길이를 l 이라 하고, 세 원뿔 A, B, C 의 밑면의 지름의 길이를 각각 $2r, 3r, 4r$ 이라 하자.

세 원뿔 A, B, C 의 옆면인 부채꼴의 호의 길이의 합은 반지름의 길이가 l 인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times r + 2\pi \times \frac{3}{2}r + 2\pi \times 2r = 2\pi l$$

$$r + \frac{3}{2}r + 2r = l$$

$$\therefore \frac{9}{2}r = l$$

따라서 원뿔 A 의 밑면의 반지름의 길이가 r , 모선의 길이가

$$l = \frac{9}{2}r \text{이므로 원뿔 } A \text{의 모선의 길이는 원뿔 } A \text{의 밑면의 반지름}$$

의 길이의 $\frac{9}{2}$ 배이다.

답 ⑤

STEP	3	종합 사고력 도전 문제	pp.085~086
01	(1) $3m+2n=30$	(2) 13, 11	02 풀이 참조
03	(1) 32	(2) 4π	04 51 05 486 06 30
07	94	08 12초	

01 해결단계

(1)	① 단계	m, n 사이의 관계를 식으로 나타낸다.
	② 단계	① 단계를 만족시키는 두 자연수 m, n 의 값을 모두 구한다.
(2)	③ 단계	$m+n$ 의 값 중에서 가장 큰 값과 가장 작은 값을 차례대로 구한다.

(1) m 각뿔대의 모서리의 개수는 $3m$, n 각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$ 이므로

$$3m + 2n = 30 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

(2) $m \geq 3, n \geq 3$ 이므로 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는 두 자연수 m, n 의 값은

$$m=4, n=9 \text{ 또는 } m=6, n=6 \text{ 또는 } m=8, n=3$$

따라서 $m+n$ 의 값 중에서 가장 큰 값은 $4+9=13$, 가장 작은 값은 $8+3=11$ 이다.

답 (1) $3m+2n=30$ (2) 13, 11

02 해결단계

① 단계	주어진 전개도로 만들어지는 다면체의 겨냥도를 그린다.
② 단계	다면체의 각 꼭짓점에 모인 면의 개수를 구한다.
③ 단계	정다면체가 되기 위한 조건을 확인하여 주어진 전개도로 만들어지는 다면체가 정다면체가 아닌 이유를 설명한다.

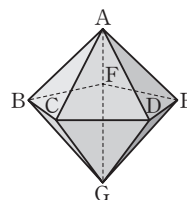
주어진 전개도로 만들어지는 다면체는 오른쪽 그림과 같다.

이때 꼭짓점 A 와 꼭짓점 G 에서 모인 면의 개수는 각각 5이고, 나머지 꼭짓점 B, C, D, E, F 에서 모인 면의 개수는 각각 4이다.

정다면체는 각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같아야 한다. 그런데 이 다면체의 모든 면은 합동인 정삼각형이지만 한 꼭짓점에서 모이는 면의 개수가 모두 같지는 않다.

따라서 주어진 전개도로 만들어지는 다면체는 정다면체가 아니다.

답 풀이 참조



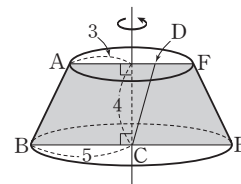
03 해결단계

(1)	① 단계	조건을 만족시키는 회전축의 위치를 구한다.
	② 단계	단면의 넓이를 구한다.
(2)	③ 단계	조건을 만족시키는 회전축의 위치를 구한다.
	④ 단계	한 밑면의 넓이를 구한다.

(1) 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 크려면 선분 AD 에 수직이면서 점 C 를 지나는 직선을 회전축으로 해야 한다.

이때의 회전체는 오른쪽 그림과 같고, 단면은 사다리꼴 $ABEF$ 와 같으므로 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (6+10) \times 4 = 32$$

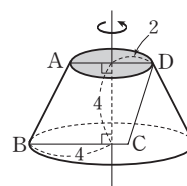


(2) 한 밑면의 넓이가 가장 작으려면 선분 AD 에 수직이면서 선분 AD 의 한가운데 점을 지나는 직선을 회전축으로 해야 한다.

이때의 회전체는 오른쪽 그림과 같고 넓이가 가장 작은 밑면은 선분 AD 를 지름으로 하는 밑면이다. 즉, 반지름의 길이가 $\frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ 인 원이므로 구하는 넓이는

$$\pi \times 2^2 = 4\pi$$

답 (1) 32 (2) 4π



04 해결단계

① 단계	한 직육면체의 꼭짓점의 개수, 모서리의 개수, 면의 개수를 구한다.
② 단계	직육면체 50개를 연결한 입체도형에서 겹치는 꼭짓점의 개수를 구하여 v 의 값을 구한다.
③ 단계	e, f 의 값을 각각 구한다.
④ 단계	$v-e+f$ 의 값을 구한다.

한 직육면체의 꼭짓점은 8개, 모서리는 12개, 면은 6개이다.
 이때 직육면체 50개를 주어진 모양으로 연결한 입체도형에서 겹치는 꼭짓점이 49개이므로 꼭짓점의 개수는

$$50 \times 8 - 49 = 351 \quad \therefore v = 351$$

한편, 직육면체 50개를 연결한 입체도형은 꼭짓점을 연결하였으므로 모서리와 면은 겹치는 부분이 없다.

따라서 모서리의 개수는

$$50 \times 12 = 600 \quad \therefore e = 600$$

면의 개수는

$$50 \times 6 = 300 \quad \therefore f = 300$$

$$\therefore v - e + f = 351 - 600 + 300 = 51$$

답 51

BLACKLABEL 특강

참고

$v - e + f = 2$ 는 구와 연결 상태가 같은 다면체, 즉 볼록한 입체도형일 때만 성립함에 주의하자.

05 해결단계

① 단계	회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 큰 경우를 찾는다.
② 단계	① 단계에서 찾은 단면의 넓이를 이용하여 a 의 값을 구한다.
③ 단계	회전축을 포함하거나 회전축에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 큰 경우를 찾는다.
④ 단계	③ 단계에서 찾은 단면의 넓이를 이용하여 b 의 값을 구한다.
⑤ 단계	$25a - b$ 의 값을 구한다.

만들어지는 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원이다.

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 단면의 넓이가 가장 큰 경우는 직선 BD를 포함하는 평면으로 자를 때이고, 이때 생기는 단면은 $\overline{BD}$ 를 반지름으로 하는 원이다.

삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{BD}$$

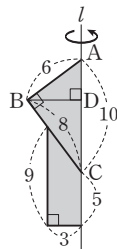
$$\therefore \overline{BD} = \frac{24}{5}$$

즉, 넓이가 가장 큰 단면의 넓이는 $\pi \times \left(\frac{24}{5}\right)^2 = \frac{576}{25}\pi$

$$\therefore a = \frac{576}{25}$$

한편, 만들어지는 회전체를 회전축을 포함하거나 회전축에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 큰 경우는 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때이고, 이때 생기는 단면의 넓이는 주어진 평면도형의 넓이의 2배이다.

즉, 넓이가 가장 큰 단면의 넓이는



$$b = 2 \times \left\{ \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + \frac{1}{2} \times (5+9) \times 3 \right\} \\ = 2 \times (24 + 21) = 90$$

$$\therefore 25a - b = 25 \times \frac{576}{25} - 90 = 576 - 90 = 486$$

답 486

06 해결단계

① 단계	두 다면체의 모서리의 개수의 합이 가장 클 조건을 찾는다.
② 단계	조건을 만족시키도록 정육면체를 잘라 본다.
③ 단계	모서리의 개수의 합이 가장 클 때의 A 의 값을 구한다.

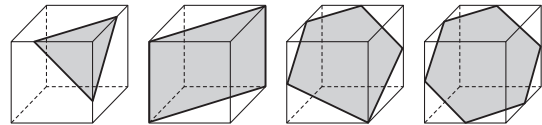
한 평면이 정육면체의 꼭짓점 하나를 지나면서 자를 때는 모서리의 개수의 변화는 없다.

반면, 한 평면이 정육면체의 모서리 하나를 지나면서 자를 때마다 정육면체에서 하나의 모서리였던 것이 나누어진 두 다면체의 모서리가 되어 모서리가 1개씩 늘어난다.

또한, 한 평면과 정육면체의 모서리의 교점이 단면의 꼭짓점이 되므로 한 평면과 정육면체의 모서리의 교점이 많을수록 단면의 변의 개수가 늘어난다.

즉, 정육면체의 모서리를 최대한 많이 지나는 평면으로 자를 때, 두 다면체의 모서리의 개수의 합은 최대가 된다.

이때 정육면체를 한 평면으로 자른 단면의 모양이 될 수 있는 것은 다음의 4가지이다.



따라서 단면이 육각형이 되도록 자를 때, 두 다면체의 모서리의 개수의 합이 크므로 가장 큰 A 의 값은

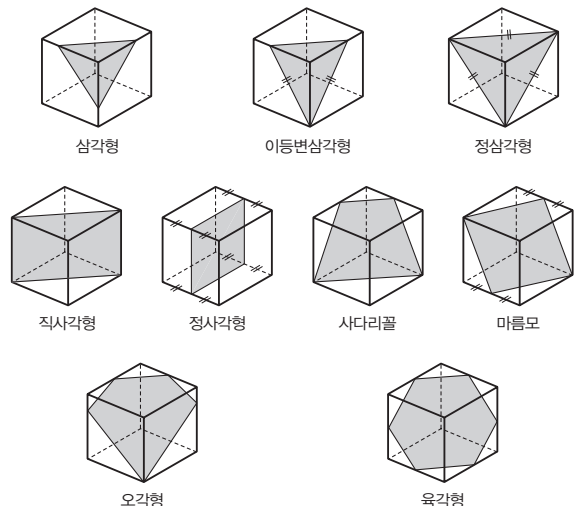
$$(\text{잘리지 않은 모서리의 개수}) + (\text{잘린 모서리의 개수}) \times 2 \\ + (\text{단면의 변의 개수}) \times 2 \\ = 6 + 6 \times 2 + 6 \times 2 = 30$$

답 30

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

정육면체를 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 다음과 같다.



07 해결단계

① 단계	f 의 값을 구한다.
② 단계	e 의 값을 구한다.
③ 단계	v 의 값을 구한다.
④ 단계	$v+e-f$ 의 값을 구한다.

조건을 모두 만족시키는 전개도로 만들어지는 다면체는 정팔각형인 면이 6개, 정사각형인 면이 12개, 정육각형인 면이 8개이므로 면의 개수는

$$f=6+12+8=26$$

한 모서리에서 면이 2개씩 모이므로 모서리의 개수는

$$e=\frac{8 \times 6 + 4 \times 12 + 6 \times 8}{2}=72$$

한 꼭짓점에서 면이 3개씩 모이므로 꼭짓점의 개수는

$$v=\frac{8 \times 6 + 4 \times 12 + 6 \times 8}{3}=48$$

$$\therefore v+e-f=48+72-26=94$$

답 94

08 해결단계

① 단계	원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 구한다.
② 단계	두 개미 A, B가 처음으로 만날 때까지 걸리는 시간을 구한다.
③ 단계	두 개미 A, B가 두 번째로 만날 때까지 걸리는 시간을 구한다.

원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 x° 라 하면

$$2\pi \times 4a \times \frac{x}{360} = 2\pi \times a \quad \therefore x=90$$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 90° 이다.

즉, 주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽

그림과 같고 $\triangle OPP'$ 은 직각이등변

삼각형이므로

$$PP' = OP' = 8 \text{ cm}$$

한편, 두 개미 A, B는 초속 2 cm의

일정한 속력으로 쉬지 않고 움직이므로 개미 A가 점 P에서 출발하여 점 P'까지 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{8}{2}=4$ (초), 개미 B가 점 O

에서 출발하여 점 P'까지 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{8}{2}=4$ (초)이다.

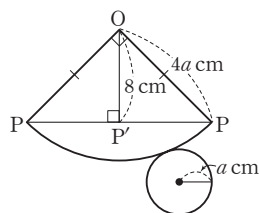
즉, 출발하여 4초 후 두 개미 A, B는 점 P'에서 처음으로 만난다.

이후, 개미 A가 점 P까지 갔다가 다시 점 P'으로 되돌아오는데 걸리는 시간은 $\frac{16}{2}=8$ (초), 개미 B가 점 O까지 갔다가 다시 점 P'으로

로 되돌아오는데 걸리는 시간은 $\frac{16}{2}=8$ (초)이다. 즉, 두 개미 A, B는 점 P'에서 처음으로 만난 지 8초 후에 다시 점 P'에서 만난다.

따라서 두 개미 A, B가 동시에 출발하여 두 번째 만날 때까지 걸리는 시간은 $4+8=12$ (초)이다.

답 12초



07. 입체도형의 겉넓이와 부피

STEP	7	시험에 꼭 나오는 문제	pp.088~089
01 ③	02 ①	03 ④	04 ④
05 $(48\pi+48) \text{ cm}^2$	06 $25\pi \text{ cm}^3$	07 ④	08 ②
09 ②	10 ④	11 ⑤	12 $18\pi \text{ cm}^3, 54\pi \text{ cm}^3$

01

$$(\text{겉넓이}) = (\text{밑넓이}) \times 2 + (\text{옆넓이})$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times (5+8) \times 4 \right\} \times 2 + (4+8+5+5) \times 10$$

$$= 52 + 220$$

$$= 272 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{부피}) = (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times (5+8) \times 4 \right\} \times 10$$

$$= 260 (\text{cm}^3)$$

답 ③

02

원기둥 A의 겉넓이는

$$(\pi \times 4^2) \times 2 + 2\pi \times 4 \times 10 = 32\pi + 80\pi = 112\pi (\text{cm}^2)$$

원기둥 B의 높이를 h cm라 하면 원기둥 B의 겉넓이는

$$(\pi \times 2^2) \times 2 + 2\pi \times 2 \times h = 8\pi + 4\pi h (\text{cm}^2)$$

즉, $112\pi = 8\pi + 4\pi h$ 이므로

$$4\pi h = 104\pi \quad \therefore h=26$$

따라서 원기둥 B의 높이는 26 cm이다.

답 ①

03

원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r = 12\pi \quad \therefore r=6$$

따라서 원기둥의 부피는

$$\pi \times 6^2 \times 5 = 180\pi (\text{cm}^3)$$

답 ④

04

$$(\text{겉넓이}) = (\text{밑넓이}) + (\text{옆넓이})$$

$$= 6 \times 6 + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 5 \right) \times 4$$

$$= 36 + 60 = 96 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$$

$$= \frac{1}{3} \times 6^2 \times 4 = 48 (\text{cm}^3)$$

답 ④

05

주어진 입체도형의 밑면은 반지름의 길이가 6 cm인 반원이므로

$$(\text{밑넓이}) = \frac{1}{2} \times \pi \times 6^2 = 18\pi (\text{cm}^2)$$

잘린 단면을 제외한 옆면은 반지름의 길이가 10 cm, 호의 길이가 $\frac{1}{2} \times 2\pi \times 6 = 6\pi (\text{cm})$ 인 부채꼴이므로 그 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 6\pi = 30\pi (\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{옆넓이}) &= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 + 30\pi \\ &= 48 + 30\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{겉넓이}) &= (\text{밑넓이}) + (\text{옆넓이}) \\ &= 18\pi + (48 + 30\pi) \\ &= 48\pi + 48 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

답 $(48\pi + 48) \text{cm}^2$

BLACKLABEL 특강 필수 개념

부채꼴의 호의 길이와 넓이 사이의 관계

반지름의 길이가 r , 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}rl$$

06

처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm, 높이를 h cm라 하면 원뿔 A의 밑면의 반지름의 길이는 $2r$ cm, 원뿔 B의 높이는 $2h$ cm이므로

$$\begin{aligned} (\text{원뿔 A의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \{\pi \times (2r)^2\} \times h \\ &= \frac{4}{3}\pi r^2 h (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

$$\text{이때 } \frac{4}{3}\pi r^2 h = 50\pi \text{이므로 } r^2 h = \frac{75}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{원뿔 B의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 2h = \frac{2}{3}\pi r^2 h \\ &= \frac{2}{3}\pi \times \frac{75}{2} = 25\pi (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

답 $25\pi \text{cm}^3$

07

주어진 원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로

(겉넓이)

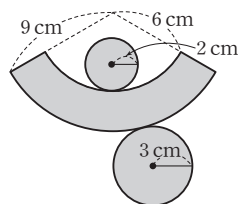
= (작은 밑면의 넓이)

+ (큰 밑면의 넓이) + (옆넓이)

$$= \pi \times 2^2 + \pi \times 3^2 + \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 6\pi - \frac{1}{2} \times 6 \times 4\pi \right)$$

$$= 4\pi + 9\pi + 15\pi = 28\pi (\text{cm}^2)$$

답 ④



08

(사각뿔대의 부피)

$$= \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times 8 - \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times 4$$

$$= 128 - 16 = 112 (\text{cm}^3)$$

답 ②

09

주어진 도형을 1회전 시킬 때 생

기는 회전체는 오른쪽 그림과 같

으므로

(위쪽 밑면의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 - \pi \times 2^2 = 5\pi (\text{cm}^2)$$

(가운데 밑면의 넓이) $= \pi \times 2^2 - \pi \times 1^2$

$$= 3\pi (\text{cm}^2)$$

(아래쪽 밑면의 넓이) $= \pi \times 3^2 - \pi \times 1^2$

$$= 8\pi (\text{cm}^2)$$

(바깥쪽 옆면의 넓이) $= 2\pi \times 3 \times 2$

$$= 12\pi (\text{cm}^2)$$

(안쪽 옆면의 넓이) $= 2\pi \times 2 \times 1 + 2\pi \times 1 \times 1$

$$= 6\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 회전체의 겉넓이는

$$5\pi + 3\pi + 8\pi + 12\pi + 6\pi = 34\pi (\text{cm}^2)$$

한편, 회전체의 부피는

$$\pi \times 3^2 \times 2 - \pi \times 2^2 \times 1 - \pi \times 1^2 \times 1 = 18\pi - 4\pi - \pi$$

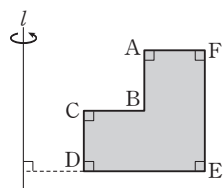
$$= 13\pi (\text{cm}^3)$$

답 ②

BLACKLABEL 특강 참고

회전체의 겉넓이를 구할 때는 회전시키는 도형의 각 변이 회전한 후 생기는 면을 순서대로 고려하면 빠짐없이 중복되지 않게 구할 수 있다.

주어진 문제에서 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 오른쪽 그림과 같이 정하고 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$ 가 각각 회전하여 생기는 면의 넓이를 순서대로 구하면 된다.



10

구의 $\frac{1}{8}$ 을 잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이는 구의 겉넓이의

$\frac{7}{8}$ 과 반지름의 길이가 4 cm인 사분원 3개의 넓이의 합과 같으므로 구하는 겉넓이는

$$\frac{7}{8} \times 4\pi \times 4^2 + \left(\pi \times 4^2 \times \frac{1}{4} \right) \times 3$$

$$= 56\pi + 12\pi$$

$$= 68\pi (\text{cm}^2)$$

답 ④

11

반지름의 길이가 10 cm인 큰 쇠구슬 1개의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

반지름의 길이가 1 cm인 작은 쇠구슬 1개의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times 1^3 = \frac{4}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

따라서 만들 수 있는 작은 쇠구슬의 최대 개수는

$$\frac{4000}{3}\pi \div \frac{4}{3}\pi = \frac{4000}{3}\pi \times \frac{3}{4\pi} = 1000$$

답 ⑤

12

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi, r^3 = 27 = 3^3 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore (\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)},$$

$$(\text{원기둥의 부피}) = (\pi \times 3^2) \times 6 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

답 $18\pi \text{ cm}^3, 54\pi \text{ cm}^3$

• 다른 풀이 •

$$(\text{원뿔의 부피}) : (\text{구의 부피}) : (\text{원기둥의 부피}) = 1 : 2 : 3$$

이므로

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{2} \times (\text{구의 부피}) = \frac{1}{2} \times 36\pi = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)},$$

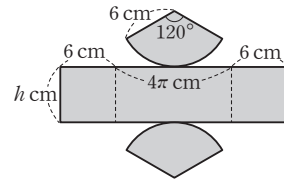
$$(\text{원기둥의 부피}) = 3 \times (\text{원뿔의 부피}) = 3 \times 18\pi = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

STEP	2	A등급을 위한 문제		pp.090~095
01 ④	02 ②	03 ③	04 384 cm^2	05 504 cm^2
06 $(115\pi - 50) \text{ cm}^2$	07 ①	08 $\frac{5}{2}$	09 ③	
10 16 cm^3	11 $5 : 6$	12 ②	13 $56\pi \text{ cm}^2$	14 ④
15 $(4\pi + 504) \text{ cm}^2$	16 ③	17 ②	18 ④	
19 6	20 924	21 $8 : 3$	22 ②	23 320분
24 ③	25 ⑤	26 $\frac{153}{8} \text{ cm}^3$	27 64	
28 6 cm	29 ⑤	30 ②	31 ⑤	32 2
33 ③	34 $\frac{10}{3}\pi \text{ cm}^3$	35 $224\pi \text{ cm}^3$		
36 ③				

01

$$\text{밑면인 부채꼴의 호의 길이는 } 2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} = 4\pi \text{ (cm)}$$

즉, 주어진 입체도형의 전개도는 다음 그림과 같다.



따라서 이 입체도형의 겉넓이는

$$(\text{밑넓이}) \times 2 + (\text{옆넓이})$$

$$= \left(\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} \right) \times 2 + (6 + 4\pi + 6) \times h$$

$$= 24\pi + 4\pi h + 12h \text{ (cm}^2\text{)}$$

이때 겉넓이가 $(44\pi + 60) \text{ cm}^2$ 라 하므로

$$24\pi + 4\pi h + 12h = 44\pi + 60 \text{ 에서}$$

$$4\pi h + 12h = 20\pi + 60$$

$$\pi h + 3h = 5\pi + 15$$

$$\therefore h = 5$$

답 ④

02

주어진 입체도형의 한 밑면은 오른쪽

그림과 같으므로

$$(\text{밑넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times (11 + 5) \times 4 - (2 \times 2)$$

$$= 28 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{바깥쪽 옆넓이}) = (11 + 5 + 5 + 5) \times 8$$

$$= 208 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{안쪽 옆넓이}) = (2 + 2 + 2 + 2) \times 8$$

$$= 64 \text{ (cm}^2\text{)}$$

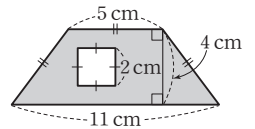
따라서 주어진 입체도형의 겉넓이는

$$(\text{밑넓이}) \times 2 + (\text{바깥쪽 옆넓이}) + (\text{안쪽 옆넓이})$$

$$= 28 \times 2 + 208 + 64$$

$$= 328 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ②



03

페인트를 칠할 때, 지면과 맞닿은 밑면은 칠하지 않으므로 페인트를 칠하게 되는 창고의 겉넓이는 윗부분의 겉넓이와 아랫부분의 겉넓이의 합과 같다.

$$(\text{윗부분의 겉넓이}) = \left(\frac{1}{2} \times \pi \times 5^2 \right) \times 2 + \left(\frac{1}{2} \times 2\pi \times 5 \right) \times 40$$

$$= 25\pi + 200\pi$$

$$= 225\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

$$(\text{아랫부분의 겉넓이}) = (10 + 40 + 10 + 40) \times 2\pi$$

$$= 200\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\therefore (\text{창고의 겉넓이}) = 225\pi + 200\pi = 425\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

따라서 창고의 겉면을 칠하는 데 필요한 페인트 통은
 $425\pi \div 25\pi = 17$ (통)
 이므로 창고의 겉면을 칠하는 데 드는 비용은
 $8000 \times 17 = 136000$ (원)

답 ③

BLACKLABEL 특강 오답 피하기

입체도형의 겉면을 칠하는 것이 아니라 창고의 겉면을 칠하는 것이므로 지면과 맞닿은 창고의 밑면을 겉넓이에 포함시켜 계산하지 않도록 주의한다.

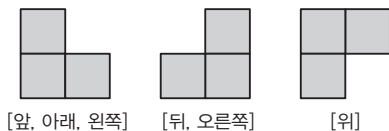
04

한 번 자를 때마다 정사각형 모양의 단면이 2개씩 더 생기므로
 9번 자를 때, 새로 생기는 정사각형 모양의 단면의 개수는
 $2 \times 9 = 18$
 새로 생기는 정사각형 모양의 단면의 넓이의 합은
 $18 \times (4 \times 4) = 288 (\text{cm}^2)$
 따라서 직육면체들의 겉넓이의 합은
 (처음 정육면체의 겉넓이) + (새로 생기는 단면의 넓이의 합)
 $= 6 \times (4 \times 4) + 288 = 384 (\text{cm}^2)$

답 384 cm^2

05

[1단계]에서 보이는 정육면체의 면의 개수는
 $1 \times 6 = 6$
 [2단계]의 입체도형을 앞, 뒤, 위, 아래, 왼쪽, 오른쪽의 6개의 방향에서 바라볼 때의 그림은 다음과 같다.

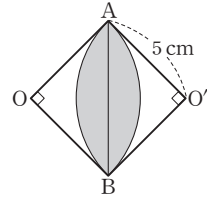


즉, [2단계]에서 보이는 정육면체의 면의 개수는
 $(1+2) \times 6 = 18$
 같은 방법으로 보이는 정육면체의 면의 개수를 구하면
 [3단계] : $(1+2+3) \times 6 = 36$
 [4단계] : $(1+2+3+4) \times 6 = 60$
 [5단계] : $(1+2+3+4+5) \times 6 = 90$
 [6단계] : $(1+2+3+4+5+6) \times 6 = 126$
 이때 정육면체의 한 면의 넓이는 $2^2 = 4 (\text{cm}^2)$ 이므로 [6단계]의 입체도형의 겉넓이는
 $126 \times 4 = 504 (\text{cm}^2)$

답 504 cm^2

06

두 원기둥이 겹쳐진 부분의 입체도형의 밑면은 오른쪽 그림의 어두운 부분과 같으므로



$$\begin{aligned} & (\text{밑넓이}) \\ &= 2 \times \{(\text{부채꼴 AOB의 넓이}) - \triangle AOB\} \\ &= 2 \times \left(\pi \times 5^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \right) \\ &= \frac{25}{2} \pi - 25 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

또한, $\angle AOB = \angle AO'B = 90^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{밑면의 둘레의 길이}) &= 2 \times \left(2\pi \times 5 \times \frac{90}{360} \right) \\ &= 5\pi (\text{cm}) \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{옆넓이}) = 5\pi \times 18 = 90\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 두 원기둥이 겹쳐진 부분의 입체도형의 겉넓이는

$$\begin{aligned} & \left(\frac{25}{2} \pi - 25 \right) \times 2 + 90\pi \\ &= 115\pi - 50 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

답 $(115\pi - 50) \text{ cm}^2$

단계	채점 기준	배점
(가)	입체도형의 밑넓이를 구한 경우	40%
(나)	입체도형의 옆넓이를 구한 경우	40%
(다)	입체도형의 겉넓이를 구한 경우	20%

07

물체를 넣었다가 꺼냈을 때 내려간 수면의 높이를 h cm라 하면 그릇에서 줄어든 물의 부피는

$$\pi \times 8^2 \times h = 64\pi h (\text{cm}^3)$$

또한, 정육면체 모양의 물체의 부피는

$$2^3 = 8 (\text{cm}^3)$$

이때 줄어든 물의 부피는 물체의 부피와 같으므로

$$64\pi h = 8 \quad \therefore h = \frac{1}{8\pi}$$

따라서 수면의 높이는 $\frac{1}{8\pi} \text{ cm}$ 내려간다.

답 ①

08

처음 정육면체의 부피는

$$8 \times 8 \times 8 = 512 (\text{cm}^3)$$

잘라 낸 정육면체 1개의 부피는 $a^3 \text{ cm}^3$

꼭짓점 8개에서 잘라 내므로 남은 입체도형의 부피는

$$512 - 8a^3 (\text{cm}^3)$$

$$\therefore x = 512 - 8a^3$$

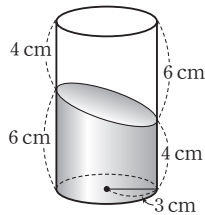
잘린 면을 이동하여 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 처음 정육면체의 겉넓이와 같음을 알 수 있다.
 즉, 잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이는
 $6 \times (8 \times 8) = 384 (\text{cm}^2)$
 $\therefore y = 384$

이때 $x - y = 3$ 이므로
 $(512 - 8a^3) - 384 = 3, 8a^3 = 125$
 $a^3 = \frac{125}{8} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \quad \therefore a = \frac{5}{2}$

답 $\frac{5}{2}$

09

주어진 입체도형과 똑같은 입체도형을 오른쪽 그림과 같이 단면이 꼭 맞게 포개어 지도록 하면 원기둥이 만들어지고, 주어진 입체도형의 잘린 단면을 제외한 겉넓이와 부피는 각각 이 원기둥의 겉넓이와 부피의 $\frac{1}{2}$ 이다. 즉,



$$(\text{겉넓이}) = \frac{1}{2} \times \{(\pi \times 3^2) \times 2 + 2\pi \times 3 \times (6 + 4)\}$$

$$= 39\pi (\text{cm}^2)$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{2} \times \{\pi \times 3^2 \times (6 + 4)\}$$

$$= 45\pi (\text{cm}^3)$$

따라서 $a = 39, b = 45$ 이므로
 $a + b = 84$

답 ③

10

[그림 1]에서 물의 부피는
 $4 \times 4 \times 3 = 48 (\text{cm}^3)$

[그림 1]의 정육면체에서 물이 채워지지 않은 부분의 부피는
 $4 \times 4 \times 1 = 16 (\text{cm}^3)$

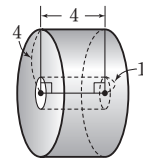
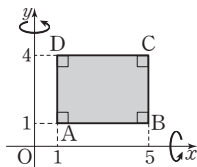
[그림 2]에서 물이 채워지지 않은 부분의 부피는
 $4 \times 4 \times 2 = 32 (\text{cm}^3)$
 이다.

이때 삼각기둥 IEH-JFG의 부피를 V 라 하면 [그림 1], [그림 2]의 전체 부피가 같으므로
 $48 + 16 + V = 48 + 32$
 $\therefore V = 16 (\text{cm}^3)$

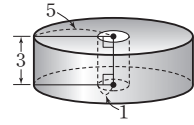
답 16 cm^3

11

사각형 ABCD를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 이를 x 축, y 축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 각각 [그림 1], [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]에서

$$V_x = (\pi \times 4^2 - \pi \times 1^2) \times 4 = 60\pi$$

[그림 2]에서

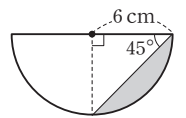
$$V_y = (\pi \times 5^2 - \pi \times 1^2) \times 3 = 72\pi$$

$$\therefore V_x : V_y = 60\pi : 72\pi = 5 : 6$$

답 5 : 6

12

통을 45° 만큼 기울였을 때, 물이 담긴 부분의 밑면은 오른쪽 그림의 어두운 부분과 같으므로 흘러 넘친 물의 양은



$$\left(\pi \times 6^2 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 10$$

$$= (9\pi + 18) \times 10$$

$$= 90\pi + 180 (\text{cm}^3)$$

답 ②

13

원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 (원뿔의 옆넓이) $= \pi \times r \times 10 = 10\pi r (\text{cm}^2)$

원뿔이 $\frac{5}{2}$ 바퀴 회전하여 제자리로 되돌아오므로 반지름의 길이가 10 cm인 원 O의 넓이는 원뿔의 옆넓이의 $\frac{5}{2}$ 배이다. 즉,

$$\frac{5}{2} \times 10\pi r = \pi \times 10^2 \quad \therefore r = 4$$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$$\pi \times 4^2 + \pi \times 4 \times 10 = 56\pi (\text{cm}^2)$$

답 $56\pi \text{ cm}^2$

• 다른 풀이 •

원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r$ cm이다.

이때 원뿔이 $\frac{5}{2}$ 바퀴 회전하여 제자리로 되돌아오므로 반지름의 길이가 10 cm인 원 O의 둘레의 길이는 원뿔의 밑면의 둘레의 길이의 $\frac{5}{2}$ 배이다. 즉,

$$\frac{5}{2} \times 2\pi r = 2\pi \times 10 \quad \therefore r = 4$$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$$\pi \times 4^2 + \pi \times 4 \times 10 = 56\pi (\text{cm}^2)$$

14

조건 (나)에서 대각선의 개수가 2인 평면도형은 사각형이므로
조건 (가)와 (나)에 의하여 이 입체도형의 밑면은 한 변의 길이가
10 cm인 정삼각형이다.

또한, 조건 (다)에서 옆면이 이등변삼각형이므로 주어진 입체도형
은 각뿔이다.

따라서 구하는 입체도형의 겉넓이는

$$\begin{aligned} (\text{밑넓이}) + (\text{옆넓이}) &= 10 \times 10 + \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 14 \right) \times 4 \\ &= 100 + 280 \\ &= 380 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

답 ④

15

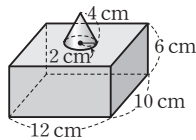
주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로
(겉넓이)

$$= (\text{원뿔의 옆넓이}) + (\text{직육면체의 겉넓이}) - (\text{원뿔의 밑넓이})$$

$$= \pi \times 2 \times 4 + 2 \times (12 \times 10 + 10 \times 6 + 12 \times 6) - \pi \times 2^2$$

$$= 8\pi + 504 - 4\pi$$

$$= 4\pi + 504 (\text{cm}^2)$$



답 $(4\pi + 504) \text{cm}^2$

16

주어진 사다리꼴을 직선 l 을 회전축으로
하여 120° 만큼 회전시킬 때 생기는 입체
도형은 오른쪽 그림과 같고, 이 입체도형
은 원뿔대의 중앙에 원기둥 모양의 구멍이
뚫린 입체도형을 회전축 l 을 포함하고 밑
면에 수직인 평면으로 삼등분한 것 중 하
나와 같으므로

(두 밑면의 넓이의 합)

$$\begin{aligned} &= \left(\pi \times 3^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 1^2 \times \frac{120}{360} \right) \\ &\quad + \left(\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 1^2 \times \frac{120}{360} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{8}{3}\pi + \frac{35}{3}\pi = \frac{43}{3}\pi (\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} (\text{원뿔대 부분의 옆넓이}) &= \pi \times 6 \times 10 \times \frac{120}{360} - \pi \times 3 \times 5 \times \frac{120}{360} \\ &= 20\pi - 5\pi = 15\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

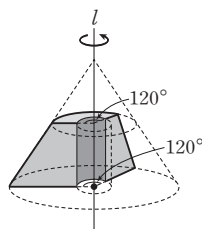
$$(\text{원기둥 부분의 옆넓이}) = \left(2\pi \times 1 \times \frac{120}{360} \right) \times 4 = \frac{8}{3}\pi$$

$$\begin{aligned} (\text{사다리꼴 모양의 옆넓이}) &= \left\{ \frac{1}{2} \times (2+5) \times 4 \right\} \times 2 \\ &= 28 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

따라서 주어진 입체도형의 겉넓이는

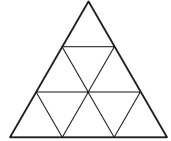
$$\frac{43}{3}\pi + 15\pi + \frac{8}{3}\pi + 28 = 32\pi + 28 (\text{cm}^2)$$

답 ③



17

오른쪽 그림과 같이 정삼각형의 각 변을 삼등
분하는 점을 지나고 각 변에 평행한 선분으로
나누면 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변
의 길이의 $\frac{1}{3}$ 인 작은 정삼각형 9개가 생긴다.



즉, 처음 정사면체의 한 면의 넓이를 S 라 하면 잘라 낸 정사면체
의 한 면의 넓이는 $\frac{1}{9}S$ 이다.

처음 정사면체의 한 면에 대하여 잘라 낸 정삼각형이 3개씩이고,
잘린 단면마다 정삼각형 1개가 생겼으므로 잘라 내고 남은 입체
도형의 겉넓이는

$$A = 4 \times \left(S - 3 \times \frac{1}{9}S \right) + 4 \times \frac{1}{9}S = \frac{28}{9}S$$

한편, 잘라 낸 정사면체 1개의 겉넓이는

$$4 \times \frac{1}{9}S = \frac{4}{9}S$$

모두 4개의 정사면체를 잘라 내었으므로 잘라 낸 정사면체의 겉
넓이의 합은

$$B = 4 \times \frac{4}{9}S = \frac{16}{9}S$$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{28}{9}S \div \frac{16}{9}S = \frac{7}{4}$$

답 ②

18

주어진 전개도를 옆면으로 하는 원뿔대의 큰 밑면의 반지름의 길
이를 r_1 cm라 하면

$$2\pi \times 20 \times \frac{216}{360} = 2\pi r_1 \quad \therefore r_1 = 12$$

작은 밑면의 반지름의 길이를 r_2 cm라 하면

$$2\pi \times 10 \times \frac{216}{360} = 2\pi r_2 \quad \therefore r_2 = 6$$

즉, 원뿔대는 오른쪽 그림과 같다.

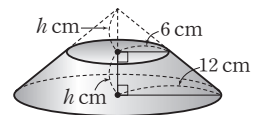
원뿔대의 높이를 h cm라 하면 부피
가 $672\pi \text{ cm}^3$ 이므로

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 2h \right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times h \right) = 672\pi$$

$$84\pi h = 672\pi \quad \therefore h = 8$$

따라서 원뿔대의 높이는 8 cm이다.

답 ④



19

원뿔대의 큰 밑면의 반지름의 길이는 6 m이므로 원뿔대의 부피
를 $V_1 \text{ m}^3$ 라 하면

$$V_1 = \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 4 \right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 \right) = 42\pi$$

원기둥의 부피를 $V_2 \text{ m}^3$ 라 하면

$$V_2 = \pi \times 6^2 \times 7 = 252\pi$$

따라서 $V_1 = \frac{1}{a}V_2$, 즉 $V_2 = aV_1$ 에서

$$252\pi = 42\pi a \quad \therefore a = \frac{252\pi}{42\pi} = 6$$

답 6

20

구하는 회전체는 오른쪽 그림과 같이 원뿔 안에 원뿔 모양의 구멍이 뚫린 입체도형이다.

(i) 바깥쪽 옆면인 반지름의 길이가

20 cm인 부채꼴의 중심각의 크기를 x° 라 하면

$$2\pi \times 20 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 12$$

$$\therefore \frac{x}{360} = \frac{3}{5}$$

따라서 바깥쪽 옆면인 부채꼴의 넓이는

$$\pi \times 20^2 \times \frac{x}{360} = \pi \times 20^2 \times \frac{3}{5} = 240\pi (\text{cm}^2)$$

(ii) 안쪽 옆면인 반지름의 길이가 13 cm인 부채꼴의 중심각의 크기를 y° 라 하면

$$2\pi \times 13 \times \frac{y}{360} = 2\pi \times 12 \quad \therefore \frac{y}{360} = \frac{12}{13}$$

따라서 안쪽 옆면인 부채꼴의 넓이는

$$\pi \times 13^2 \times \frac{y}{360} = \pi \times 13^2 \times \frac{12}{13} = 156\pi (\text{cm}^2)$$

(i), (ii)에서 $a = 240 + 156 = 396$

회전체의 부피는 모선의 길이가 20 cm인 원뿔의 부피에서 모선의 길이가 13 cm인 원뿔의 부피를 뺀 것과 같으므로

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 16 - \frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 5 = 528\pi (\text{cm}^3)$$

$$\therefore b = 528$$

$$\therefore a + b = 396 + 528 = 924$$

답 924

• 다른 풀이 •

회전체의 겹넓이는 두 원뿔의 옆넓이의 합이므로 부채꼴의 다른 넓이 공식을 이용하여 다음과 같이 구할 수도 있다.

밑면의 반지름의 길이가 12 cm, 모선의 길이가 20 cm인 원뿔의 옆면의 넓이는

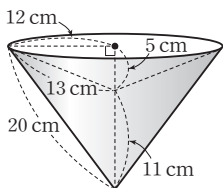
$$\pi \times 12 \times 20 = 240\pi (\text{cm}^2)$$

밑면의 반지름의 길이가 12 cm, 모선의 길이가 13 cm인 원뿔의 옆면의 넓이는

$$\pi \times 12 \times 13 = 156\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 구하는 회전체의 겹넓이는

$$240\pi + 156\pi = 396\pi (\text{cm}^2)$$



21

원뿔의 꼭짓점을 지나고 밑면에 수직인 평면으로 자른 단면에서 오른쪽 그림과 같이 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 정하면

$\triangle ADF$ 와 $\triangle DBE$ 에서

$$\overline{AF} = \overline{DE} = 12 \text{ cm},$$

$$\angle DAF = \angle BDE \text{ (동위각)},$$

$$\angle AFD = \angle DEB = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\triangle ADF \cong \triangle DBE \text{ (ASA 합동)}$$

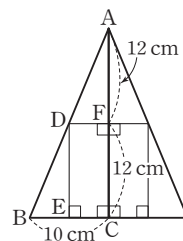
$$\therefore \overline{DF} = \overline{BE} = \overline{EC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 (\text{cm})$$

따라서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 5 cm이므로

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 24 = 800\pi (\text{cm}^3)$$

$$(\text{원기둥의 부피}) = \pi \times 5^2 \times 12 = 300\pi (\text{cm}^3)$$

$$\therefore (\text{원뿔의 부피}) : (\text{원기둥의 부피}) = 800\pi : 300\pi = 8 : 3$$



답 8 : 3

22

삼각형 DEF에서

$$\angle DEF = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

이므로 $\triangle DEF$ 는 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE} = \overline{DF} = 6 \text{ cm}$ 이므로 주어진

평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1

회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같이 똑같은 원기둥 2개 사이에 원

뿔대가 끼어 있는 모양이다.

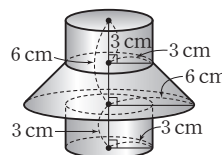
$\therefore$ (회전체의 부피)

$$= 2 \times (\text{원기둥의 부피}) + (\text{원뿔대의 부피})$$

$$= 2 \times (\pi \times 3^2 \times 3) + \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 \right)$$

$$= 54\pi + 63\pi = 117\pi (\text{cm}^3)$$

답 ②



23

5분 동안 넣은 물의 양은

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 10 = \frac{250}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

따라서 1분 동안 넣은 물의 양은

$$\frac{250}{3} \pi \div 5 = \frac{50}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

원뿔 모양의 그릇의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 20^2 \times 40 = \frac{16000}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x 분이라 하면

$$\frac{16000}{3}\pi = \frac{50}{3}\pi x$$

$$\therefore x = \frac{16000}{3}\pi \div \frac{50}{3}\pi = 320$$

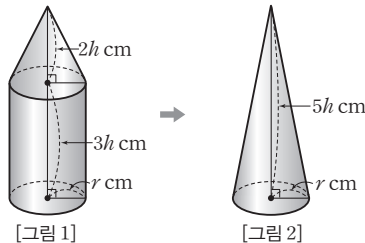
따라서 320분이 걸린다.

(라)
답 320분

단계	채점 기준	배점
(가)	5분 동안 넣은 물의 양을 구한 경우	20%
(나)	1분 동안 넣은 물의 양을 구한 경우	30%
(다)	원뿔 모양의 그릇의 부피를 구한 경우	20%
(라)	빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구한 경우	30%

24

원뿔과 원기둥의 높이를 각각 $2h$ cm, $3h$ cm라 하고, 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 처음 입체도형은 [그림 1], 최대한 큰 원뿔이 되도록 깎아 만든 입체도형은 [그림 2]와 같다.



$$\begin{aligned} ([\text{그림 1}] \text{의 부피}) &= \pi r^2 \times 3h + \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 2h \\ &= \frac{11}{3} \pi r^2 h (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ([\text{그림 2}] \text{의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 5h \\ &= \frac{5}{3} \pi r^2 h (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

이때 [그림 2]의 부피가 [그림 1]보다 18 cm^3 줄어들었으므로

$$\frac{5}{3} \pi r^2 h = \frac{11}{3} \pi r^2 h - 18, \left(\frac{11}{3} - \frac{5}{3} \right) \pi r^2 h = 18$$

$$2\pi r^2 h = 18 \quad \therefore \pi r^2 h = 9$$

따라서 최대한 크게 새로 만든 원뿔, 즉 [그림 2]의 부피는

$$\frac{5}{3} \pi r^2 h = \frac{5}{3} \times 9 = 15 (\text{cm}^3)$$

답 ③

25

$$(\text{그릇의 부피}) = 8 \times 6 \times 4 = 192 (\text{cm}^3)$$

$$(\text{남은 물의 부피}) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6 \right) \times 4 = 32 (\text{cm}^3)$$

$$\therefore (\text{흘러보낸 물의 양}) = 192 - 32 = 160 (\text{cm}^3)$$

답 ⑤

26

삼각뿔 O-EFG에서 $\overline{EF} = \overline{FG} = 3$ cm, $\overline{OF} = 6$ cm이므로

$$\begin{aligned} (\text{삼각뿔 O-EFG의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \right) \times 6 \\ &= 9 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

$$\text{삼각뿔 O-PBQ에서 } \overline{BP} = \overline{BQ} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{3}{2} (\text{cm}),$$

$$\overline{OB} = \overline{BF} = 3 \text{ cm이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{삼각뿔 O-PBQ의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times 3 \\ &= \frac{9}{8} (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

즉, 잘라 낸 삼각뿔대의 부피는

$$9 - \frac{9}{8} = \frac{63}{8} (\text{cm}^3)$$

이때 정육면체의 부피는

$$3 \times 3 \times 3 = 27 (\text{cm}^3)$$

이므로 삼각뿔대를 잘라 내고 남은 입체도형의 부피는

$$27 - \frac{63}{8} = \frac{153}{8} (\text{cm}^3)$$

$$\text{답 } \frac{153}{8} \text{ cm}^3$$

27

삼각뿔 ABDE의 부피를 $V_1 \text{ cm}^3$, 삼각뿔 BCDG의 부피를 $V_2 \text{ cm}^3$, 삼각뿔 BEFG의 부피를 $V_3 \text{ cm}^3$, 삼각뿔 DEGH의 부피를 $V_4 \text{ cm}^3$, 정육면체 ABCD-EFGH의 부피를 $V_5 \text{ cm}^3$ 라 하면 사면체 BGDE의 부피는

$$\begin{aligned} V &= V_5 - (V_1 + V_2 + V_3 + V_4) \\ &= V_5 - 4V_1 \\ &= 4 \times 4 \times 4 - 4 \times \left\{ \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \times 4 \right\} \\ &= 64 - \frac{128}{3} = \frac{64}{3} (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

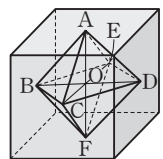
$$\therefore 3V = 3 \times \frac{64}{3} = 64$$

답 64

28 해결단계

① 단계	정팔면체를 이루는 정사각뿔의 부피를 정육면체의 한 모서리의 길이로 나타낸다.
② 단계	정팔면체의 부피를 정육면체의 한 모서리의 길이로 나타낸다.
③ 단계	정육면체의 한 모서리의 길이를 구한다.

주어진 정팔면체는 오른쪽 그림과 같이 사각형 BCDE를 밑면으로 하는 두 정사각뿔 A-BCDE, F-BCDE를 붙여 놓은 것이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 사각형 BCDE의 두 대각선의 교점을 O라 하면



$$\overline{AF} = \overline{BD} = \overline{CE} = a \text{ cm}, \overline{OA} = \overline{OF} = \frac{1}{2} \overline{AF} = \frac{1}{2} a (\text{cm})$$

이때 사각형 BCDE의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{CE} = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2} a^2 (\text{cm}^2)$$

즉, 정사각뿔 A-BCDE의 부피는

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \times (\text{사각형 BCDE의 넓이}) \times \overline{OA} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} a^2 \times \frac{1}{2} a \\ &= \frac{1}{12} a^3 (\text{cm}^3)\end{aligned}$$

따라서 정팔면체의 부피는

$$\begin{aligned}2 \times (\text{정사각뿔 A-BCDE의 부피}) &= 2 \times \frac{1}{12} a^3 \\ &= \frac{1}{6} a^3 (\text{cm}^3)\end{aligned}$$

이때 정팔면체의 부피가 36 cm^3 이므로

$$\frac{1}{6} a^3 = 36, a^3 = 216 = 6^3 \quad \therefore a = 6$$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 6 cm 이다. **답 6 cm**

29

주어진 입체도형의 겉넓이는

$$\begin{aligned}(\text{작은 반구의 겉넓이}) + (\text{큰 반구의 겉넓이}) \\ + (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 원의 넓이}) \\ = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2 + \pi \times 6^2 - \pi \times 4^2 \\ = 32\pi + 72\pi + 36\pi - 16\pi \\ = 124\pi (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 ⑤

30

구의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면 구의 겉넓이가 $144\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 144\pi, r^2 = 36 = 6^2$$

$$\therefore r = 6$$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$$6 \times 2 = 12 (\text{cm})$$

이므로 정육면체의 겉넓이는

$$6 \times (12 \times 12) = 864 (\text{cm}^2)$$

답 ②

31

구의 중심을 지나는 평면으로 한 번씩 자를 때마다 단면으로 반지름의 길이가 8 cm 인 원 두 개가 생긴다.

따라서 주어진 구를 서로 다른 2개의 평면으로 동시에 자를 때 생기는 모든 입체도형의 겉넓이의 합은 구의 겉넓이에 4개의 단면(원)의 넓이가 추가된 것이므로

$$\begin{aligned}4\pi \times 8^2 + 4 \times (\pi \times 8^2) &= 256\pi + 256\pi \\ &= 512\pi (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 ⑤

32

상자 A 안에 들어 있는 공 1개의 반지름의 길이는 5 cm 이므로

상자 A 안에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 합은

$$8 \times (4\pi \times 5^2) = 800\pi (\text{cm}^2) \quad \therefore a = 800\pi$$

상자 B 안에 들어 있는 공 1개의 반지름의 길이는 $\frac{5}{2} \text{ cm}$ 이므로

상자 B 안에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 합은

$$64 \times \left\{ 4\pi \times \left(\frac{5}{2} \right)^2 \right\} = 1600\pi (\text{cm}^2) \quad \therefore b = 1600\pi$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{1600\pi}{800\pi} = 2$$

답 2

33

구의 부피를 $V_1 \text{ cm}^3$ 라 하면

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi \times 6^3 = 288\pi$$

정팔면체가 구 안에 꼭 맞게 들어 있으므로

로 오른쪽 그림에서

$$\begin{aligned}\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} \\ = 6 \text{ cm}\end{aligned}$$

이때 정팔면체는 합동인 두 정사각뿔로 이

루어져 있고 정사각뿔 A-BCDE의 밑면인 사각형 BCDE의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{CE} = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72 (\text{cm}^2)$$

즉, 정사각뿔 A-BCDE의 부피는

$$\frac{1}{3} \times (\text{사각형 BCDE의 넓이}) \times \overline{OA} = \frac{1}{3} \times 72 \times 6 = 144 (\text{cm}^3)$$

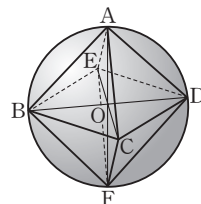
정팔면체의 부피를 $V_2 \text{ cm}^3$ 라 하면

$$V_2 = 2 \times (\text{정사각뿔 A-BCDE의 부피}) = 2 \times 144 = 288$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{288\pi}{288} = \pi$$

따라서 구의 부피는 정팔면체의 부피의 π 배이다.

답 ③



34

원기둥의 높이는 $2 \times 4 = 8 (\text{cm})$ 이므로

(빈 공간의 부피)

$$= (\text{원기둥의 부피}) - 3 \times (\text{구의 부피}) - (\text{원뿔의 부피})$$

$$= \pi \times 1^2 \times 8 - 3 \times \left(\frac{4}{3} \pi \times 1^3 \right) - \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 2$$

$$= 8\pi - 4\pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{10}{3}\pi (\text{cm}^3)$$

따라서 필요한 물의 양은 $\frac{10}{3}\pi \text{ cm}^3$ 이다.

$$\text{답 } \frac{10}{3}\pi \text{ cm}^3$$

35

주어진 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회 전 시키면 오른쪽 그림과 같이 원기둥 모양의 구멍이 뚫린 원뿔대와 반구가 붙어 있는 모양의 회전체가 만들어진다.

(구멍이 뚫린 원뿔대 부분의 부피)

$= (\text{원뿔대의 부피}) - (\text{원기둥의 부피})$

$$= \left\{ \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 9 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 \right\} - \pi \times 2^2 \times 6$$

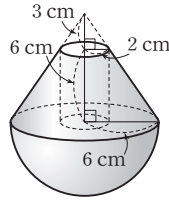
$$= 108\pi - 4\pi - 24\pi = 80\pi (\text{cm}^3)$$

$$(\text{반구 부분의 부피}) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 6^3$$

$$= 144\pi (\text{cm}^3)$$

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$$80\pi + 144\pi = 224\pi (\text{cm}^3)$$



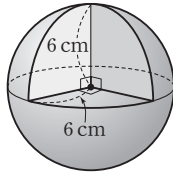
답 224π cm³

36

공이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 구의 $\frac{1}{8}$ 을 잘라 내고 남은 부분의 부피와 같다.

∴ (공이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피)

$$= \frac{7}{8} \times \left(\frac{4}{3} \pi \times 6^3 \right) = 252\pi (\text{cm}^3)$$



답 ③

STEP

3

종합 사고력 도전 문제

pp.096~097

01 24 cm 02 (1) 460 cm³ (2) 5.4 cm 03 624 cm²

04 7 : 6 : 5 05 $\frac{208}{3} \pi \text{ cm}^3$ 06 $\left(\frac{1}{3} \pi + \frac{1}{2} \right) r^3$

07 72π 08 12분

01 해결단계

① 단계	6개의 컵에 담긴 주스의 부피의 합을 구한다.
② 단계	처음 통에 담겨 있던 주스의 높이를 구한다.

원뿔 모양의 컵의 윗면의 반지름의 길이는 $\frac{12}{2} = 6(\text{cm})$ 이므로

6개의 컵에 담긴 주스의 부피의 합은

$$6 \times \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 18 \right) = 1296\pi (\text{cm}^3)$$

처음 통에 담겨 있던 주스의 높이를 h cm라 하면

(처음 주스의 양) = (남은 주스의 양) + (컵에 담은 주스의 양)에서

$$\pi \times 9^2 \times h = (\pi \times 9^2 \times 8) + 1296\pi$$

$$81\pi h = 1944\pi \quad \therefore h = 24$$

따라서 처음 통에 담겨 있던 주스의 높이는 24 cm이다.

답 24 cm

02 해결단계

(1)	① 단계	(㉠)의 과정까지 한 후, 수조 A에만 담긴 물의 부피를 구한다.
(2)	② 단계	(㉡)의 과정까지 한 후, 수조 A에 담긴 물의 부피를 구한다.
	③ 단계	수조 A에 담긴 물의 높이를 구한다.

(1) 수조 B가 들어 있지 않은 상태에서 수조 A의 물의 높이가 5 cm가 되도록 물을 부었다고 할 때, 물의 부피는

$$10 \times 10 \times 5 = 500 (\text{cm}^3)$$

수조 B에 물의 높이가 5 cm가 되도록 물을 부었다고 할 때, 물의 부피는

$$4 \times 2 \times 5 = 40 (\text{cm}^3)$$

따라서 (㉠)의 과정까지 한 후, 수조 B가 들어 있는 부분을 제외하고 수조 A에만 담긴 물의 부피는

$$500 - 40 = 460 (\text{cm}^3)$$

(2) 수조 B에 가득 담긴 물의 부피는

$$4 \times 2 \times 10 = 80 (\text{cm}^3)$$

(㉡)의 과정에서 수조 B의 물을 수조 A에 모두 부으면 수조 A에 담긴 물의 부피는

$$80 + 460 = 540 (\text{cm}^3)$$

수조 A에 담긴 540 cm³의 물의 높이를 h cm라 하면

$$540 = 10 \times 10 \times h \quad \therefore h = \frac{540}{100} = 5.4$$

따라서 수조 A에 담긴 물의 높이는 5.4 cm이다.

답 (1) 460 cm³ (2) 5.4 cm

03 해결단계

① 단계	[그림 1]의 바깥쪽 부분의 넓이를 구한다.
② 단계	[그림 1]의 안쪽 부분의 넓이를 구한다.
③ 단계	[그림 1]의 겹넓이를 구한다.

[그림 1]의 바깥쪽 부분은 넓이가 $4 \times 2 = 8(\text{cm}^2)$ 인 면이 16개, 넓이가 $4 \times 3 = 12(\text{cm}^2)$ 인 면이 16개, 넓이가 $2 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$ 인 면이 16개 있으므로 [그림 1]의 바깥쪽 부분의 넓이는 $(8 + 12 + 6) \times 16 = 416(\text{cm}^2)$

[그림 1]의 가운데에는 [그림 2]와 같은 모양의 공간이 비어 있으므로 [그림 1]의 안쪽 부분의 넓이는 [그림 2]의 겹넓이에서 [그림 1]의 바깥쪽 표면의 뚫린 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

즉, [그림 1]의 안쪽 부분은 넓이가 $4 \times 2 = 8(\text{cm}^2)$ 인 면이 8개, 넓이가 $4 \times 3 = 12(\text{cm}^2)$ 인 면이 8개, 넓이가 $2 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$ 인 면이 8개이므로 [그림 1]의 안쪽 부분의 넓이는 $(8 + 12 + 6) \times 8 = 208(\text{cm}^2)$

따라서 [그림 1]의 입체도형의 겉넓이는

$$416 + 208 = 624 (\text{cm}^2)$$

답 624 cm^2

04 해결단계

① 단계	처음 삼각기둥의 부피를 구한다.
② 단계	V_1 과 V_3 을 각각 구한다.
③ 단계	① 단계, ② 단계로부터 V_2 를 구한다.
④ 단계	$V_1 : V_2 : V_3$ 을 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

처음 삼각기둥의 부피는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 6 = 48 (\text{cm}^3)$$

사다리꼴 BPQC를 밑면으로 하는 사각뿔 A-BPQC의 부피가 $V_1 \text{ cm}^3$ 이므로

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{1}{2} \times (3+4) \times 4 \right\} \times 4 = \frac{56}{3} (\text{cm}^3)$$

사다리꼴 PEFQ를 밑면으로 하는 사각뿔 D-PEFQ의 부피가 $V_3 \text{ cm}^3$ 이므로

$$V_3 = \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{1}{2} \times (2+3) \times 4 \right\} \times 4 = \frac{40}{3} (\text{cm}^3)$$

삼각뿔 A-DPQ의 부피가 $V_2 \text{ cm}^3$ 이므로

$$V_2 = (\text{처음 삼각기둥의 부피}) - V_1 - V_3$$

$$= 48 - \frac{56}{3} - \frac{40}{3} = 16 (\text{cm}^3)$$

$$\therefore V_1 : V_2 : V_3 = \frac{56}{3} : 16 : \frac{40}{3}$$

$$= 7 : 6 : 5$$

답 $7 : 6 : 5$

05 해결단계

① 단계	회전체의 겨냥도를 그리고, 부피를 구하는 방법을 파악한다.
② 단계	회전체의 부피를 구한다.

주어진 직사각형을 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같이 똑같은 원뿔대 4개가 붙어 있고 똑같은 원뿔 모양의 구멍이 2개 있는 입체도형이므로 회전체의 부피는 4개의 원뿔대의 부피의 합에서 2개의 원뿔의 부피의 합을 뺀 것과 같다.

따라서 구하는 부피는

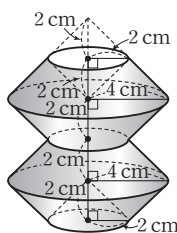
$$4 \times (\text{원뿔대 1개의 부피}) - 2 \times (\text{원뿔 1개의 부피})$$

$$= 4 \times \left\{ \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4 \right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2 \right) \right\}$$

$$- 2 \times \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2 \right)$$

$$= 4 \times \frac{56}{3} \pi - 2 \times \frac{8}{3} \pi = \frac{208}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

답 $\frac{208}{3} \pi \text{ cm}^3$



06 해결단계

① 단계	원기둥 모양의 탱크의 높이를 구한다.
② 단계	사각기둥 모양의 탱크의 높이를 구한다.
③ 단계	원기둥, 구, 사각기둥 모양의 탱크의 부피를 각각 구한다.
④ 단계	가장 많은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피와 가장 적은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피의 차를 구한다.

(나)에서 구 모양의 탱크의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이다.

(가)에서 원기둥 모양의 탱크의 높이를 h_1 이라 하면 원기둥 모양의 탱크와 구 모양의 탱크의 겉넓이가 같으므로

$$\pi r^2 \times 2 + 2\pi r \times h_1 = 4\pi r^2, \quad 2\pi r h_1 = 2\pi r^2$$

$$\therefore h_1 = \frac{2\pi r^2}{2\pi r} = r \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(다)에서 사각기둥 모양의 탱크의 높이를 h_2 라 하면 사각기둥 모양의 탱크와 구 모양의 탱크의 겉넓이가 같으므로

$$r \times r \times 2 + 4r \times h_2 = 4\pi r^2, \quad 4r h_2 = 4\pi r^2 - 2r^2$$

$$\therefore h_2 = \frac{4\pi r^2 - 2r^2}{4r} = \pi r - \frac{1}{2}r \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

원기둥 모양의 탱크의 부피는

$$\pi r^2 \times h_1 = \pi r^2 \times r = \pi r^3 \quad (\because \textcircled{1})$$

구 모양의 탱크의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$

사각기둥 모양의 탱크의 부피는

$$r \times r \times h_2 = r^2 \times \left(\pi r - \frac{1}{2}r \right) \quad (\because \textcircled{2})$$

$$= \pi r^3 - \frac{1}{2}r^3$$

$$\text{이때 } r > 0 \text{ 이므로 } \pi r^3 - \frac{1}{2}r^3 < \pi r^3 < \frac{4}{3}\pi r^3$$

즉, 가장 많은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피와 가장 적은 양의 원유가 들어가는 탱크의 부피의 차는

$$\frac{4}{3}\pi r^3 - \left(\pi r^3 - \frac{1}{2}r^3 \right) = \frac{1}{3}\pi r^3 + \frac{1}{2}r^3$$

$$= \left(\frac{1}{3}\pi + \frac{1}{2} \right) r^3$$

답 $\left(\frac{1}{3}\pi + \frac{1}{2} \right) r^3$

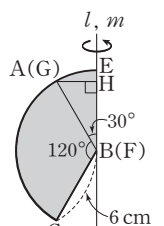
07 해결단계

① 단계	주어진 두 부채꼴의 한 변이 겹치도록 이어 붙여 원의 일부가 되는 것을 확인한다.
② 단계	$S + 2T$ 가 의미하는 넓이가 무엇인지 파악한다.
③ 단계	$\frac{1}{3}S + \frac{2}{3}T$ 의 값을 구한다.

두 직선 l 과 m 을 같은 회전축으로 두고 두 부채꼴 ABC와 EFG를 $\overline{AB}$ 과 $\overline{GF}$ 가 겹치도록 이어 붙여 보면 오른쪽 그림과 같이 부채꼴 EBC는 반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 150° 인 부채꼴이 된다.

이때 호 AC가 1회전 하여 생기는 부분과 호

GE가 1회전 하여 생기는 부분 2개를 합치면 반지름의 길이가 6 cm인 구를 이룬다.



또한, 선분 AB, BC가 1회전 하여 생기는 부분과 선분 GF가 1회전 하여 생기는 부분은 각각 원뿔의 옆면을 이루는데, 이 원뿔은 밑변의 반지름의 길이가 3 cm이고 모선의 길이가 6 cm인 원뿔이다.

따라서 $S+2T$ 는 반지름의 길이가 6 cm인 구의 겉넓이와 밑변의 반지름의 길이가 3 cm이고 모선의 길이가 6 cm인 원뿔의 옆면 4개의 넓이의 합과 같으므로

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}S + \frac{2}{3}T &= \frac{1}{3}(S+2T) \\ &= \frac{1}{3}\{4\pi \times 6^2 + 4 \times (\pi \times 3 \times 6)\} \\ &= \frac{1}{3} \times 216\pi = 72\pi\end{aligned}$$

답 72 π

08 해결단계

① 단계	물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 될 때까지 걸리는 시간을 구한다.
② 단계	물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 된 이후 물이 완전히 다 빠져나갈 때까지 걸리는 시간을 구한다.
③ 단계	가득 찬 물이 완전히 빠지는 데 걸리는 시간을 구한다.

물이 가득 찬 상태에서 물을 빼기 시작하여 물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 될 때까지는 총 7개의 구멍에서 물이 빠져나간다.

물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 될 때까지 빠져나간 물의 양은 높이가 $\overline{OA}$ 인 원뿔대의 부피와 같으므로

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6\right) = 126\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

구멍 1개당 1분에 $3\pi \text{ cm}^3$ 씩 일정한 속도로 물이 빠져나가므로 물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 될 때까지 걸리는 시간을 x 분이라 하면

$$126\pi = 7 \times 3\pi \times x$$

$$\therefore x = 6$$

즉, 6분이 걸린다.

물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 된 이후에는 1개의 구멍에서만 물이 빠져나간다.

물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 된 이후 완전히 다 빠져나간 물의 부피는 높이가 $\overline{AB}$ 인 원뿔의 부피와 같으므로

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

구멍 1개당 1분에 $3\pi \text{ cm}^3$ 씩 일정한 속도로 물이 빠져나가므로 물의 높이가 $\overline{AB}$ 가 된 이후 완전히 다 빠져나갈 때까지 걸리는 시간을 y 분이라 하면

$$18\pi = 3\pi \times y$$

$$\therefore y = 6$$

즉, 6분이 걸린다.

따라서 가득 찬 물이 완전히 빠지는 데 걸리는 시간은

$$x + y = 6 + 6 = 12 \text{ (분)}$$

답 12분

대단원평가

pp.098~099

- 01 ②, ⑤ 02 팔각뿔 03 ⑤
04 $(96\pi+24) \text{ cm}$ 05 ② 06 ③
07 ② 08 ⑤ 09 54배 10 12개
11 $95\pi \text{ cm}^2$ 12 (1) 5 cm (2) 320 cm^2 (3) 350 cm^3

01

주어진 전개도로 만든 다면체는 오각뿔대이다.

② 오각뿔대의 두 밑면은 크기가 다르므로 합동이 아니다.

⑤ 오각뿔대는 오각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는

두 다면체 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

02

구하는 각뿔을 n 각뿔이라 하자.

n 각뿔의 꼭짓점의 개수는 $n+1$ 이므로 $v=n+1$

모서리의 개수는 $2n$ 이므로 $e=2n$

면의 개수는 $n+1$ 이므로 $f=n+1$

이때 $3v-e+2f=29$ 이므로

$$3(n+1)-2n+2(n+1)=29$$

$$3n+5=29, 3n=24$$

$$\therefore n=8$$

따라서 구하는 각뿔은 팔각뿔이다.

답 팔각뿔

03

보기의 각 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음 그림과 같다.

ㄱ. 직선 AB	ㄴ. 직선 BC
ㄷ. 직선 CD	ㄹ. 직선 DA

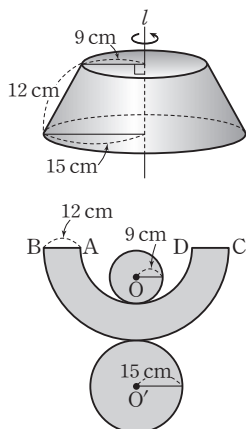
주어진 단면은 직선 CD 또는 직선 DA를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체의 위쪽 부분을 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때의 단면이다.

따라서 회전축이 될 수 있는 것은 ㄷ, ㄹ이다.

답 ⑤

04

주어진 사다리꼴을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.



이 원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 두 밑면인 원의 중심을 각각 O, O' 이라 하면

$$(\text{원 } O \text{의 둘레의 길이}) = \widehat{AD}$$

$$(\text{원 } O' \text{의 둘레의 길이}) = \widehat{BC}$$

또한, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 각 도형의 둘레의 길이의 합은

$$2\{(\text{원 } O \text{의 둘레의 길이}) + (\text{원 } O' \text{의 둘레의 길이}) + \overline{AB}\}$$

$$= 2\{(2\pi \times 9) + (2\pi \times 15) + 12\}$$

$$= 96\pi + 24 \text{ (cm)}$$

답 (96π + 24) cm

05

ㄴ. 밑면이 n 각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형은 n 각뿔이다. n 각뿔의 면의 개수는 $n+1$, 꼭짓점의 개수는 $n+1$ 이므로 서로 같다.

ㄷ. 사면체는 삼각뿔밖에 존재하지 않으므로 삼각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자르면 삼각뿔과 삼각뿔대가 만들어진다.

ㄹ. 반원, 사분원과 같이 다각형이 아닌 평면도형을 한 직선을 회전축으로 하여 1회전 시켜도 회전체가 만들어진다.

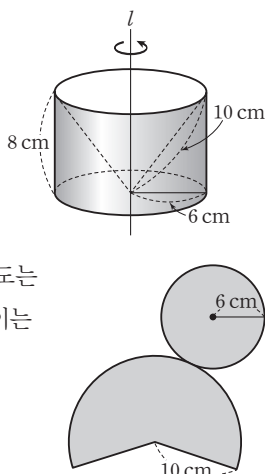
ㄹ. 구를 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면은 반지름의 길이가 구의 반지름의 길이와 같은 원뿔이지만, 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 구와 반지름의 길이가 다른 원이 나올 수도 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ의 2개이다.

답 ②

06

주어진 삼각형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



이 회전체에서 내부의 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 부채꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 12\pi = 60\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

한편, 회전체의

$$(\text{밑면의 넓이}) = \pi \times 6^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{원기둥의 옆면의 넓이}) = 2\pi \times 6 \times 8 = 96\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 구하는 회전체의 겉넓이는

$$60\pi + 36\pi + 96\pi = 192\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ③

07

처음 정육면체의 부피는

$$6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ (cm}^3\text{)}$$

사각기둥 모양인 구멍 1개의 부피는

$$2 \times 2 \times 6 = 24 \text{ (cm}^3\text{)}$$

이때 정육면체의 부피에서 사각기둥 모양의 구멍 3개의 부피를 빼면 정육면체의 한가운데에 있는 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체의 부피는 2번 더 빠르게 된다.

따라서 주어진 입체도형의 부피는

$$(\text{처음 정육면체의 부피}) - 3 \times (\text{구멍 1개의 부피})$$

$$+ 2 \times (\text{한가운데에 있는 정육면체의 부피})$$

$$= 216 - 3 \times 24 + 2 \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$= 160 \text{ (cm}^3\text{)}$$

답 ②

• 다른 풀이 •

처음 정육면체는 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체 27개를 쌓아 만든 것으로 생각할 수 있고, 구멍을 각 면의 한가운데에 뚫었으므로 주어진 입체도형은 27개의 작은 정육면체 중에서 7개를 뺀 것과 같다.

즉, 주어진 입체도형의 부피는 $27 - 7 = 20$ (개)의 작은 정육면체의 부피의 합과 같으므로

$$20 \times (2 \times 2 \times 2) = 160 \text{ (cm}^3\text{)}$$

08

처음 삼각기둥의 부피는

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \times 5 = 40 \text{ (cm}^3\text{)}$$

꼭짓점 E를 포함하는 입체도형은 밑면이 $\triangle EFP$ 이고 높이가 $\overline{DF}$ 인 삼각뿔이다.

$$\overline{BP} = x \text{ cm라 하면 } \overline{EP} = (5-x) \text{ cm이므로}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \times \left[\left\{ \frac{1}{2} \times 4 \times (5-x) \right\} \times 4 \right] = \frac{8}{3}(5-x)$$

$$\therefore V_1 = 40 - \frac{8}{3}(5-x)$$

이때 $V_1 = 4V_2$ 이므로

$$40 - \frac{8}{3}(5-x) = 4 \times \frac{8}{3}(5-x)$$

$$120 - 8(5-x) = 32(5-x)$$

$$40x = 80 \quad \therefore x = 2$$

$$\therefore \overline{BP} = 2 \text{ cm}$$

답 ⑤

09

주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면 두 선분 PC, QC의 길이는 모두 $\frac{a}{3}$ 이다.

이때 정육면체의 부피는 a^3 이고, 삼각뿔 C-PQD의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \left\{ \left(\frac{1}{2} \times \frac{a}{3} \times \frac{a}{3} \right) \times a \right\} = \frac{a^3}{54}$$

따라서 전체 정육면체의 부피는 삼각뿔 C-PQD의 부피의 54배이다.

답 54배

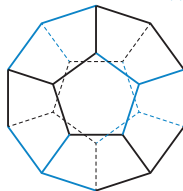
10

정십이면체의 한 꼭짓점에서 모이는 세 면을 한 쌍으로 하여 그 꼭짓점을 포함하는 3개의 모서리를 파란색으로 칠하면 세 면이 모두 2개의 파란색 모서리를 갖는다.

따라서 중복되는 면이 없이 세 면을 한 쌍으로 생각하면

$$\frac{12}{3} = 4(\text{쌍}) \text{이므로}$$

오른쪽 그림과 같이 최소한 $3 \times 4 = 12(\text{개})$ 의 모서리에 파란색을 칠해야 한다.



답 12개

단계	채점 기준	배점
(가)	모든 면이 2개 이상의 파란색 모서리를 가지면서 그 모서리의 개수의 합이 최소가 될 조건을 파악한 경우	60%
(나)	정십이면체에서 한 꼭짓점에서 만나는 세 면을 한 쌍이라 할 때, 총 몇 쌍인지 구한 경우	20%
(다)	조건을 만족시키는 모서리의 최소 개수를 구한 경우	20%

• 다른 풀이 •

정십이면체의 모서리의 개수는 30이고 각 면은 5개의 변을 가지므로 최소한 $\frac{30}{5} \times 2 = 6 \times 2 = 12(\text{개})$ 의 모서리에 파란색을 칠해야 한다.

11

반구의 반지름의 길이와 원기둥의 높이를 각각 $3r$ cm, $5r$ cm라 하면 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 $3r$ cm이므로 처음 비누의 겉넓이는

$$\begin{aligned} \pi \times (3r)^2 + 2\pi \times 3r \times 5r + \frac{1}{2} \times 4\pi \times (3r)^2 \\ = 9\pi r^2 + 30\pi r^2 + 18\pi r^2 \\ = 57\pi r^2 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

비누를 깎아서 최대한 큰 구를 만들 때, 구의 반지름의 길이는 $3r$ cm이므로 구 모양의 비누의 겉넓이는

$$4\pi \times (3r)^2 = 36\pi r^2 (\text{cm}^2)$$

이때 두 비누의 겉넓이의 차는 $35\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$57\pi r^2 - 36\pi r^2 = 35\pi, 21\pi r^2 = 35\pi$$

$$\therefore r^2 = \frac{5}{3}$$

따라서 처음 비누의 겉넓이는

$$57\pi r^2 = 57\pi \times \frac{5}{3} = 95\pi (\text{cm}^2)$$

답 $95\pi \text{ cm}^2$

단계	채점 기준	배점
(가)	반구의 반지름의 길이와 원기둥의 높이를 각각 $3r$ cm, $5r$ cm로 놓고, 처음 비누의 겉넓이에 대한 식을 r 을 사용하여 나타낸 경우	30%
(나)	비누를 깎아서 최대한 큰 구를 만들었을 때, 구 모양의 비누의 겉넓이에 대한 식을 r 을 사용하여 나타낸 경우	30%
(다)	두 비누의 겉넓이의 차를 이용하여 r^2 의 값을 구한 경우	30%
(라)	처음 비누의 겉넓이를 구한 경우	10%

12

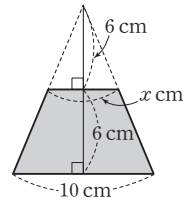
(1) 오른쪽 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직이 되도록 자른 단면에서 사다리꼴의 윗변의 길이를 x cm라 하면 큰 삼각형의 넓이는 작은 삼각형의 넓이와 사다리꼴의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 12 = \frac{1}{2} \times x \times 6 + \frac{1}{2} \times (x + 10) \times 6$$

$$60 = 3x + 3x + 30, 6x = 30$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 사각뿔대의 윗면의 한 변의 길이는 5 cm이다.



(2) (사각뿔대의 겉넓이)

$$\begin{aligned} &= 4 \times \left\{ \frac{1}{2} \times (5 + 10) \times \frac{13}{2} \right\} + 5 \times 5 + 10 \times 10 \\ &= 195 + 25 + 100 \\ &= 320 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

(3) (사각뿔대의 부피)

$$\begin{aligned} &= (\text{큰 정사각뿔의 부피}) - (\text{작은 정사각뿔의 부피}) \\ &= \frac{1}{3} \times 10 \times 10 \times 12 - \frac{1}{3} \times 5 \times 5 \times 6 \\ &= 400 - 50 = 350 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

답 (1) 5 cm (2) 320 cm^2 (3) 350 cm^3

단계	채점 기준	배점
(가)	사각뿔대의 윗면의 한 변의 길이를 구한 경우	40%
(나)	사각뿔대의 겉넓이를 구한 경우	30%
(다)	사각뿔대의 부피를 구한 경우	30%

IV 통계

08. 도수분포표와 그래프

STEP	1	시험에 꼭 나오는 문제	pp.104~105
01 ⑤	02 ⑤	03 7	04 ②, ④
06 1 cm	07 ③	08 79	09 20 %
11 ②			10 16

01

a, b, c, d, e 의 평균이 12이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=12 \quad \therefore a+b+c+d+e=60$$

따라서 주어진 다섯 개의 수의 평균은

$$\begin{aligned} & \frac{(a+5)+(b-3)+(c+1)+(d+5)+(e+7)}{5} \\ &= \frac{a+b+c+d+e+15}{5} \\ &= \frac{60+15}{5} = \frac{75}{5} = 15 \end{aligned}$$

답 ⑤

02

3개의 막대기의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면

$$\frac{a+b+c}{3}=5 \quad \therefore a+b+c=15$$

각 막대기의 길이를 한 번의 길이로 하는 3개의 정사각형의 둘레의 길이는 각각 $4a$ cm, $4b$ cm, $4c$ cm이므로 3개의 정사각형의 둘레의 길이의 평균은

$$\begin{aligned} \frac{4a+4b+4c}{3} &= \frac{4}{3}(a+b+c) \\ &= \frac{4}{3} \times 15 = 20(\text{cm}) \end{aligned}$$

답 ⑤

03

지민이와 성준이가 뽑은 10개의 수 중에 3, 4, 5, 6이 각각 2개씩 있고, 10개의 수의 최빈값이 3 하나뿐이므로 $a=3$ 이다.

이 10개의 수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6

이므로 중앙값은 $b=\frac{4+4}{2}=4$ 이다.

$\therefore a+b=3+4=7$

답 7

04

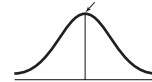
- ① 자료의 개수가 짝수인 경우, 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한 뒤 가운데에 있는 두 값의 평균을 중앙값으로 하므로 중앙값은 자료의 값 중에 존재하지 않을 수도 있다.
 - ③ 최빈값은 자료에 따라 존재하지 않을 수도 있고 2개 이상일 수도 있다.
 - ⑤ 최빈값은 자료의 개수가 적은 경우에 자료의 중심적인 경향을 잘 반영하지 못할 수도 있다.
- 따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

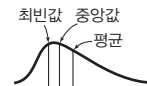
BLACKLABEL 특강 참고

- (1) 대푯값: 자료 전체의 중심적인 경향이나 특징을 대표적으로 나타내는 값
 - ① 자료의 변량 중에서 매우 크거나 매우 작은 극단적인 값이 포함되어 있는 경우에 평균은 극단적인 값에 영향을 받을 수밖에 없으므로 평균이 자료 전체의 중심적인 경향을 나타내지 못할 수 있다.
 - ② 평균과 중앙값은 키, 몸무게 등과 같은 양적 자료의 대푯값으로 사용되고, 최빈값은 양적 자료보다는 좋아하는 음악, 좋아하는 운동 등과 같은 질적 자료에서 더욱 효과적으로 사용된다.
 - ③ 자료의 수가 너무 적거나 최빈값이 너무 많이 나올 때 등 최빈값이 자료의 중심 경향을 잘 반영하지 못할 때가 있다.
- (2) 자료의 분포와 평균, 중앙값, 최빈값
 - ① 자료가 평균을 중심으로 좌우 대칭형을 이루는 경우

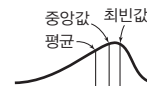
$$(\text{평균}) = (\text{중앙값}) = (\text{최빈값})$$



- ② 자료가 평균을 중심으로 왼쪽으로 치우쳐 있는 경우



- ③ 자료가 평균을 중심으로 오른쪽으로 치우쳐 있는 경우



05

이 자료의 평균, 중앙값, 최빈값이 서로 같으므로 최빈값은 1개이다. 따라서 최빈값이 될 수 있는 것은 14개 또는 15개이다.

- (i) 최빈값이 14개, 즉 $x=14$ 인 경우

7개의 수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

13, 14, 14, 14, 15, 15, 19이다.

이때 중앙값은 14개, 평균은 $\frac{104}{7}$ 개이므로 문제의 조건을 만족시키지 않는다.

- (ii) 최빈값이 15개, 즉 $x=15$ 인 경우

7개의 수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

13, 14, 14, 15, 15, 15, 19이다.

이때 중앙값은 15개, 평균은 $\frac{105}{7}=15(\text{개})$ 이므로 평균, 최빈값, 중앙값이 서로 같다.

- (i), (ii)에서 x 의 값은 15이다.

답 15

06

여학생 중에서 키가 다섯 번째로 큰 학생의 키는 163 cm이고,
남학생 중에서 키가 세 번째로 큰 학생의 키는 164 cm이다.
따라서 두 학생의 키의 차는 $164 - 163 = 1(\text{cm})$ 이다. **답** 1 cm

07

- ① 계급의 크기는 $30 - 0 = 30(\text{분})$
 ② $5 + 12 + A + 9 + 4 = 40 \quad \therefore A = 10$
 ③ 0분 이상 150분 미만으로 보는 학생 수의 총합이 조사 대상의 수와 같으므로 TV를 3시간, 즉 180분 이상 보는 학생은 없다.
 ④ 도수가 가장 큰 계급은 30분 이상 60분 미만이므로 이 계급에 가장 많은 학생이 속해 있다.
 ⑤ TV 시청 시간이 120분 이상인 학생은 4명, 90분 이상인 학생은 $9 + 4 = 13(\text{명})$ 이므로 TV 시청 시간이 12번째로 긴 학생이 속하는 계급은 90분 이상 120분 미만이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다. **답** ③

08

- (가) 전체 학생 수는
 $a = 4 + 7 + 10 + 16 + 11 + 2 = 50$ 이다.
 (나) 도수가 가장 큰 계급은 직사각형의 넓이가 가장 높은 9회 이상 12회 미만이다.
 $\therefore b = 9, c = 12$
 (다) 각 계급에 속하는 직사각형 중 가장 큰 직사각형은 도수가 가장 큰 계급이고, 가장 작은 직사각형은 도수가 가장 작은 계급이다.
 가장 큰 도수는 16명, 가장 작은 도수는 2명이고, 직사각형의 넓이는 도수에 정비례하므로 가장 큰 직사각형의 넓이는 가장 작은 직사각형의 넓이의
 $d = 16 \div 2 = 8(\text{배})$
 $\therefore a + b + c + d = 50 + 9 + 12 + 8 = 79$ **답** 79

09

전체 학생 수는 $3 + 4 + 8 + 10 + 7 + 3 = 35$ 이다.
 이때 기록이 30 m 미만인 학생은 $3 + 4 = 7(\text{명})$ 이므로 이 학생은 전체의
 $\frac{7}{35} \times 100 = 20(\%)$ **답** 20 %

10

턱걸이 횟수가 12회 이상 16회 미만인 학생 수는
 $40 \times \frac{25}{100} = 10$ 이다.
 따라서 턱걸이 횟수가 16회 이상 20회 미만인 학생 수는
 $40 - (3 + 4 + 10 + 5 + 2) = 16$ **답** 16

11

- ① 1반의 전체 학생 수는 $3 + 5 + 8 + 4 + 3 + 2 = 25$
 2반의 전체 학생 수는 $4 + 9 + 6 + 3 + 2 + 1 = 25$
 즉, 두 반의 전체 학생 수는 같다.
 ② 과학 실험 점수가 우수한 학생이 속하는 계급인 90점 이상 100점 미만에 1반 학생이 더 많지만 정확한 점수는 알 수 없으므로 과학 실험 점수가 가장 우수한 학생이 어느 반에 있는지는 알 수 없다.
 ③ 1반의 과학 실험 점수가 70점 미만인 학생 수는
 $3 + 5 + 8 = 16$
 2반의 과학 실험 점수가 70점 미만인 학생 수는
 $4 + 9 + 6 = 19$
 즉, 과학 실험 점수가 70점 미만인 학생은 1반보다 2반이 더 많다.
 ④ 과학 실험 점수가 55점인 학생이 속하는 계급은 50점 이상 60점 미만이고, 이 계급에 속하는 1반 학생은 5명, 2반 학생은 9명이므로 2반이 1반보다 $9 - 5 = 4(\text{명})$ 더 많다.
 ⑤ 1반의 그래프가 2반의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 과학 실험 점수는 1반이 2반보다 더 좋다고 말할 수 있다.
 따라서 옳지 않은 것은 ②이다. **답** ②

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

⑤ 그래프에서 과학 실험 점수가 60점 미만인 학생은 2반이 1반보다 많고 과학 실험 점수가 60점 이상인 학생은 1반이 2반보다 많으므로 전체적으로 1반이 2반보다 과학 실험 점수가 높은 학생이 많다고 할 수 있다.

STEP

2

A등급을 위한 문제

pp.106~111

01 ③	02 ③	03 60 kg	04 ⑤	05 ③
06 ②	07 22	08 ⑤	09 19점	10 5번
11 ①	12 6, 20	13 ①	14 ③	15 30회
16 ③, ⑤	17 ④	18 ①	19 15 %	20 ⑤
21 6	22 25	23 ②, ⑤	24 ①	25 12
26 ②	27 33 : 47	28 ③	29 42 %	30 36 %
31 ③	32 ④	33 48 %	34 18번째	

01

제품 A의 평점의 평균은

$$\frac{5 \times 1 + 6 \times 4 + 7 \times 6 + 8 \times 4 + 9 \times 3 + 10 \times 2}{20}$$

$$= \frac{150}{20} = 7.5(\text{점})$$

제품 A의 평점을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10

$$\text{이므로 중앙값은 } \frac{7+7}{2} = 7(\text{점})$$

제품 B의 평점의 평균은

$$\frac{6 \times 1 + 7 \times 7 + 8 \times 8 + 9 \times 7 + 10 \times 1}{24}$$

$$= \frac{192}{24} = 8(\text{점})$$

제품 B의 평점을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10

$$\text{이므로 중앙값은 } \frac{8+8}{2} = 8(\text{점})$$

따라서 두 제품 A, B의 평점의 평균과 중앙값은 모두 제품 B가 더 높다.

답 ③

02

ㄱ. 변량 중 20이 3개이고 나머지는 모두 1개씩이다. 즉, 주어진 10개의 변량에 한 개의 변량이 추가되어도 20이 가장 많으므로 최빈값은 20으로 변하지 않는다.

ㄴ. 주어진 변량의 평균은

$$\frac{20+17+10+20+28+20+18+25+14+30}{10}$$

$$= \frac{202}{10} = 20.2$$

이므로 추가되는 한 개의 변량이 20.2이면 평균은 변하지 않지만 20.2가 아니면 평균은 변한다.

ㄷ. 주어진 10개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

10, 14, 17, 18, 20, 20, 20, 25, 28, 30

$$\text{이므로 이들의 중앙값은 } \frac{20+20}{2} = 20 \text{이다.}$$

이때 한 개의 변량이 추가되면 변량의 개수는 11이고, 11개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 6번째인 값은 추가된 변량의 값에 관계없이 20이므로 중앙값은 변하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ③

03

A, B, C, D 네 명의 학생의 몸무게를 각각 a kg, b kg, c kg, d kg이라 하자.

A와 B의 몸무게의 평균이 64 kg이므로

$$\frac{a+b}{2} = 64 \quad \therefore a+b = 128 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

B와 C의 몸무게의 평균이 69 kg이므로

$$\frac{b+c}{2} = 69 \quad \therefore b+c = 138 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

C와 D의 몸무게의 평균이 65 kg이므로

$$\frac{c+d}{2} = 65 \quad \therefore c+d = 130 \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

①+②을 하면

$$a+b+c+d = 258 \quad \cdots \textcircled{㉣}$$

②을 ③에 대입하면

$$a+138+d = 258 \quad \therefore a+d = 120$$

따라서 A와 D의 몸무게의 평균은

$$\frac{a+d}{2} = \frac{120}{2} = 60(\text{kg})$$

답 60 kg

04

자료의 개수가 9이므로 중앙값은 자료를 작은 값 또는 큰 값부터 크기순으로 나열하였을 때 5번째 값이다.

(i) $6 < a < b$ 일 때,

a, b 가 자연수이므로 $a \geq 7$ 이고 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 5, 7, 7, 7, ...

이때 5번째 값은 7이므로 중앙값 $x = 7$

(ii) $a < b < 6$ 일 때,

a, b 가 자연수이므로 $b \leq 5$ 이고 주어진 자료를 큰 값부터 크기순으로 나열하면

10, 7, 7, 7, 5, ..., 1

이때 5번째 값은 5이므로 중앙값 $y = 5$

(i), (ii)에서 $x = 7, y = 5$ 이므로

$$x - y = 7 - 5 = 2$$

답 ⑤

05

정민이네 학교 학생들의 남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\frac{167x+157y}{x+y} = 163$$

$$167x+157y = 163x+163y$$

$$4x = 6y, 2x = 3y \quad \therefore x : y = 3 : 2$$

즉, 남학생 수와 여학생 수의 비는 3 : 2이다.

답 ③

06

최빈값이 22이므로 x, y 중 하나는 22이다.

나머지 값을 a 라 할 때, a 를 제외한 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 13, 15, 16, 19, 22, 22

이므로 중앙값이 17이 되려면 a 는 16 바로 다음에 와야 한다.

즉, 11, 13, 15, 16, a , 19, 22, 22의 중앙값이 17이므로

$$\frac{16+a}{2}=17, 16+a=34 \quad \therefore a=18$$

따라서 $x=18, y=22$ ($\because x < y$)이므로

$$x+y=18+22=40$$

답 ②

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

$a \geq 19$ 이면 중앙값이 $\frac{16+19}{2}=17.5 > 17$ 이므로 문제의 조건을 만족시키지 않는다.

07

다섯 개의 변량 12, 9, x , 10, 13의 평균이 세 개의 변량 12, x , 10의 평균과 같으므로

$$\frac{12+9+x+10+13}{5} = \frac{12+x+10}{3}$$

$$\frac{44+x}{5} = \frac{22+x}{3}, 5(22+x)=3(44+x)$$

$$5x+110=3x+132, 2x=22 \quad \therefore x=11$$

즉, 다섯 개의 변량 12, 9, 11, 10, 13의 평균은

$$\frac{12+9+11+10+13}{5}=11$$

이고 네 개의 변량 9, 11, 13, y 의 최빈값도 11이 되어야 하므로 $y=11$ 이다.

$$\therefore x+y=11+11=22$$

답 22

08

농구 동아리 회원 6명의 나이를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 4번째 값을 x 세라 하면 중앙값이 26세이므로

$$\frac{23+x}{2}=26, 23+x=52 \quad \therefore x=29$$

나이가 30세인 사람이 입단했을 때, 나이를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 ○ ○ 23 29 ○ ○ ○이다.

따라서 네 번째 값은 29세이므로 동아리 회원 7명의 나이의 중앙값은 29세이다.

답 ⑤

09

다섯 번의 연습경기의 득점을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 a 점, b 점, c 점, d 점, e 점 (단, $a \leq b \leq c \leq d \leq e$)이라 하자.

조건 (㉠)에서 $c=28$

조건 (㉡)에서 $d=e=30$

조건 (㉢)과 (㉡)에서 $b=23$

즉, 마지막 경기의 득점은 a 점이고 다섯 번의 연습경기의 득점 a 점, 23점, 28점, 30점, 30점에서 조건 (㉡)에 의하여

$$(\text{평균}) = \frac{a+23+28+30+30}{5} = 26(\text{점})$$

$$\frac{a+111}{5} = 26, a+111=130$$

$$\therefore a=19$$

따라서 마지막 경기의 득점은 19점이다.

답 19점

10

최빈값이 59회이므로 최소 2번의 시도를 해야 하고 59회가 2번 이상 있어야 한다.

(i) 시도 횟수가 2인 경우

성공 횟수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

59회, 59회

이때 중앙값과 평균이 $\frac{59+59}{2}=59(\text{회})$ 이므로 조건을 만족

시키지 못한다.

(ii) 시도 횟수가 3인 경우

성공 횟수를 a 회, 59회, 59회라 하고 작은 값부터 크기순으로 나열하면

a 회, 59회, 59회 또는 59회, 59회, a 회

이때 중앙값이 59회이므로 조건을 만족시키지 못한다.

(iii) 시도 횟수가 4인 경우

성공 횟수를 a 회, b 회, 59회, 59회라 하고 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값이 56회이므로

a 회, b 회, 59회, 59회에서

$$\frac{b+59}{2}=56, b+59=112 \quad \therefore b=53$$

또한, 평균이 56회이므로

$$\frac{a+53+59+59}{4} = \frac{a+171}{4} = 56$$

$$a+171=224 \quad \therefore a=53$$

그런데 53회도 최빈값이 되므로 조건을 만족시키지 못한다.

(iv) 시도 횟수가 5인 경우

중앙값이 56회이고 최빈값이 59회이므로 성공 횟수를 a 회,

b 회, 56회, 59회, 59회라 하고 작은 값부터 크기순으로 나열하면

a 회, b 회, 56회, 59회, 59회

이때 평균이 56회이므로

$$\frac{a+b+56+59+59}{5} = \frac{a+b+174}{5} = 56$$

$$a+b+174=280 \quad \therefore a+b=106$$

예를 들어 $a=51$, $b=55$ 이면 주어진 조건을 모두 만족시킨다.

← 단, $a=b=53$ 이면 53도 최빈값이 되고, $a=50$, $b=56$ 이면 56도 최빈값이 되므로 조건을 만족시키지 않는다.

(i)~(iv)에서 정은이는 최소 5번의 시도를 하였다. **답 5번**

11

36세인 팀원을 제외한 8명의 나이의 총합을 A 세라 하고, 36세를 x 세로 잘못 보았다고 하면

$$\frac{A+36}{9} - 1 = \frac{A+x}{9} \text{에서}$$

$$A+36-9=A+x$$

$$\therefore x=27$$

따라서 36세인 팀원의 나이를 27세로 잘못 보았다. **답 ①**

12

주어진 7개의 자료의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{5+12+a+5+9+5+7}{7} = \frac{43+a}{7}$$

a 를 제외한 나머지 6개의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 5, 5, 7, 9, 12

이때 5가 3개 있으므로 a 의 값에 관계없이 최빈값은 항상 5이고, 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 다르므로 중앙값은 7 또는 a 이다.

(i) 중앙값이 7, 즉 $a \geq 7$ 일 때,

평균, 중앙값, 최빈값을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$5, 7, \frac{43+a}{7}$$

한가운데 있는 값은 나머지 두 값의 평균과 같으므로

$$5 + \frac{\frac{43+a}{7} - 5}{2} = 7$$

$$\frac{43+a}{7} = 9, 43+a=63 \quad \therefore a=20$$

(ii) 중앙값이 a , 즉 $5 < a < 7$ 일 때,

평균, 중앙값, 최빈값을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$5, a, \frac{43+a}{7}$$

한가운데 있는 값은 나머지 두 값의 평균과 같으므로

$$5 + \frac{\frac{43+a}{7} - 5}{2} = a$$

$$\frac{43+a}{7} = 2a-5, 43+a=14a-35$$

$$13a=78 \quad \therefore a=6$$

(i), (ii)에서 가능한 a 의 값은 6, 20이다. **답 6, 20**

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

a 의 값의 범위에 따라 다음과 같이 경우를 나누어 생각할 수 있다.

(i) $a \leq 5$ 일 때, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$a, 5, 5, 5, 7, 9, 12 \Rightarrow (\text{중앙값}) = 5$$

그러나 (최빈값) = 5이므로 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 다르다는 조건을 만족시키지 못한다.

(ii) $5 < a < 7$ 일 때, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$5, 5, 5, a, 7, 9, 12 \Rightarrow (\text{중앙값}) = a$$

(iii) $a \geq 7$ 일 때, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$5, 5, 5, 7, a, 9, 12 \text{ 또는 } 5, 5, 5, 7, 9, a, 12 \text{ 또는 } 5, 5, 5, 7, 9, 12, a$$

$$\Rightarrow (\text{중앙값}) = 7$$

$$\text{한편, (ii)에서 } 5 < a < 7 \text{이면 } (\text{평균}) = \frac{43+a}{7} > a \text{이고}$$

$$\text{(iii)에서 } a \geq 7 \text{이면 } (\text{평균}) = \frac{43+a}{7} > 7 \text{이다.}$$

따라서 (ii), (iii)의 경우 (최빈값) < (중앙값) < (평균)임을 알 수 있다.

13

11명으로 이루어진 농구팀에서 한 선수가 다른 학교로 전학을 가고, 다른 한 선수가 전학을 온 후 키의 평균이 2 cm 증가하였으므로

$$(\text{전학 온 선수의 키}) - (\text{전학 간 선수의 키}) = 2 \times 11 = 22(\text{cm})$$

이때 전학 온 선수의 키가 180 cm이므로

$$(\text{전학 간 선수의 키}) = 180 - 22 = 158(\text{cm})$$

즉, 키가 158 cm인 한 선수가 다른 학교로 전학을 가고, 키가 180 cm인 한 선수가 전학을 왔다.

전학을 가기 전 농구팀의 키의 중앙값이 178 cm이었는데 중앙값보다 작은 키의 선수가 빠지고 중앙값보다 큰 키의 선수가 들어왔으므로 새로운 중앙값은 178 cm 이상이다.

또한, 전학 온 선수의 키가 180 cm이므로 m 의 값의 범위는

$$178 \leq m \leq 180$$

답 ①

BLACKLABEL 특강

오답 피하기

키가 작은 한 선수가 전학을 가고 키가 큰 한 선수가 전학을 와서 평균이 증가하였음을 알 수 있다. 이때 평균과 중앙값 모두 자료 전체의 중심적인 경향을 나타내는 대푯값이므로 새로운 중앙값 역시 이전과 같거나 더 큰 값을 갖는다. 이것을 고려하면 선택지의 ③, ⑤는 바로 제외할 수 있다.

14 해결단계

① 단계	평균이 75점 이하임을 이용하여 x 의 값의 범위를 구한다.
② 단계	x 의 값의 범위를 나누어 중앙값이 74점이 되는 경우를 찾는다.
③ 단계	자연수 x 의 개수를 구한다.

네 번의 쪽지 시험 점수의 평균이 75점 이하이므로

$$\frac{77+65+71+x}{4} \leq 75, 213+x \leq 300$$

$$\therefore x \leq 87$$

- (i) $x \leq 65$ 일 때, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 $x, 65, 71, 77$
 이때 중앙값이 $\frac{65+71}{2}=68$ (점)이므로 조건을 만족시키지 않는다.
- (ii) $65 < x \leq 77$ 일 때, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 $65, x, 71, 77$ 또는 $65, 71, x, 77$
 이때 중앙값이 74점이므로 $\frac{x+71}{2}=74$
 $x+71=148 \quad \therefore x=77$
- (iii) $77 < x \leq 87$ 일 때, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 $65, 71, 77, x$
 이때 중앙값이 $\frac{71+77}{2}=74$ (점)이므로 조건을 만족시킨다.
 $\therefore x=78, 79, 80, \dots, 87$
- (i), (ii), (iii)에서 가능한 자연수 x 는 77, 78, 79, $\dots$, 87의 11개이다. 답 ③

15

- 이 선수의 처음 11일 동안의 자유투 성공 횟수의 평균과 최빈값이 서로 같으므로 최빈값은 하나뿐이다.
- 이때 주어진 줄기와 옆 그림의 최빈값은 24회이므로 처음 11일 동안의 자유투 성공 횟수의 최빈값은 24회이어야 한다. 즉,
 (평균) = (최빈값) = 24(회)
 10일 동안의 자유투 성공 횟수의 총합은
 $9+19+19+21+24+24+24+30+31+33=234$ (회)
 이므로 11일째의 자유투 성공 횟수를 n 회라 하면
 (평균) = $\frac{234+n}{11}=24$ (회)
 $234+n=264 \quad \therefore n=30$
 따라서 11일째의 자유투 성공 횟수는 30회이다. 답 30회

16

- ① 줄넘기 기록이 가장 좋은 학생의 기록은 88회이고, 이 학생은 B 모둠에 있다.
- ② A 모둠에서 줄넘기 기록이 가장 좋은 학생의 기록은 77회이고, 이 변량이 속한 줄기는 7이다.
- ③ 두 모둠 전체에서 줄넘기 기록을 가장 좋은 것부터 크기순으로 나열하면 88회, 78회, 77회, 76회, 75회, $\dots$ 이므로 줄넘기 기록이 네 번째로 좋은 학생의 기록은 76회이고, 이 학생은 B 모둠에 있다.
- ④ A 모둠에서 줄넘기 기록이 65회 이하인 학생은 59회, 65회인 2명이고, B 모둠에서 줄넘기 기록이 65회 이하인 학생은 57회, 59회, 62회, 65회, 65회인 5명이므로 줄넘기 기록이 65회 이하인 학생은 A 모둠보다 B 모둠이 더 많다.

- ⑤ A 모듬의 기록의 평균은
 $\frac{59+65+68+69+73+74+75+77}{8}=70$ (회)
 B 모듬의 기록의 평균은
 $\frac{57+59+62+65+65+66+74+76+78+88}{10}=69$ (회)
 즉, A 모듬의 평균이 B 모듬의 평균보다 더 높다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

17

- 전체 학생 수는 $1+4+10+5+5=25$ 이므로 이 중 학교 대표로 수학 경시대회에 나갈 수 있는 학생은
 $25 \times \frac{20}{100}=5$ (명)이다.
 점수가 좋은 쪽에서부터 5명의 점수를 크기순으로 나열하면
 99점, 98점, 98점, 95점, 93점이다.
 따라서 학교 대표로 대회에 나갈 수 있는 학생의 점수 중 가장 낮은 점수는 93점이다. 답 ④

18

- 1분 동안의 윷몸 일으키기 횟수가 45회 이상인 학생이 8명이고 50회 이상 60회 미만인 학생이 5명이므로 45회 이상 50회 미만인 학생은
 $8-5=3$ (명)
 30회 이상 45회 미만인 학생이 21명이고 30회 이상 40회 미만인 학생이 15명이므로 40회 이상 45회 미만인 학생은
 $21-15=6$ (명)
 $\therefore x=3+6=9$
 따라서 전체 학생 수는 $4+7+15+9+5=40$ 이고 이 중 윷몸 일으키기 횟수가 40회 이상인 학생 수는 $9+5=14$ 이므로 전체의
 $\frac{14}{40} \times 100=35$ (%)이다. 답 ①

19

- 전체 학생은 40명이므로
 $15+a+b+9+4+c=40$
 $\therefore a+b+c=12$
 이때 $a:b:c=2:3:1$ 이므로
 $c=12 \times \frac{1}{2+3+1}=2$
 따라서 통학 시간이 40분 이상 60분 미만인 학생 수는
 $4+c=4+2=6$
 이므로 전체의 $\frac{6}{40} \times 100=15$ (%)이다. 답 15%

• 다른 풀이 •

$a : b : c = 2 : 3 : 1$ 이므로 $a = 2c$, $b = 3c$ 라 하자.
 전체 학생은 40명이므로 $15 + a + b + 9 + 4 + c = 40$ 에서
 $15 + 2c + 3c + 9 + 4 + c = 40$
 $6c = 12 \quad \therefore c = 2$
 따라서 통학 시간이 40분 이상 60분 미만인 학생 수는
 $4 + c = 4 + 2 = 6$
 이므로 전체의 $\frac{6}{40} \times 100 = 15(\%)$ 이다.

20

- ① (전체 학생 수) $= 8 + x + 56 + 20 + y + 14 = 160$ 이므로
 $x + y + 98 = 160$
 $\therefore y = 62 - x$
 ② 편의점 이용 횟수가 10회 이상인 학생 수가 10회 미만인 학생
 수의 4배이므로
 $56 + 20 + (62 - x) + 14 = 4(8 + x)$
 $152 - x = 32 + 4x, 5x = 120$
 $\therefore x = 24$
 ③ $y = 62 - 24 = 38$
 ④ 편의점 이용 횟수가 15회 이상인 학생은
 $20 + 38 + 14 = 72$ (명)
 이므로 전체의 $\frac{72}{160} \times 100 = 45(\%)$ 이다.
 ⑤ 편의점 이용 횟수가 많은 쪽에서 20번째인 학생이 속하는 계
 급은 20회 이상 25회 미만이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

21

운동 시간이 4시간 미만인 학생 수는 $6 + 10 = 16$ 이므로 전체 학
 생 수를 x 라 하면 조건 (가)에서
 $\frac{16}{x} \times 100 = 50 \quad \therefore x = 32$
 즉, 전체 학생은 32명이므로
 $6 + 10 + a + b + 3 = 32 \quad \therefore a + b = 13 \quad \dots\dots ①$
 또한, 조건 (나)에서 운동 시간이 10번째로 긴 학생이 속한 계급이
 4시간 이상 6시간 미만이어야 하므로 운동 시간이 6시간 이상인
 학생 수는 9 이하가 되어야 한다.
 즉, $3 + b \leq 9$ 에서 $b \leq 6$ 이므로 b 의 값은 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에
 서 하나이다.
 이때 ①에서
 $b = 0$ 일 때 a 의 값은 가장 크고 그 값은 $a = 13 - 0 = 13$
 $b = 6$ 일 때 a 의 값은 가장 작고 그 값은 $a = 13 - 6 = 7$
 따라서 구하는 차는 $13 - 7 = 6$ 이다.

답 6

22

35점, 40점, 50점을 각각 받은 학생은 반드시 3번 문항을 맞춰야
 한다.
 $\therefore$ (반드시 3번 문항을 맞힌 학생 수) $= 8 + 6 + 4 = 18$
 즉, 3번 문항의 정답자 22명 중에서 $22 - 18 = 4$ (명)은 3번 문항
 하나만 맞춰 25점을 받았으므로 1번과 2번 문항을 맞히고 3번 문
 항을 틀려 25점을 받은 학생 수는 $15 - 4 = 11$ 이다.
 따라서 세 문제 중에서 두 문제만 맞힌 학생은 1번과 2번 문항을
 맞히고 3번 문항을 틀려 25점을 받은 11명, 1번과 3번 문항을 맞
 히고 2번 문항을 틀려 35점을 받은 8명, 2번과 3번 문항을 맞히고
 1번 문항을 틀려 40점을 받은 6명이므로 구하는 학생 수는
 $11 + 8 + 6 = 25$

답 25

단계	채점 기준	배점
(가)	반드시 3번 문항을 맞힌 학생 수를 구한 경우	30%
(나)	1번과 2번 문항을 맞히고 3번 문항을 틀려 25점을 받은 학생 수를 구한 경우	40%
(다)	세 문제 중에서 두 문제만 맞힌 학생 수를 구한 경우	30%

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

해당 점수를 얻기 위해 맞춰야
 하는 문항 번호는 오른쪽과 같다.

점수(점)	맞힌 문항 번호
10	= 10 1번
15	= 15 2번
25	= 10 + 15 1번, 2번 = 25 3번
35	= 10 + 25 1번, 3번
40	= 15 + 25 2번, 3번
50	= 10 + 15 + 25 1번, 2번, 3번

23

- ② (가), (나)의 계급은 모두 6개이다.
 ③ (나)에서 그래프와 가로축이 이루는 다각형의 넓이의 합은 (가)에
 서 직사각형의 넓이의 합과 같으므로
 $10 \times (1 + 3 + 6 + 7 + 2 + 1) = 200$
 ⑤ 수학 수행평가 점수가 70점 미만인 학생 수는
 $1 + 3 + 6 = 10$
 80점 이상인 학생 수는 $2 + 1 = 3$
 즉, 5배가 아니다.
 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

24

60분 이상 80분 미만인 계급의 직사각형의 넓이와 100분 이상
 120분 미만인 계급의 직사각형의 넓이의 비가 5 : 3이므로 두 계
 급의 도수의 비도 5 : 3이다.

이때 100분 이상 120분 미만인 계급의 도수는 6명이므로 60분 이상 80분 미만인 계급의 도수를 x 명이라 하면
 $5:3=x:6$, $3x=30$
 $\therefore x=10$
 따라서 하루 운동 시간이 60분 이상 80분 미만인 학생은 10명이다.

답 ①

25

전체 학생 수는
 $3+4+5+6+6+4+2=30$
 상위 20% 이내에 드는 학생 수는
 $30 \times \frac{20}{100} = 6$
 상위 20% 이내에 드는 학생 중에서 TV 시청 시간이 가장 짧은 학생이 속하는 계급은 7시간 이상 8시간 미만이므로 a 의 값 중 가장 작은 값은 7이다.
 한편, 상위 50% 이내에 드는 학생 수는
 $30 \times \frac{50}{100} = 15$
 상위 50% 이내에 드는 학생 중에서 TV 시청 시간이 가장 짧은 학생이 속하는 계급은 5시간 이상 6시간 미만이므로 b 의 값 중 가장 작은 값은 5이다.
 따라서 $a+b$ 의 값 중 가장 작은 값은
 $7+5=12$

답 12

26

$S_1=S_2$ 이고, $S_1+S_2=20$ 이므로 $S_1=S_2=10$
 모눈 한 칸의 세로의 길이를 a 라 하면
 $S_1=S_2=\frac{1}{2} \times 5 \times 2a=10$
 $5a=10 \quad \therefore a=2$
 따라서 영어 점수가
 80점 이상 90점 미만인 학생 수는 $7a=7 \times 2=14$,
 90점 이상 100점 미만인 학생 수는 $4a=4 \times 2=8$
 이므로 구하는 학생 수는
 $14+8=22$

답 ②

27

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같다.
 이때 계급의 크기는 $10-5=5$ (분)이므로
 5분 이상 15분 미만인 계급의 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합은 $5 \times (2+7)=45$

가장 높은 꼭짓점을 가지는 15분 이상 20분 미만인 계급의 직사각형의 넓이는 $5 \times 15=75$
 20분 이상 30분 미만인 계급의 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합은 $5 \times (9+7)=80$

따라서 $x=45+\frac{75}{2}=\frac{165}{2}$, $y=\frac{75}{2}+80=\frac{235}{2}$ 이므로

$$x:y=\frac{165}{2}:\frac{235}{2}=165:235=33:47$$

답 33:47

28

세로축 한 칸의 크기를 x 라 하면 도수의 총합은 80명이므로
 $2x+6x+8x+12x+8x+4x=80$, $40x=80$
 $\therefore x=2$
 따라서 도수가 가장 큰 계급은 발 크기가 260 mm 이상 270 mm 미만인 계급이고 이 계급의 도수는
 $12x=12 \times 2=24$ (명)이다.

답 ③

29

수학 점수가 75점 이상 80점 미만인 학생 수와 80점 이상 85점 미만인 학생 수의 비가 4:7이고, 80점 이상 85점 미만인 학생 수와 85점 이상 90점 미만인 학생 수의 비가 2:1이므로 75점 이상 80점 미만, 80점 이상 85점 미만, 85점 이상 90점 미만인 학생 수의 비는 8:14:7이다.

(가)

세 계급의 도수를 각각 $8x$ 명, $14x$ 명, $7x$ 명이라 하면

$$2+4+7+8x+14x+7x+5+3=50$$

$$29x=29 \quad \therefore x=1$$

즉, 75점 이상 80점 미만, 80점 이상 85점 미만, 85점 이상 90점 미만인 학생은 각각 8명, 14명, 7명이다.

(나)

따라서 수학 점수가 80점 이상 90점 미만인 학생 수는

$$14+7=21 \text{이므로 전체의 } \frac{21}{50} \times 100 = 42(\%) \text{이다.}$$

(다)

답 42%

단계	채점 기준	배점
(가)	세 계급의 도수의 비를 구한 경우	40%
(나)	전체 학생 수를 이용하여 세 계급의 도수를 각각 구한 경우	30%
(다)	수학 점수가 80점 이상 90점 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구한 경우	30%

BLACKLABEL 특강

참고

연비

셋 이상의 수나 양의 비를 한꺼번에 나타낸 것으로, 다음과 같이 계산한다.

$$A:B=a:b \text{이고, } B:C=c:d$$

$$\Rightarrow A:B:C=ac:bc:bd$$

30

공 던지기 기록이 35 m 이상 40 m 미만인 학생 수를 x 라 하면
 공 던지기 기록이 25 m 이상 30 m 미만인 학생 수는 $1.5x$ 이다.
 전체 학생 수는
 $2+3+4+1.5x+5+x+1=15+2.5x$
 이때 공 던지기 기록이 35 m 미만인 학생이 전체의 80 %이므로
 공 던지기 기록이 35 m 이상인 학생은 전체의
 $100-80=20(\%)$ 이다.
 즉, $(15+2.5x) \times \frac{20}{100} = 1+x$ 에서
 $15+2.5x=5(1+x)$
 $15+2.5x=5+5x$
 $2.5x=10$
 $\therefore x=4$
 즉, 전체 학생 수는 $15+2.5 \times 4=25$
 따라서 공 던지기 기록이 25 m 미만인 학생 수는 $2+3+4=9$ 이
 므로 전체의 $\frac{9}{25} \times 100=36(\%)$ 이다. **답 36 %**

31

도수의 총합은 $6+9+21+63+51=150$
 이때 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1200
 이므로 계급의 크기는 $1200 \div 150=8(\text{분})$ 이다.
 따라서 도수가 가장 큰 계급은 네 번째 계급이므로 구하는 계급은
 $10+3 \times 8=34(\text{분})$ 이상 $10+4 \times 8=42(\text{분})$ 미만이다. **답 ③**

BLACKLABEL 특강 **참고**

주어진 도수분포다각형을 도수분포표로 정리하면 오른쪽과 같다.

기다린 시간(분)	사람 수(명)
10 ^{이상} ~ 18 ^{미만}	6
18 ~ 26	9
26 ~ 34	21
34 ~ 42	63
42 ~ 50	51
합계	150

32

- ① (남학생 수) $= 3+5+9+7+4+2=30$
 (여학생 수) $= 4+6+11+6+3=30$
 즉, 이 동아리의 남학생 수와 여학생 수는 30으로 같다.
 ② 여학생의 도수분포다각형이 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 한 달 동안의 운동 시간은 남학생보다 여학생이 더 많다.
 ③ 남학생 수와 여학생 수가 같으므로 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

즉, 공통부분(그래프에서 색칠하지 않은 부분)을 제외하면 $S_1=S_2$ 이다.

- ④ 전체 학생은 $30+30=60(\text{명})$ 이고,
 한 달 동안의 운동 시간이 16시간 미만인 학생은
 남학생이 $3+5+9=17(\text{명})$, 여학생이 $4+6=10(\text{명})$
 이므로 $17+10=27(\text{명})$ 이다.
 즉, 한 달 동안의 운동 시간이 16시간 미만인 학생은 전체의
 $\frac{27}{60} \times 100=45(\%)$ 이다.
 ⑤ 한 달 동안의 운동 시간이 24시간 이상 28시간 미만인 남학생은 2명, 여학생은 3명이므로 이 동아리 전체에서 한 달 동안의 운동 시간이 가장 많은 학생 3명을 뽑을 수 있으나 이 학생들이 남학생인지 여학생인지는 알 수 없다.
 따라서 옳은 것은 ④이다. **답 ④**

33

남학생의 도수분포다각형이 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 남학생과 여학생 중 과학 성적이 더 좋은 집단은 남학생 집단이다.
 이때 과학 점수가 85점인 학생은 과학 점수가 80점 이상 90점 미만인 계급에 속하므로
 $\frac{8+4}{2+5+6+8+4} \times 100 = \frac{12}{25} \times 100 = 48(\%)$
 따라서 과학 점수가 85점인 학생은 남학생 집단에서 적어도 상위 48 % 이내에 든다. **답 48 %**

34

A반의 전체 학생 수는
 $2+5+10+3+4+1=25$
 B반에서 70점 이상인 학생 수는 $2+4+2=8$,
 60점 이상인 학생 수는 $3+2+4+2=11$ 이므로 B반에서 음악 수행평가 점수가 9번째로 높은 학생이 속하는 계급은 60점 이상 70점 미만이다.
 A반에서 60점 이상인 학생 수는 $10+3+4+1=18$ 이므로
 이 학생은 A반에서 점수가 적어도 18번째로 높다고 할 수 있다. **답 18번째**

STEP 3		종합 사고력 도전 문제	pp.112~113
01 87, 85	02 7	03 (1) $m=2, n=3$ (2) $x=58, y=63$	
04 20	05 2	06 24	07 8 08 7

01 해결단계

① 단계	7명의 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열한 것을 a 점, b 점, c 점, d 점, e 점, f 점, g 점으로 나타낸다.
② 단계	조건 (가), (나)를 이용하여 a, d 의 값을 구한다.
③ 단계	조건 (다), (라)를 이용하여 e, f, g 의 경우를 나눈다.
④ 단계	A 의 값 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수를 각각 구한다.

7명의 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 a 점, b 점, c 점, d 점, e 점, f 점, g 점이라 하자.

조건 (가)에서 가장 낮은 점수는 73점이므로 $a=73$

조건 (나)에서 중앙값은 77점이므로 $d=77$

조건 (라)에서 평균이 78점이므로

$$\frac{a+b+c+d+e+f+g}{7}=78$$

$$\therefore a+b+c+d+e+f+g=546$$

이때 $a=73, d=77$ 이므로

$$b+c+e+f+g=396 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, 조건 (다)에서 최빈값이 80점이므로 e, f, g 중 적어도 2개는 80이어야 한다.

(i) $e=f=g=80$ 일 때,

$$\textcircled{1} \text{에서 } b+c+80+80+80=396$$

$$\therefore b+c=156 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

이때 조건 (다)에서 최빈값이 80점뿐이므로

$$a \leq b \leq c \leq d, \text{ 즉 } 73 \leq b \leq c \leq 77$$

(단, $a=b=c=73, b=c=d=77$ 인 경우는 제외)

$$\therefore 146 < b+c < 154$$

즉, $\textcircled{2}$ 을 만족시키는 b, c 는 존재하지 않는다.

(ii) $e=f=80, g>80$ 일 때,

$$\textcircled{1} \text{에서 } b+c+80+80+g=396$$

$$\therefore b+c+g=236 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

이때 조건 (다)에서 최빈값이 80점뿐이므로 나머지 점수는 모두 달라야 한다.

즉, $73 < b < c < 77$ 이므로

$b=74, c=75$ 일 때 $b+c$ 의 값은 가장 작고 그 값은 149

$b=75, c=76$ 일 때 $b+c$ 의 값은 가장 크고 그 값은 151

즉, $149 \leq b+c \leq 151$ 이고,

$$\textcircled{3} \text{에서 } 85 \leq g \leq 87$$

(iii) $77 < e < 80, f=g=80$ 일 때,

$$\textcircled{1} \text{에서 } b+c+e+80+80=396$$

$$\therefore b+c+e=236 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

이때 조건 (다)에서 최빈값이 80점뿐이므로 나머지 점수는 모두 달라야 한다.

즉, $73 < b < c < 77 < e < 80$ 이므로

$b=75, c=76, e=79$ 일 때 $b+c+e$ 의 값은 가장 크고 그 값은

$$75+76+79=230$$

즉, $\textcircled{4}$ 을 만족시키는 b, c, e 는 존재하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서 $85 \leq g \leq 87$

따라서 가능한 A 의 값 중에서 가장 큰 수는 87, 가장 작은 수는 85이다.

답 87, 85

02 해결단계

① 단계	한국 양궁 선수가 얻은 점수의 중앙값이 8점임을 이용하여 a, b 의 조건을 구한다.
② 단계	한국 양궁 선수와 미국 양궁 선수가 얻은 점수를 합한 전체 점수의 중앙값이 7.5점임을 이용하여 a, b 의 경우를 나눈다.
③ 단계	조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구한다.

한국 양궁 선수가 얻은 점수의 중앙값이 8점이고 활을 5발 쏘았으므로

$$a=8, b=8 \text{ 또는 } a=8, b \leq 7 \text{ 또는 } a \leq 7, b=8$$

(i) $a=8, b=8$ 인 경우

한국 양궁 선수와 미국 양궁 선수가 얻은 점수를 합한 전체 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6점, 7점, 7점, 8점, 8점, 8점, 8점, 9점, 9점, 10점

그런데 중앙값이 $\frac{8+8}{2}=8$ (점)이므로 중앙값이 7.5점이라는 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=8, b \leq 7$ 인 경우

한국 양궁 선수와 미국 양궁 선수가 얻은 점수를 합한 전체 점수를 큰 값부터 크기순으로 나열하면

10점, 9점, 9점, 8점, 8점, 7점, 7점, ...

이때 중앙값은 $\frac{8+7}{2}=7.5$ (점)이므로 조건을 만족시킨다.

따라서 $a=8, b \leq 7$ 인 자연수의 순서쌍 (a, b) 는

$(8, 7), (8, 6), (8, 5), (8, 4), (8, 3), (8, 2), (8, 1)$ 의 7개이다.

(iii) $a \leq 7, b=8$ 인 경우

한국 양궁 선수와 미국 양궁 선수가 얻은 점수를 합한 전체 점수를 큰 값부터 크기순으로 나열하면

10점, 9점, 9점, 8점, 8점, 8점, 7점, 7점, ...

그런데 중앙값이 $\frac{8+8}{2}=8$ (점)이므로 중앙값이 7.5점이라는 조건을 만족시키지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 7이다.

답 7

03 해결단계

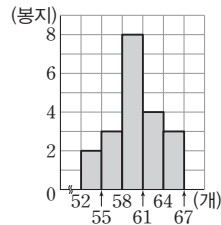
(1)	① 단계	주어진 자료를 바탕으로 히스토그램을 완성하여 m, n 의 값을 각각 구한다.
(2)	② 단계	x, y 가 속한 계급을 각각 구한다.
	③ 단계	x, y 의 값을 각각 구한다.

(1) 주어진 20개의 자료 중에서 x, y 를 제외한 18개의 자료를 도수 분포표로 나타내면 오른쪽쪽과 같다.
이를 주어진 히스토그램과 비교하면 x, y 는

과자의 개수(개)	봉지 수(봉지)
52 ^{이상} ~ 55 ^{미만}	2
55 ~ 58	3
58 ~ 61	7
61 ~ 64	3
64 ~ 67	3
합계	18

58개 이상 61개 미만, 61개 이상 64개 미만인 계급에 각각 하나씩 속해야 한다는 것을 알 수 있다.

따라서 20개의 자료를 히스토그램으로 나타내면 오른쪽과 같으므로 $m=2, n=3$



(2) $y-x=5$ 에서 $y>x$

즉, x 는 58개 이상 61개 미만인 계급에, y 는 61개 이상 64개 미만인 계급에 속한다.

따라서 $58 \leq x < 61, 61 \leq y < 64$ 인 자연수 x, y 에 대하여 $y-x=5$ 를 만족시키는 값은 $x=58, y=63$ 이다.

답 (1) $m=2, n=3$ (2) $x=58, y=63$

04 해결단계

① 단계	줄기가 4인 학생 수와 7인 학생 수를 하나의 문자를 사용하여 나타낸다.
② 단계	① 단계의 문자의 값을 구한다.
③ 단계	전체 학생 수를 구한다.

줄기가 7인 학생 수가 줄기가 4인 학생 수의 $\frac{3}{2}$ 이므로 줄기가 4인 학생 수와 줄기가 7인 학생 수를 각각 $2a, 3a$ 라 하자.

줄기가 4인 학생들의 몸무게의 평균이 42 kg이므로 줄기가 4인 학생들의 몸무게의 총합은

$$42 \times 2a = 84a \text{ (kg)}$$

줄기가 5인 학생들의 몸무게의 총합은

$$50 + 51 + 52 + 54 = 207 \text{ (kg)}$$

줄기가 6인 학생들의 몸무게의 총합은

$$62 + 64 + 65 + 65 + 67 + 68 = 391 \text{ (kg)}$$

줄기가 7인 학생들의 몸무게의 평균이 74 kg이므로 줄기가 7인 학생들의 몸무게의 총합은

$$74 \times 3a = 222a \text{ (kg)}$$

이 반 전체 학생 수는 $2a + 4 + 6 + 3a = 5a + 10$ 이고 반 전체 학생들의 몸무게의 평균은 60.5 kg이므로 몸무게의 총합은

$$84a + 207 + 391 + 222a = 60.5 \times (5a + 10)$$

$$306a + 598 = 302.5a + 605, 3.5a = 7 \quad \therefore a = 2$$

따라서 이 반 전체 학생 수는

$$5a + 10 = 5 \times 2 + 10 = 20$$

답 20

05 해결단계

① 단계	세 개의 수행 과제를 모두 해결한 학생의 비율을 이용하여 x 의 값을 구한다.
② 단계	20점, 30점을 받는 경우를 각각 파악한다.
③ 단계	20점을 받은 학생 수와 30점을 받은 학생 수의 차를 구한다.

개수에 대한 표에서 세 개의 수행 과제를 모두 해결한 학생은 전체 학생의 20 %이므로

$$x - 5 = \{x + (x + 6) + (x - 5)\} \times \frac{20}{100}$$

$$5(x - 5) = 3x + 1, 5x - 25 = 3x + 1$$

$$2x = 26 \quad \therefore x = 13$$

따라서 개수에 대한 표를 완성

개수(개)	학생 수(명)
1	13
2	19
3	8
합계	40

하면 오른쪽과 같다.

이때 1개의 과제만 해결한 학생이 받을 수 있는 점수는 10

점과 30점, 2개의 과제를 해결

한 학생이 받을 수 있는 점수는 20점과 40점, 3개의 과제를 모두 해결한 학생이 받을 수 있는 점수는 50점이므로 20점을 받은 학생 수를 a , 30점을 받은 학생 수를 b 라 하면

$$6 + b = 13, a + 14 = 19$$

$$\therefore a = 5, b = 7$$

따라서 20점을 받은 학생 수와 30점을 받은 학생 수의 차는 $7 - 5 = 2$ 이다.

답 2

06 해결단계

① 단계	도수분포표를 완성한다.
② 단계	주어진 조건을 만족시키는 x, y, z 의 값을 구한다.
③ 단계	$x + y + z$ 의 값을 구한다.

도수분포표를 완성하면 다음과 같다.

관람 횟수(회)	계급값(회)	도수(명)	(계급값) $\times$ (도수)
1 ^{이상} ~ 3 ^{미만}	2	5	10
3 ~ 5	4	10	40
5 ~ 7	6	12	72
7 ~ 9	8	9	72
9 ~ 11	10	4	40
합계		40	234

(가)에서 $A(a)$ 는 계급값이 a 인 계급의 도수이므로

$A(6) = x$ 에서 x 는 계급값이 6인 계급의 도수이다. 계급값이 6인 계급은 5회 이상 7회 미만이고 그 계급의 도수는 $x = 12$

$A(y) = 10$ 에서 y 는 도수가 10인 계급의 계급값이다. 도수가 10인 계급은 3회 이상 5회 미만이고 그 계급의 계급값은 $y = 4$

$A(z) = 9$ 에서 z 는 도수가 9인 계급의 계급값이다. 도수가 9인 계급은 7회 이상 9회 미만이고 그 계급의 계급값은 $z = 8$

$$\therefore x + y + z = 12 + 4 + 8 = 24$$

답 24

07 해결단계

① 단계	철수가 읽은 책의 수가 속하는 계급을 구한다.
② 단계	1반 학생 중에서 철수보다 책을 적게 읽은 학생 수의 범위를 구한다.
③ 단계	$M - m$ 의 값을 구한다.

1학년 전체에서 읽은 책의 수가

8권 미만인 학생 수는 $2 + 12 = 14$,

12권 미만인 학생 수는 $2 + 12 + 6 + 34 = 54$,

16권 미만인 학생 수는 $2 + 12 + 6 + 34 + 10 + 65 = 129$

이므로 철수가 읽은 책의 수가 속하는 계급은 12권 이상 16권 미만이다.

이때 1학년 전체에서 읽은 책의 수가 12권 이상 16권 미만인 학생 수는 $10 + 65 = 75$ 이고 읽은 책의 수가 12권 이상 16권 미만인 학생 중에서 $120 - 54 = 66$ (명)이 철수보다 책을 적게 읽었다.

따라서 1반 학생 중에서 철수보다 책을 적게 읽은 학생이 가장 많으려면 12권 이상 16권 미만인 계급에 속하는 철수를 제외한 1반 학생 9명이 모두 철수보다 책을 적게 읽은 학생이어야 한다.

$$\therefore M = 2 + 6 + 9 = 17$$

또한, 1반 학생 중에서 철수보다 책을 적게 읽은 학생이 가장 적으려면 12권 이상 16권 미만인 계급에 속하는 나머지 학급 학생 65명이 모두 철수보다 책을 적게 읽은 학생이면서 1반 학생 중에서 $66 - 65 = 1$ (명)만이 철수보다 책을 적게 읽은 학생이어야 한다.

$$\therefore m = 2 + 6 + 1 = 9$$

$$\therefore M - m = 17 - 9 = 8 \quad \text{답 8}$$

08 해결단계

① 단계	남학생 중에서 달리기 기록이 14초 미만인 학생은 1반 전체 학생의 15%임을 이용하여 a 에 대한 방정식을 세운다.
② 단계	a 의 값을 구한다.
③ 단계	b 의 값을 구한다.
④ 단계	$a + b$ 의 값을 구한다.

기록이 13초 이상 14초 미만인 남학생 수가 a 이므로 1반의 남학생 수는

$$1 + a + 7 + 4 + 2 + 1 = a + 15$$

이때 1반의 남학생 수와 여학생 수가 같고, 남학생 중에서 달리기 기록이 14초 미만인 학생은 1반 전체 학생의 15%이므로

$$1 + a = \{(a + 15) + (a + 15)\} \times \frac{15}{100}$$

$$100(1 + a) = 15(2a + 30), 100a + 100 = 30a + 450$$

$$70a = 350 \quad \therefore a = 5$$

즉, 1반의 남학생 수와 여학생 수는 각각

$$a + 15 = 5 + 15 = 20$$

기록이 17초 이상 18초 미만인 여학생 수가 b 이므로

$$1 + 3 + 8 + 5 + b + 1 = 20$$

$$b + 18 = 20 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 5 + 2 = 7 \quad \text{답 7}$$

09. 상대도수

STEP	7	시험에 꼭 나오는 문제	p.115
01 0.2	02 5 : 2	03 ④	04 A, D
05 ⑤	06 ㄱ		

01

전체 학생 수는

$$10 + 50 + 70 + 40 + 20 + 10 = 200$$

도서관 이용 횟수가 8회 이상 10회 미만인 계급의 도수는 40명 따라서 도서관 이용 횟수가 8회 이상 10회 미만인 계급의 상대도수는

$$\frac{40}{200} = 0.2 \quad \text{답 0.2}$$

02

도수의 총합이 50이고 키가 155 cm 이상 160 cm 미만인 계급의 상대도수가 0.2이므로 이 계급의 도수는

$$50 \times 0.2 = 10$$

키가 165 cm 이상 170 cm 미만인 계급의 도수가 8이므로 이 계급의 상대도수는

$$\frac{8}{50} = 0.16$$

이때 키가 170 cm 이상 175 cm 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.02 + 0.2 + 0.46 + 0.16 + 0.08) = 0.08$$

이므로 이 계급의 도수는

$$50 \times 0.08 = 4$$

따라서 키가 155 cm 이상 160 cm 미만인 계급의 도수와

170 cm 이상 175 cm 미만인 계급의 도수의 비는

$$10 : 4 = 5 : 2 \quad \text{답 5 : 2}$$

03

국어 성적이 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수가 6이고 이 계급의 상대도수가 0.15이므로 전체 학생 수는

$$\frac{6}{0.15} = 40$$

국어 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수는

$$40 \times 0.05 = 2$$

국어 성적이 80점 이상 90점 미만인 학생 수는

$$40 \times 0.15 = 6$$

따라서 국어 성적이 7번째로 좋은 학생이 속하는 계급은 80점 이상 90점 미만이다. 답 ④

04

도수분포표를 상대도수의 분포표로 나타내면 다음과 같다.

과목	상대도수	
	남학생	여학생
A	0.18	< 0.24
B	0.24	> 0.2
C	0.2	> 0.18
D	0.3	< 0.32
E	0.08	> 0.06
합계	1	1

따라서 남학생에 비해 여학생이 더 좋아하는 과목은 과목 A와 D이다. **답 A, D**

05

A, B 두 중학교의 전체 학생 수를 $3x$, $2x$ 라 하고 수학 성적이 75점 이상 80점 미만인 계급의 도수를 $2y$ 명, $3y$ 명이라 하면 이 계급의 상대도수의 비는

$$\frac{2y}{3x} : \frac{3y}{2x} = \frac{2}{3} : \frac{3}{2} = 4 : 9 \quad \therefore a=4, b=9$$

$$\therefore a+b=4+9=13$$

답 ⑤

06

ㄱ. A 동아리에서 수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는 $40 \times (0.3+0.45)=30$

B 동아리에서 수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는 $20 \times (0.1+0.2)=6$

즉, 수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는 A 동아리가 B 동아리보다 많다.

ㄴ. A 동아리의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$1 \times (0.05+0.3+0.45+0.15+0.05)=1 \times 1=1$$

B 동아리의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$1 \times (0.05+0.1+0.2+0.5+0.15)=1 \times 1=1$$

즉, 두 부분의 넓이는 같다.

ㄷ. B 동아리의 그래프가 A 동아리의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 동아리 학생들의 수면 시간이 A 동아리 학생들의 수면 시간보다 많다고 할 수 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다. **답 ㄱ**

STEP 2

A등급을 위한 문제

pp.116~121

01 ④	02 ②	03 22	04 ④	05 ②
06 80점 이상 90점 미만	07 ⑤	08 15회	09 ⑤	
10 24	11 ⑤	12 0.1	13 ④	14 0.296
15 0.48	16 20	17 ③	18 ④	19 ④
20 ②	21 ③	22 ②	23 ②	24 ②
25 ②	26 13	27 16		

01

④ 도수의 총합이 다른 두 자료에서 어떤 계급의 도수가 큰 쪽의 상대도수가 반드시 크지는 않다.

⑤ 상대도수는 도수의 총합에 대한 각 계급의 도수의 비율, 즉

$$(\text{어떤 계급의 상대도수}) = \frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})} \text{이므로}$$

$$(\text{도수의 총합}) = \frac{(\text{어떤 계급의 도수})}{(\text{그 계급의 상대도수})} \text{이다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. **답 ④**

02

기록이 17초 이상 18초 미만인 계급의 도수가 3이고 이 계급의 상대도수가 0.05이므로 전체 학생 수는

$$\frac{3}{0.05}=60$$

따라서 도수와 상대도수의 분포표를 나타내면 다음과 같다.

기록(초)	학생 수(명)	상대도수
13 ^{이상} ~ 14 ^{미만}	9	0.15
14 ~ 15	15	0.25
15 ~ 16	21	0.35
16 ~ 17	12	0.2
17 ~ 18	3	0.05
합계	60	1

이때 기록이 14초 미만인 계급의 상대도수는 0.15이고, 14초 이상 15초 미만인 계급의 상대도수는 0.25이므로

$$0.15+0.25=0.4$$

따라서 상위 40% 이내에 들기 위해서는 100 m 달리기 기록이 적어도 15초 안에 들어야 한다. **답 ②**

03

연습 시간이 30분 이상 60분 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{2}{15} \right) = \frac{11}{30}$$

이때 전체 학생 수를 x 라 하면 각 계급의 도수 $\frac{1}{15}x$, $\frac{11}{30}x$, $\frac{1}{3}x$,

$\frac{1}{10}x$, $\frac{2}{15}x$ 의 값이 모두 자연수이어야 한다.

즉, x 는 3, 10, 15, 30의 최소공배수, 즉 30의 배수이어야 한다.
 80 이하의 자연수 중에서 30의 배수는 30과 60이므로
 $x=30$ 또는 $x=60$
 따라서 연습 시간이 30분 이상 60분 미만인 학생 수는
 $30 \times \frac{11}{30} = 11$ 또는 $60 \times \frac{11}{30} = 22$
 이므로 학생 수가 될 수 있는 가장 큰 값은 22이다. **답 22**

BLACKLABEL 특강

필수 개념

공배수와 최소공배수

- (1) 공배수 : 두 개 이상의 자연수의 공통인 배수
- (2) 최소공배수 : 공배수 중에서 가장 작은 수
- (3) 최소공배수의 성질 : 두 개 이상의 자연수의 공배수는 모두 최소공배수의 배수이다.

04

무게가 400 g 이상 450 g 미만인 계급의 도수를 x 라 하면
 무게가 250 g 이상 300 g 미만인 계급의 도수는 $2.5x$ 이다.
 또한, 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 계급의 도수는
 $x + 25 \times 0.08 = x + 2$
 이때 도수의 총합이 25이므로
 $3 + 4 + 2.5x + 7 + (x + 2) + x = 25$
 $16 + \frac{9}{2}x = 25, \frac{9}{2}x = 9 \quad \therefore x = 2$
 따라서 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 복숭아의 개수는
 $x + 2 = 2 + 2 = 4$ **답 ④**

BLACKLABEL 특강

오답 피하기

구하는 것이 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 계급의 도수이므로 이 계급의 도수를 x 로 놓고 식을 세울 수도 있다. 그런데 문제에서 두 계급의 도수와 상대도수를 각각 비교할 때, 기준이 되는 것이 무게가 400 g 이상 450 g 미만인 계급이므로 이 계급의 도수를 x 로 놓으면 식을 좀 더 간단하게 세울 수 있다.
 이때 도수에 대한 조건과 상대도수에 대한 조건을 혼동하지 않도록 주의한다. 무게가 400 g 이상 450 g 미만인 계급의 도수를 x 로 놓았을 때, 무게가 350 g 이상 400 g 미만인 계급의 도수를 $(x + 0.08)$ 라 하지 않도록 한다.

05

독서 시간이 9시간 이상 10시간 미만인 계급의 상대도수는 0.15 이고, 독서 시간이 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 상대도수는 0.05이므로 전체 학생 수를 x 라 하면
 $0.15 \times x - 0.05 \times x = 18$
 $0.1x = 18$
 $\therefore x = 180$
 따라서 1학년 전체 학생 수는 180이다. **답 ②**

06

지은이네 학교 1학년 전체 학생 수를 x 라 하면
 상대도수가 가장 큰 계급의 상대도수가 0.38이므로
 $x \times 0.38 = 57 \quad \therefore x = 150$
 즉, 전체 학생 수는 150이다.
 이때 도수가 33명인 계급의 상대도수는
 $\frac{33}{150} = 0.22$
 따라서 상대도수가 0.22인 계급은 80점 이상 90점 미만이다. **답 80점 이상 90점 미만**

07

학생들이 가장 많이 등교하는 시간대는 상대도수가 0.3으로 가장 큰 8시 10분부터 8시 20분 전까지이고, 전체 학생은 1500명이므로 이 시간대에 등교하는 학생 수는
 $1500 \times 0.3 = 450$
 따라서 필요한 홍보지는 450장이다. **답 ⑤**

08

영화 관람권을 받는 사람은 전체의 $\frac{150}{500} = 0.3$ 이므로 영화 관람 횟수가 많은 쪽에서부터의 상대도수의 합이 0.3 이하인 계급에 속하는 이용객은 영화 관람권을 받을 수 있다.
 이때 25회 이상 30회 미만인 계급의 상대도수는 0.04,
 20회 이상 25회 미만인 계급의 상대도수는 0.1,
 15회 이상 20회 미만인 계급의 상대도수는 0.16이므로
 $0.04 + 0.1 + 0.16 = 0.3$
 따라서 영화 관람권을 받으려면 영화를 적어도 15회 이상 관람해야 한다. **답 15회**

09

전체 학생 50명 중에서 액션을 선호하는 학생 수는
 $50 \times 0.4 = 20$
 이때 액션을 선호하는 여학생의 상대도수가 0이므로 전체 학생 중에서 액션을 선호하는 20명은 모두 남학생이다.
 액션을 선호하는 남학생의 상대도수가 0.5이므로 남학생 수는
 $\frac{20}{0.5} = 40$
 즉, 여학생 수는 $50 - 40 = 10$ 이므로 선호하는 영화 장르에 대한 도수분포표는 다음과 같다.

장르	학생 수(명)		
	남학생	여학생	전체 학생
액션	20	0	20
스릴러	15	5	20
드라마	5	5	10
합계	40	10	50

- ① 스릴러를 선호하는 남학생 수는 스릴러를 선호하는 여학생 수의 3배이다.
- ② 스릴러를 선호하는 남학생 수와 드라마를 선호하는 남학생 수의 차는
 $15 - 5 = 10$
- ③ 스릴러를 선호하는 여학생 수와 드라마를 선호하는 여학생 수의 차는
 $5 - 5 = 0$
- ④ 액션을 선호하는 남학생은 20명, 드라마를 선호하는 여학생은 5명으로 그 수는 다르다.
- ⑤ 드라마를 선호하는 남학생 수와 드라마를 선호하는 여학생 수는 모두 5로 같다.
- 따라서 옳은 것은 ⑤이다. **답 ⑤**

10

두 자료 A, B의 도수의 총합을 각각 $5x$, $4x$ 라 하고 어떤 계급의 상대도수를 각각 $2y$, $3y$ 라 하면 이 계급에 속하는 자료 A의 도수가 20이므로

$$5x \times 2y = 20, 10xy = 20 \quad \therefore xy = 2$$

따라서 이 계급에 속하는 자료 B의 도수는

$$4x \times 3y = 12xy = 12 \times 2 = 24$$

답 24

11

- ① A 쇼핑물에서 7만 원 이상 구입한 고객의 비율은

$$\frac{140+100}{500} \times 100 = 48(\%)$$

이므로 50 %를 넘지 않는다.

- ② B 쇼핑물에서 5만 원 미만으로 구입한 고객의 비율은

$$\frac{45+90}{300} \times 100 = 45(\%)$$

이므로 50 %를 넘지 않는다.

- ③ 5만 원 미만으로 구입한 고객의 비율은

$$A \text{ 쇼핑물: } \frac{50+90}{500} \times 100 = 28(\%)$$

$$B \text{ 쇼핑물: } \frac{45+90}{300} \times 100 = 45(\%)$$

즉, B 쇼핑물이 A 쇼핑물보다 크다.

- ④ 7만 원 이상 구입한 고객의 비율은

$$A \text{ 쇼핑물: } \frac{140+100}{500} \times 100 = 48(\%)$$

$$B \text{ 쇼핑물: } \frac{75+30}{300} \times 100 = 35(\%)$$

즉, A 쇼핑물이 B 쇼핑물보다 크다.

- ⑤ 5만 원 이상 9만 원 미만으로 구입한 고객의 비율은

$$A \text{ 쇼핑물: } \frac{120+140}{500} \times 100 = 52(\%)$$

$$B \text{ 쇼핑물: } \frac{60+75}{300} \times 100 = 45(\%)$$

즉, A 쇼핑물이 B 쇼핑물보다 크다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. **답 ⑤**

12

중학교 Q의 상대도수에서

$$b = 1 - (0.28 + 0.25 + 0.17) = 0.3$$

중학교 P의 전체 학생을 x 명, 혈액형이 B형인 학생을 y 명이라 하면 중학교 Q의 전체 학생이 $4x$ 명, 혈액형이 B형인 학생이 $3y$ 명이므로

$$a = \frac{y}{x}, b = \frac{3y}{4x}$$

$$\text{이때 } \frac{3y}{4x} = 0.3 \text{이므로 } \frac{y}{x} = 0.3 \times \frac{4}{3} = 0.4$$

따라서 $a = \frac{y}{x} = 0.4$ 이므로 중학교 P의 상대도수에서

$$c = 1 - (0.24 + 0.26 + 0.4) = 0.1$$

답 0.1

BLACKLABEL 특강

참고

(상대도수) = $\frac{(\text{도수})}{(\text{도수의 총합})}$ 에서 중학교 Q의 전체 학생 수는 중학교 P의 전체 학생 수의 4배이고, 중학교 Q에서 혈액형이 B형인 학생 수는 중학교 P에서 혈액형이 B형인 학생 수의 3배이므로 중학교 Q에서 혈액형이 B형인 학생의 상대도수는 중학교 P에서 혈액형이 B형인 학생의 상대도수의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

13

각 반에서 아침 식사를 하는 학생 수는

$$1\text{반} : 30 \times 0.2x = 6x$$

$$2\text{반} : 40 \times 0.1x = 4x$$

$$3\text{반} : 30 \times 0.4x = 12x$$

$$4\text{반} : 40 \times 0.15x = 6x$$

전체 학생 수에 대하여 아침 식사를 하는 학생 수의 상대도수가 0.3이므로

$$\frac{6x+4x+12x+6x}{30+40+30+40} = 0.3$$

$$\frac{28x}{140} = 0.3 \quad \therefore x = 0.3 \times \frac{140}{28} = \frac{3}{2}$$

따라서 1반 학생 중에서 아침 식사를 하는 학생 수는

$$6x = 6 \times \frac{3}{2} = 9$$

답 ④

14

상대도수의 분포를 나타낸 그래프를 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

주민의 나이(세)	A 지역		B 지역	
	상대도수	주민 수 (명)	상대도수	주민 수 (명)
20 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	0.24	96	0.07	35
30 ~ 40	0.27	108	0.16	80
40 ~ 50	0.23	92	0.31	155
50 ~ 60	0.15	60	0.24	120
60 ~ 70	0.11	44	0.22	110
합계	1	400	1	500

B 지역의 30대 주민의 $\frac{1}{2}$ 은 40명, 50대 주민의 $\frac{1}{2}$ 은 60명이고 이 주민들이 A 지역으로 이주하게 되면 A 지역 주민의 나이의 도수분포표는 다음과 같다.

주민의 나이(세)	주민 수(명)
20 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	96
30 ~ 40	148
40 ~ 50	92
50 ~ 60	120
60 ~ 70	44
합계	500

따라서 이주 후 A 지역에서 도수가 가장 큰 계급은 30세 이상 40세 미만이고 이 계급의 상대도수는

$$\frac{148}{500}=0.296$$

답 0.296

15 해결단계

① 단계	2학년 전체 학생 수를 구한다.
② 단계	1학년 전체 학생 수를 구한다.
③ 단계	1학년 남학생 수를 구한다.
④ 단계	1학년 전체 학생에 대한 1학년 남학생의 상대도수를 구한다.

2학년 전체 학생에 대한 2학년 남학생의 상대도수는

$$1 - 0.45 = 0.55$$

2학년 여학생의 상대도수와 2학년 남학생의 상대도수의 차는

$$0,55 - 0,45 = 0,1$$

이때 2학년에서 남학생이 여학생보다 18명 더 많으므로 2학년 전체 학생 수는

$$\frac{18}{0.1} = 180$$

3학년 전체 학생이 220명이고 전교생이 600명이므로 1학년 전체 학생 수는

$$600 - (180 + 220) = 200$$

전교생에 대한 전체 남학생의 상대도수가

$$1 - 0.51 = 0.49$$

이므로 전체 남학생 수는

$$600 \times 0.49 = 294$$

2학년 남학생 수는

$$180 \times 0.55 = 99$$

3학년 남학생 수는

$$220 \times (1 - 0.55) = 220 \times 0.45 = 99$$

즉, 1학년 남학생 수는

$$294 - (99 + 99) = 294 - 198 = 96$$

따라서 1학년 전체 학생에 대한 1학년 남학생의 상대도수는

$$\frac{96}{200}=0.48$$

답 0.48

16

2시간 이상 3시간 미만인 계급에 대하여

1학년의 학생 수는 30, 상대도수는 0.3이므로

$$\text{1학년 전체 학생 수는 } \frac{30}{0.3} = 100$$

2학년의 학생 수는 30, 상대도수는 0.25이므로

$$\text{2학년 전체 학생 수는 } \frac{30}{0.25} = 120$$

따라서 두 학년 전체 학생 수의 차는

$120 - 100 = 20$ 답 20

17

상대도수의 분포를 나타낸 그래프를 상대도수의 분포표로 나타내면 다음과 같다.

봉사 활동 시간(시간)	상대도수	
	A 동아리	B 동아리
5 ^{이상} ~ 15 ^{미만}	0.08	0.05
15 ~ 25	0.14	0.175
25 ~ 35	0.24	0.3
35 ~ 45	0.32	0.225
45 ~ 55	0.18	0.15
55 ~ 65	0.04	0.1
합계	1	1

이때 A 동아리의 학생은 50명, B 동아리의 학생은 80명이므로

5시간 이상 15시간 미만인 계급의 도수의 합은

$$(50 \times 0.08) + (80 \times 0.05) = 4 + 4 = 8(\text{명})$$

15시간 이상 25시간 미만인 계급의 도수의 합은
 $(50 \times 0.14) + (80 \times 0.175) = 7 + 14 = 21$ (명)
 25시간 이상 35시간 미만인 계급의 도수의 합은
 $(50 \times 0.24) + (80 \times 0.3) = 12 + 24 = 36$ (명)
 35시간 이상 45시간 미만인 계급의 도수의 합은
 $(50 \times 0.32) + (80 \times 0.225) = 16 + 18 = 34$ (명)
 45시간 이상 55시간 미만인 계급의 도수의 합은
 $(50 \times 0.18) + (80 \times 0.15) = 9 + 12 = 21$ (명)
 55시간 이상 65시간 미만인 계급의 도수의 합은
 $(50 \times 0.04) + (80 \times 0.1) = 2 + 8 = 10$ (명)

따라서 도수의 합이 가장 큰 계급은 25시간 이상 35시간 미만이다.

답 ③

18

상대도수의 분포를 나타낸 그래프를 상대도수의 분포표로 나타내면 다음과 같다.

독서 시간(시간)	상대도수	
	A 중학교	B 중학교
1 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	0.06	0.04
2 ~ 3	0.14	0.12
3 ~ 4	0.24	0.22
4 ~ 5	0.3	0.26
5 ~ 6	0.18	0.26
6 ~ 7	0.08	0.1
합계	1	1

- ① A, B 두 중학교의 계급의 크기가 1시간으로 같고, 상대도수의 총합이 1로 같으므로 각 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $1 \times 1 = 1$ 로 서로 같다.
- ② B 중학교의 그래프가 A 중학교의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 중학교 학생들의 독서 시간이 A 중학교 학생들의 독서 시간보다 많다고 할 수 있다.
- ③ A 중학교에서 독서 시간이 2시간 이상 3시간 미만인 학생은 $50 \times 0.14 = 7$ (명)
- ④ 독서 시간이 3시간 이상 4시간 미만인 학생 수는
 A 중학교 : $50 \times 0.24 = 12$
 B 중학교 : $100 \times 0.22 = 22$
 즉, B 중학교가 A 중학교보다 많다.
- ⑤ B 중학교에서 독서 시간이
 6시간 이상 7시간 미만인 학생 수는 $100 \times 0.1 = 10$
 5시간 이상 6시간 미만인 학생 수는 $100 \times 0.26 = 26$
 즉, B 중학교에서 독서 시간이 15번째로 많은 학생이 속하는 계급은 5시간 이상 6시간 미만이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

19

상대도수의 분포를 나타낸 그래프를 상대도수의 분포표로 나타내면 다음과 같다.

이용 횟수(회)	상대도수	
	A 중학교	B 중학교
0 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	0.02	0.04
5 ~ 10	0.2	0.18
10 ~ 15	0.4	0.3
15 ~ 20	0.26	0.42
20 ~ 25	0.1	0.04
25 ~ 30	0.02	0.02
합계	1	1

- ① 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 A 중학교에서 도수가 가장 큰 계급은 10회 이상 15회 미만이다.
 이 계급의 상대도수가 0.4이고 그 계급의 도수가 100명이므로
 A 중학교 1학년 학생은 $\frac{100}{0.4} = 250$ (명)이다.
- ② B 중학교에서 한 달 동안의 편의점 이용 횟수가 20회 이상인 계급들의 상대도수의 합은 $0.02 + 0.04 = 0.06$ 이고, 그 학생 수가 24이므로 B 중학교 1학년 학생은 $\frac{24}{0.06} = 400$ (명)이다.
- ③ A 중학교 1학년 학생은 250명이고, A 중학교에서 한 달 동안의 편의점 이용 횟수가 5회 미만인 계급의 상대도수는 0.02이므로 이 계급의 도수는 $250 \times 0.02 = 5$ (명)이다.
- ④ B 중학교 1학년 학생은 400명이므로 B 중학교에서 한 달 동안의 편의점 이용 횟수가 10회 이상 20회 미만인 학생은
 $400 \times (0.3 + 0.42) = 400 \times 0.72 = 288$ (명)이다.
- ⑤ 한 달 동안의 편의점 이용 횟수가 25회 이상인 학생 수는
 A 중학교 : $250 \times 0.02 = 5$
 B 중학교 : $400 \times 0.02 = 8$
 즉, 학생 수는 같지 않다.
- 따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

⑤에서 A, B 두 중학교에서 한 달 동안의 편의점 이용 횟수가 25회 이상인 계급의 상대도수는 0.02로 같지만 전체 학생 수가 다르므로 그 계급의 도수는 같지 않다.

20

남학생과 여학생의 읽몸 일으키기 횟수가 50회 이상 60회 미만인 계급의 상대도수가 각각 0.3, 0.18이므로 이 계급의 도수는 각각
 남학생 : $0.3 \times$ (전체 남학생 수)
 여학생 : $0.18 \times$ (전체 여학생 수)
 이때 두 계급의 도수가 같으므로
 $0.3 \times$ (전체 남학생 수) $= 0.18 \times$ (전체 여학생 수)
 $5 \times$ (전체 남학생 수) $= 3 \times$ (전체 여학생 수)

$\therefore$ (전체 남학생 수) : (전체 여학생 수) = 3 : 5

즉, 전체 남학생 수와 전체 여학생 수를 각각 $3x$, $5x$ 라 하면 $3x$, $5x$ 의 최소공배수가 750이므로

$$x \times 3 \times 5 = 750 \quad \therefore x = 50$$

따라서 전체 여학생 수는 $5x = 5 \times 50 = 250$

답 ②

21

상대도수의 분포를 나타낸 그래프를 상대도수의 분포표로 나타내면 다음과 같다.

사용 시간(시간)	상대도수	
	1학년 남학생	1학년 전체
1 ^{이상} ~ 3 ^{미만}	0.08	0.04
3 ~ 5	0.24	0.1
5 ~ 7	0.3	0.2
7 ~ 9	0.2	0.24
9 ~ 11	0.12	0.18
11 ~ 13	0.04	0.16
13 ~ 15	0.02	0.08
합계	1	1

1학년 남학생 중 컴퓨터 사용 시간이 7시간 이상 11시간 미만인 계급들의 상대도수의 합은

$$0.2 + 0.12 = 0.32$$

$$\text{즉, 1학년 남학생 수는 } \frac{48}{0.32} = 150$$

1학년 전체 학생 중 컴퓨터 사용 시간이 7시간 이상 11시간 미만인 계급들의 상대도수의 합은

$$0.24 + 0.18 = 0.42$$

$$\text{즉, 1학년 전체 학생 수는 } \frac{168}{0.42} = 400$$

1학년 남학생 중 컴퓨터 사용 시간이

$$13\text{시간 이상 } 15\text{시간 미만인 학생 수는 } 150 \times 0.02 = 3,$$

$$11\text{시간 이상 } 13\text{시간 미만인 학생 수는 } 150 \times 0.04 = 6$$

이므로 컴퓨터 사용 시간이 많은 쪽에서 9번째인 학생이 속하는 계급은 11시간 이상 13시간 미만이다.

한편, 1학년 전체 학생 중 컴퓨터 사용 시간이

$$13\text{시간 이상 } 15\text{시간 미만인 학생 수는 } 400 \times 0.08 = 32,$$

$$11\text{시간 이상 } 13\text{시간 미만인 학생 수는 } 400 \times 0.16 = 64$$

이때 컴퓨터 사용 시간이 11시간 이상 13시간 미만인 1학년 남학생 6명 중에서 5명은 1학년 남학생 중 9번째인 학생보다 컴퓨터 사용 시간이 더 많으므로

$$a > 32 + 5 \quad \therefore a > 37 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또한, 남학생 중 9번째인 학생 외의 나머지 학생의 컴퓨터 사용 시간이 더 많을 수 있으므로

$$a \leq 32 + 64 \quad \therefore a \leq 96 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧에 의하여 $37 < a \leq 96$ 이므로 a 의 값으로 가능한 것은 ③이다.

답 ③

22

일주일 동안의 SNS 사용 시간이 4시간 이상 5시간 미만인 학생 수는 4이고 상대도수는 0.08이므로 정미네 반 전체 학생 수는

$$\frac{4}{0.08} = 50$$

일주일 동안의 SNS 사용 시간이 7시간 이상인 학생 수와 7시간 미만인 학생 수의 비가 2 : 3이므로 7시간 미만인 학생 수는

$$50 \times \frac{3}{2+3} = 30$$

따라서 일주일 동안의 SNS 사용 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 학생 수는

$$30 - (4 + 5) = 21$$

답 ②

23

전시회 관람 횟수가 4회 이상 5회 미만인 계급의 상대도수는 0.15이고, 직원 수는 12이므로 이 회사 전체 직원 수는

$$\frac{12}{0.15} = 80$$

전시회 관람 횟수가 6회 이상 7회 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.15 + 0.25 + 0.2 + 0.1) = 1 - 0.7 = 0.3$$

따라서 이 계급의 도수는

$$80 \times 0.3 = 24(\text{명})$$

답 ②

24

한 학기 동안의 독서량이 3권 미만인 학생이 전체의 12 %이므로 정민이네 반 전체 학생 수는

$$\frac{3}{0.12} = 25$$

7권 이상 9권 미만인 계급의 도수를 x 명이라 하면

$$9\text{권 이상 } 11\text{권 미만인 계급의 도수는 } \frac{1}{2}x\text{명이므로}$$

$$3 + 9 + 7 + x + \frac{1}{2}x = 25, \quad 19 + \frac{3}{2}x = 25$$

$$\frac{3}{2}x = 6 \quad \therefore x = 4$$

따라서 7권 이상 9권 미만인 계급의 상대도수는

$$\frac{4}{25} = 0.16$$

답 ②

25

수학 성적이 70점 미만인 학생이 전체의 80 %이므로 70점 미만인 계급들의 상대도수의 합은 0.8이다.

한편, 수학 성적이 60점 이상인 계급의 상대도수의 합은

$$1 - (0.12 + 0.28) = 0.6$$

따라서 수학 성적이 60점 이상인 계급의 도수는
 $200 \times 0.6 = 120$ (명)
 이때 수학 성적이 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수를 a 명이라
 하면
 $a : 120 = 2 : 15$, $15a = 240 \quad \therefore a = 16$
 따라서 수학 성적이 80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는
 $\frac{16}{200} = 0.08$
 이므로 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는
 $1 - (0.8 + 0.08 + 0.06) = 0.06$
 따라서 구하는 학생 수는
 $200 \times 0.06 = 12$

답 ②

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

보이는 그래프와 위의 내용을 이용하여 수학 성적에 대한 도수와 상대도수의 분포표를 나타내면 다음과 같다.

수학 성적(점)	상대도수	학생 수(명)
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	0.12	24
50 ~ 60	0.28	56
60 ~ 70	0.4	80
70 ~ 80	0.06	12
80 ~ 90	0.08	$a = 16$
90 ~ 100	0.06	12
합계	1	200

26

2학년 학생 수를 x 라 하면 1학년 학생 수는 $(x+50)$ 이다.
 전체 학생 중에서 운동 시간이 3시간 이상 4시간 미만인 학생이
 71명이므로
 $0.3 \times (x+50) + 0.26x = 71$
 $0.56x = 56 \quad \therefore x = 100$
 즉, 1학년 학생은 150명, 2학년 학생은 100명이다.
 운동 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 계급의 상대도수는
 1학년 : $1 - (0.04 + 0.2 + 0.3 + 0.26 + 0.14) = 1 - 0.94 = 0.06$
 2학년 : $1 - (0.08 + 0.28 + 0.26 + 0.22 + 0.12) = 1 - 0.96 = 0.04$
 따라서 전체 학생 중에서 운동 시간이 6시간 이상 7시간 미만인
 학생 수는
 $150 \times 0.06 + 100 \times 0.04 = 9 + 4 = 13$

답 13

단계	채점 기준	배점
(가)	각 학년의 학생 수를 한 문장을 사용하여 나타낸 경우	20%
(나)	각 학년의 학생 수를 구한 경우	40%
(다)	전체 학생 중에서 운동 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 학생 수를 구한 경우	40%

27

그래프의 세로 눈금 한 칸의 크기를 x 라 하면 B 중학교의 상대도
 수의 총합은 1이므로
 $2x + 6x + 7x + 4x + x = 1$
 $20x = 1 \quad \therefore x = 0.05$
 즉, 그래프의 세로 눈금 한 칸의 크기는 0.05이다.
 이때 A 중학교에서 나이가 50세 이상 60세 미만인 계급의 상대
 도수는
 $1 - (3 + 7 + 6 + 1) \times 0.05 = 1 - 0.85 = 0.15$
 따라서 A 중학교에서 나이가 50세 이상인 선생님의 수는
 $80 \times (0.15 + 0.05) = 80 \times 0.2 = 16$

답 16

BLACKLABEL 특강

풀이 첨삭

주어진 그래프로부터 다음과 같은 상대도수의 분포표를 얻을 수 있다.

나이(세)	상대도수	
	A 중학교	B 중학교
20 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	0.15	0.1
30 ~ 40	0.35	0.3
40 ~ 50	0.3	0.35
50 ~ 60	0.15	0.2
60 ~ 70	0.05	0.05
합계	1	1

STEP

3

종합 사고력 도전 문제

pp.122~123

01 25 : 56 02 120 03 61번째 04 42 05 36
 06 0.04 07 후보 B, 이유는 풀이 참조 08 7

01 해결단계

① 단계	A, B, C 세 학교의 전체 학생 수의 비를 구한다.
② 단계	A, B, C 세 학교의 주어진 계급의 도수의 비를 구한다.
③ 단계	A, C 두 학교의 주어진 계급의 상대도수의 비를 구한다.

A 학교와 B 학교의 전체 학생 수의 비가 2 : 3이고
 A 학교와 C 학교의 전체 학생 수의 비는 4 : 5이므로
 A, B, C 세 학교의 전체 학생 수의 비는 4 : 6 : 5이다.
 또한, 오른쪽 눈의 시력이 1.2 이상 1.5 미만인 계급에서
 A 학교와 B 학교의 도수의 비가 5 : 2이고
 B 학교와 C 학교의 도수의 비는 1 : 7이므로
 A, B, C 세 학교의 이 계급의 도수의 비는 5 : 2 : 14이다.
 따라서 A, C 두 학교의 전체 학생 수를 $4x$, $5x$ 라 하고 오른쪽
 눈의 시력이 1.2 이상 1.5 미만인 계급의 도수를 $5y$ 명, $14y$ 명이
 라 하면 이 계급의 상대도수의 비는
 $\frac{5y}{4x} : \frac{14y}{5x} = \frac{5}{4} : \frac{14}{5} = 25 : 56$

답 25 : 56

02 해결단계

① 단계	상대도수의 분모의 최소공배수를 구한다.
② 단계	a, b 를 하나의 문자를 사용하여 나타낸다.
③ 단계	독서반 전체 학생 수를 구한다.

주어진 표에서 소수로 나타내어진 상대도수를 기약분수로 나타내면 다음과 같다.

독서 시간(시간)	상대도수	
	소수	기약분수
0 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	0.25	$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
4 ~ 8	0.2	$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
8 ~ 12	0.125	$0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$
12 ~ 16	0.1	$0.1 = \frac{1}{10}$
16 ~ 20	0.2	$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
20 ~ 24	0.125	$0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$
합계	1	1

각 계급의 도수는 자연수가 되어야 하므로 도수의 총합은 각 계급의 상대도수의 분모 4, 5, 8, 10의 공배수가 되어야 한다. 이때 분모의 최소공배수가 40이므로 도수의 총합은 40의 배수이다.

따라서 도수의 총합을 $40n$ (n 은 자연수)명이라 하면

$$a = 40n \times \frac{1}{4} = 10n, \quad b = 40n \times \frac{1}{5} = 8n$$

이때 $10n, 8n$ 의 최대공약수는 $2n$ 이고 a, b 의 최대공약수가 6이므로

$$2n = 6 \quad \therefore n = 3$$

따라서 독서반 전체 학생 수는

$$40n = 40 \times 3 = 120 \quad \text{답 120}$$

03 해결단계

① 단계	그래프의 세로 한 칸의 크기를 구한다.
② 단계	축구 동아리 안에서 운동 시간이 짧은 쪽에서 10번째인 회원이 속한 계급을 구한다.
③ 단계	이 회원이 탁구 동아리로 옮겼을 때, 탁구 동아리 안에서 운동 시간이 짧은 쪽에서 적어도 몇 번째 안에 드는지 구한다.

그래프의 세로 한 칸의 크기를 x 라 하자.

탁구 동아리의 상대도수의 총합은 1이므로

$$3x + 12x + 15x + 10x + 5x + 3x + 2x = 1$$

$$50x = 1 \quad \therefore x = 0.02$$

따라서 축구 동아리에서 얼룩져 보이지 않는 6시간 이상 8시간 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.02 + 0.08 + 0.26 + 0.16 + 0.14 + 0.1) = 1 - 0.76 = 0.24$$

축구 동아리 안에서 운동 시간이 짧은 쪽에서부터 각 계급의 도수를 구하면

$$2\text{시간 이상 } 4\text{시간 미만인 계급} : 50 \times 0.02 = 1$$

$$4\text{시간 이상 } 6\text{시간 미만인 계급} : 50 \times 0.08 = 4$$

$$6\text{시간 이상 } 8\text{시간 미만인 계급} : 50 \times 0.24 = 12$$

즉, 축구 동아리 안에서 운동 시간이 짧은 쪽에서 10번째인 회원이 속한 계급은 6시간 이상 8시간 미만이다.

탁구 동아리 안에서 운동 시간이 짧은 쪽에서부터 각 계급의 도수를 구하면

$$2\text{시간 이상 } 4\text{시간 미만인 계급} : 100 \times 0.06 = 6$$

$$4\text{시간 이상 } 6\text{시간 미만인 계급} : 100 \times 0.24 = 24$$

$$6\text{시간 이상 } 8\text{시간 미만인 계급} : 100 \times 0.3 = 30$$

즉, 탁구 동아리 안에서 운동 시간이 8시간 미만인 회원 수는

$$6 + 24 + 30 = 60$$

따라서 운동 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 계급에 속하는 축구 동아리 회원 1명이 탁구 동아리로 옮겼을 때, 이 회원은 탁구 동아리 안에서 운동 시간이 짧은 쪽에서 적어도 61번째 안에 든다. 답 61번째

04 해결단계

① 단계	상대도수의 분포표를 이용하여 도수분포표를 구한다.
② 단계	미정이의 기록이 속한 계급을 구한다.
③ 단계	$M + m$ 의 값을 구한다.

상대도수의 분포표를 이용하여 도수분포표를 구하면 다음과 같다.

기록(초)	학생 수(명)	
	1학년 전체	1학년 운동부
160 ^{이상} ~ 170 ^{미만}	12	2
170 ~ 180	34	6
180 ~ 190	68	10
190 ~ 200	72	18
200 ~ 210	14	4
합계	200	40

1학년 전체에서 기록이 170초 미만인 학생은 12명,

180초 미만인 학생은 $12 + 34 = 46$ (명),

190초 미만인 학생은 $12 + 34 + 68 = 114$ (명),

200초 미만인 학생은 $12 + 34 + 68 + 72 = 186$ (명)이므로

미정이의 기록은 190초 이상 200초 미만인 계급에 속한다.

이때 1학년 전체에서 미정이보다 기록이 좋은 학생이 120명이므로 190초 이상 200초 미만인 계급의 6명이 미정이보다 기록이 좋다.

즉, 운동부에서 미정이보다 기록이 좋은 학생 수가 가장 많은 경우는 1학년 전체의 같은 계급에서 미정이보다 기록이 좋은 6명이

모두 운동부 학생일 때이므로 운동부에서 미정보보다 기록이 좋은 학생 수로 가능한 수 중 가장 큰 값은

$$M=2+6+10+6=24$$

또한, 운동부에서 미정보보다 기록이 좋은 학생 수가 가장 적은 경우는 1학년 전체의 같은 계급에서 미정보보다 기록이 좋은 6명이 모두 운동부 학생이 아닐 때이므로 운동부에서 미정보보다 기록이 좋은 학생 수로 가능한 수 중 가장 작은 값은

$$m=2+6+10=18$$

$$\therefore M+m=24+18=42 \quad \text{답 42}$$

05 해결단계

① 단계	B 마을의 전체 주민 수를 x 라 하고 A 마을의 전체 주민 수를 x 를 사용하여 나타낸다.
② 단계	60분 이상 70분 미만인 주민 수를 이용하여 x 의 값을 구한다.
③ 단계	50분 이상 60분 미만인 B 마을의 주민 수를 구한다.

B 마을의 전체 주민 수를 x 라 하자.

하루 운동 시간이 20분 이상 30분 미만인 계급의 B 마을의 상대도수가 0.2이므로 주민 수는 $0.2x$ 이다.

또한, 이 계급의 A 마을의 상대도수는 0.12이고, 주민 수는 B 마을과 같으므로 A 마을의 전체 주민 수는

$$\frac{0.2x}{0.12} = \frac{5}{3}x$$

한편, 하루 운동 시간이 60분 이상 70분 미만인 계급의 A 마을의 상대도수는

$$1 - (0.06 + 0.12 + 0.16 + 0.32 + 0.26) = 1 - 0.92 = 0.08$$

이 계급의 두 마을의 상대도수가 같으므로 하루 운동 시간이 60분 이상 70분 미만인 계급의 B 마을의 상대도수도 0.08이다.

이 계급의 도수는 A 마을이 B 마을보다 16명 더 많으므로

$$\frac{5}{3}x \times 0.08 = x \times 0.08 + 16$$

$$5x = 3x + 600$$

$$2x = 600 \quad \therefore x = 300$$

즉, B 마을의 전체 주민은 300명이고 하루 운동 시간이 50분 이상 60분 미만인 계급의 B 마을의 상대도수는

$$1 - (0.08 + 0.2 + 0.3 + 0.22 + 0.08) = 1 - 0.88 = 0.12$$

따라서 구하는 B 마을의 주민 수는

$$300 \times 0.12 = 36 \quad \text{답 36}$$

06 해결단계

① 단계	수정 후의 도수분포표를 완성한다.
② 단계	각 계급에서 이동한 학생 수를 구한다.
③ 단계	A, B의 값을 각각 구하고 그 합을 구한다.

전체 학생 수는 변하지 않으므로 수정 후 상대도수에 각각 25를 곱하여 다음과 같은 도수분포표를 얻을 수 있다.

2학기 성적(점)	수정 전 학생 수(명)	수정 후 학생 수(명)
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	5	$25 \times 0.12 = 3$
50 ~ 60	3	$25 \times A$
60 ~ 70	11	$25 \times 0.48 = 12$
70 ~ 80	1	0
80 ~ 90	2	$25 \times B$
90 ~ 100	3	$25 \times 0.12 = 3$
합계	25	25

위의 표에서 성적이 40점 이상 50점 미만인 학생들 중에서 2명이 한 계급 올라갔고, 50점 이상 60점 미만인 학생들 중에서 1명이 한 계급 올라갔으므로 50점 이상 60점 미만인 학생 수는

$$3 + 2 - 1 = 4$$

$$\therefore A = \frac{4}{25} = 0.16$$

또한, 70점 이상 80점 미만인 학생들 중에서 1명이 한 계급 올라갔고, 80점 이상 90점 미만인 학생들 중에서 계급이 올라간 학생은 없으므로 80점 이상 90점 미만인 학생 수는

$$2 + 1 = 3$$

$$\therefore B = \frac{3}{25} = 0.12$$

$$\therefore A - B = 0.16 - 0.12 = 0.04 \quad \text{답 0.04}$$

07 해결단계

① 단계	지지율에 따른 도수를 각각 구한다.
② 단계	전교생에 대한 세 후보 A, B, C의 지지율을 각각 구한다.
③ 단계	당선이 확실한 후보를 말하고 그 이유를 서술한다.

세 후보 A, B, C의 지지율에 따른 도수를 구하면 다음과 같은 도수분포표를 얻을 수 있다.

학년	학생 수(명)			
	후보 A	후보 B	후보 C	무응답
1학년	75	150	45	30
2학년	102	153	68	17
3학년	126	108	108	18
합계	303	411	221	65

전교생 1000명에 대한 세 후보 A, B, C의 지지율은 각각

$$\frac{303}{1000} \times 100 = 30.3(\%),$$

$$\frac{411}{1000} \times 100 = 41.1(\%),$$

$$\frac{221}{1000} \times 100 = 22.1(\%)$$

이므로 후보 B의 지지율이 가장 높다.

또한, 전교생 1000명 중에서 무응답인 학생의 비율은

$$\frac{65}{1000} \times 100 = 6.5(\%)$$

이때 무응답인 학생이 모두 지지율이 두 번째로 높은 후보 A에 투표한다고 가정하면 후보 A의 득표율은

$$30.3 + 6.5 = 36.8(\%)$$

이는 후보 B의 지지율 41.1 %보다 낮으므로 후보 B의 당선이 확실하다.

답 후보 B, 이유는 풀이 참조

08 해결단계

① 단계	보이지 않는 계급의 도수를 문자를 사용하여 나타낸다.
② 단계	모든 계급의 도수가 13명 이하이면서 상대도수가 세 번째로 큰 계급이 50점 이상 60점 미만인 되게 하는 x 의 값을 구한다.
③ 단계	수학 성적이 80점 이상인 학생 수를 구한다.

수학 동아리 전체 학생 수가 40이므로 다음과 같은 도수분포표를 얻을 수 있다.

수학 점수(점)	학생 수(명)
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	$40 \times 0.075 = 3$
50 ~ 60	$40 \times 0.225 = 9$
60 ~ 70	
70 ~ 80	
80 ~ 90	
90 ~ 100	$40 \times 0.05 = 2$
합계	40

수학 성적이 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수를 x 명이라 하면 수학 성적이 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는 $2x$ 명이고 수학 성적이 70점 이상 80점 미만의 계급의 도수는

$$40 - (3 + 9 + 2x + x + 2) = 26 - 3x(\text{명}) \text{으로 나타낼 수 있다.}$$

상대도수가 주어지지 않은 세 계급의 도수는 차례대로 $2x$, $26 - 3x$, x 이고 이 값은 모두 13 이하이어야 한다.

$x=1$ 이면 세 계급의 도수는 차례대로 2, 23, 1 (×)

$x=2$ 이면 세 계급의 도수는 차례대로 4, 20, 2 (×)

$x=3$ 이면 세 계급의 도수는 차례대로 6, 17, 3 (×)

$x=4$ 이면 세 계급의 도수는 차례대로 8, 14, 4 (×)

$x=5$ 이면 세 계급의 도수는 차례대로 10, 11, 5 (○)

$x=6$ 이면 세 계급의 도수는 차례대로 12, 8, 6 (○)

$x=7$ 이면 세 계급의 도수는 차례대로 14, 5, 7 (×)

∴

x 의 값이 7 이상이면 수학 성적이 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수가 14 이상이 되므로 x 의 값으로 가능한 수는 5, 6의 두 개 뿐이다.

또한, 상대도수가 세 번째로 큰 계급이 50점 이상 60점 미만이 되려면 도수가 9보다 큰 계급이 2개가 되어야 하므로 $x=5$ 이다.

따라서 수학 성적이 80점 이상인 학생 수는

$$5 + 2 = 7 \text{이다.}$$

답 7

대단원평가

pp.124~125

- 01 ② 02 19 03 ⑤ 04 68 %
 05 2명 06 20개 이상 25개 미만 07 3 : 2
 08 ② 09 25 10 12
 11 (1) $A=0.12$, $B=54$ (2) 8 %

01

x 와 $x+1$ 을 제외하고 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 12, 12, 14, 15, 15, 18

이고 자료의 개수가 홀수이므로 중앙값 13은 $\frac{9+1}{2} = 5$ 번째 값이다.

x 와 $x+1$ 을 포함하여 나열하면

11, 12, 12, x , $x+1$, 14, 15, 15, 18

이고 (중앙값) $= x+1 = 13$ 에서 $x=12$ 이다.

따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 12, 12, 12, 13, 14, 15, 15, 18

이때 자료에서 12의 개수가 가장 많으므로 최빈값은 12이다.

답 ②

02

(i) a 의 값이 중앙값인 4인 경우

평균이 4이므로

$$\frac{4+b+c}{3} = 4$$

$$\therefore b+c=8$$

따라서 가능한 순서쌍 (a, b, c) 는

$(4, 1, 7)$, $(4, 2, 6)$, $(4, 3, 5)$, $(4, 4, 4)$, $(4, 5, 3)$,

$(4, 6, 2)$, $(4, 7, 1)$ 의 7개

(ii) b 의 값이 중앙값인 4인 경우

평균이 4이므로

$$\frac{a+4+c}{3} = 4$$

$$\therefore a+c=8$$

따라서 가능한 순서쌍 (a, b, c) 는

$(1, 4, 7)$, $(2, 4, 6)$, $(3, 4, 5)$, $(4, 4, 4)$, $(5, 4, 3)$,

$(6, 4, 2)$, $(7, 4, 1)$ 의 7개

(iii) c 의 값이 중앙값인 4인 경우

평균이 4이므로

$$\frac{a+b+4}{3} = 4$$

$$\therefore a+b=8$$

따라서 가능한 순서쌍 (a, b, c) 는
 $(1, 7, 4), (2, 6, 4), (3, 5, 4), (4, 4, 4), (5, 3, 4),$
 $(6, 2, 4), (7, 1, 4)$ 의 7개
 (i), (ii), (iii)에서 $(4, 4, 4)$ 가 중복되므로 가능한 순서쌍 (a, b, c)
 의 개수는
 $7+7+7-2=19$ 답 19

03

그래프의 세로 한 칸의 크기를 x 라 하면 각 직사각형의 넓이의 합
 이 68이므로
 $(2x+5x+6x+4x) \times 2=68, 34x=68$
 $\therefore x=2$
 즉, 세로 한 칸의 크기가 2이므로 각 계급의 도수는 앞에서부터
 차례대로 4, 10, 12, 8이다.
 따라서 최고 기온이 14번째로 높은 날이 포함되는 계급은 20°C
 이상 22°C 미만이고 이 계급의 도수는 12이다. 답 ⑤

04

1반의 전체 학생 수는 $2+7+10+4+2=25$ 이고
 1반에서 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는
 $25 \times \frac{20}{100}=5$
 이므로 1반에서 상위 20 % 이내에 드는 학생이 읽은 책은 12권
 이상이다.
 이 학생이 2반으로 이동하면 2반에서 책을 12권 이상 읽은 학생
 수는 $9+7+1=17$ 이고
 2반의 전체 학생 수는 $1+2+5+9+7+1=25$ 이므로 이 학생은
 적어도 상위 $\frac{17}{25} \times 100=68(\%)$ 이내에 든다. 답 68 %

05

통학 시간이 15분 미만인 학생 수는
 $3+6=9$
 이 학생들이 전체의 30 %이므로 전체 학생 수를 x 라 하면
 $\frac{9}{x} \times 100=30 \quad \therefore x=30$

즉, 통학 시간이 20분 이상인 학생 수는
 $30 \times \frac{40}{100}=12$
 따라서 15분 이상 20분 미만인 계급의 도수는
 $30-(9+12)=9(\text{명})$
 이고, 20분 이상 25분 미만인 계급의 도수는
 $12-(3+2)=7(\text{명})$
 이므로 도수의 차는 $9-7=2(\text{명})$ 답 2명

06

상대도수의 분포를 나타낸 그래프를 안타 개수에 대한 도수 및 상
 대도수의 분포표로 나타내면 다음과 같다.

안타 개수(개)	학생 수(명)	상대도수
5 ^{이상} ~ 10 ^{미만}	$50 \times 0.08=4$	0.08
10 ~ 15	$50 \times 0.14=7$	0.14
15 ~ 20	$50 \times 0.22=11$	0.22
20 ~ 25	$50 \times 0.16=8$	0.16
25 ~ 30	$50 \times 0.28=14$	0.28
30 ~ 35	$50 \times 0.12=6$	0.12
합계	50	1

야구부 학생이 50명이므로 안타 개수를 작은 값부터 크기순으로
 나열하면 중앙값은 $\frac{50}{2}=25$ 번째 값과 $\frac{50}{2}+1=26$ 번째 값의 평
 균이다.
 이때 10개 미만인 값이 4개,
 15개 미만인 값이 $4+7=11(\text{개})$,
 20개 미만인 값이 $4+7+11=22(\text{개})$,
 25개 미만인 값이 $4+7+11+8=30(\text{개})$ 이므로
 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 25번째 값과 26번째 값은
 모두 20개 이상 25개 미만인 계급에 속한다.
 따라서 25번째 값과 26번째 값의 평균인 중앙값도 20개 이상 25
 개 미만인 계급에 속한다. 답 20개 이상 25개 미만

07

A, B 두 반의 전체 학생 수를 각각 $5x, 4x$ 라 하면
 $b=\frac{a}{4x}, d=\frac{c}{5x}$
 이때 $b:d=15:8$ 이므로
 $\frac{a}{4x}:\frac{c}{5x}=15:8$

$$8 \times \frac{a}{4x} = 15 \times \frac{c}{5x}, 2a = 3c$$

$$\therefore a : c = 3 : 2$$

답 3 : 2

08

1학년과 2학년의 전체 학생 수를 각각 x, y 라고 하자.

도서관 이용 횟수가 5회 이상 10회 미만인 1, 2학년 학생 수가 같으므로

$$0.1x = 0.06y \quad \therefore x = \frac{3}{5}y$$

1, 2학년 상대도수가 같은 계급은 30회 이상 35회 미만이고 2학년 학생이 1학년 학생보다 8명 더 많으므로

$$0.08x + 8 = 0.08y, x + 100 = y$$

$$x = \frac{3}{5}y \text{를 위의 식에 대입하면}$$

$$\frac{3}{5}y + 100 = y, \frac{2}{5}y = 100$$

$$\therefore y = 250, x = \frac{3}{5} \times 250 = 150$$

이때 두 학년의 상대도수의 합이 가장 큰 계급은 20회 이상 25회 미만이므로 이 계급의 도수의 합은

$$150 \times 0.22 + 250 \times 0.32 = 33 + 80 = 113(\text{명})$$

답 ②

09

평균이 78점이므로 평균 점수가 속한 계급은 70점 이상 80점 미만이다.

평균 점수가 속한 계급의 점수가 모두 평균보다 낮을 때, 평균보다 점수가 높은 학생 수는 최소가 된다.

$$\therefore x = 9 + 7 = 16$$

평균 점수가 속한 계급의 점수가 모두 평균보다 높을 때, 평균보다 점수가 낮은 학생 수는 최소가 된다.

$$\therefore y = 2 + 7 = 9$$

$$\therefore x + y = 16 + 9 = 25$$

답 25

단계	채점 기준	배점
(가)	평균이 속한 계급을 구한 경우	20%
(나)	x, y 의 값을 각각 구한 경우	60%
(다)	$x + y$ 의 값을 구한 경우	20%

10

이 나무에서 수확한 한라봉의 전체 개수를 x 라고 하면 한라봉의 무게가 170 g 이상 180 g 미만인 계급의 상대도수는 0.05이므로

$$x \times 0.05 = 2$$

$$\therefore x = 2 \times \frac{100}{5} = 40$$

따라서 이 나무에서 수확한 한라봉의 전체 개수는 40이다.

무게가 130 g 이상 140 g 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.125 + 0.225 + 0.175 + 0.125 + 0.05) = 1 - 0.7 = 0.3$$

무게가 130 g 이상 140 g 미만인 계급의 상대도수는 0.3이므로 구하는 한라봉의 개수는

$$40 \times 0.3 = 12$$

답 12

단계	채점 기준	배점
(가)	이 나무에서 수확한 한라봉의 전체 개수를 구한 경우	40%
(나)	무게가 130 g 이상 140 g 미만인 계급의 상대도수를 구한 경우	20%
(다)	무게가 130 g 이상 140 g 미만인 한라봉의 개수를 구한 경우	40%

11

(1) 하루에 마시는 우유의 양이 400 mL 이상 600 mL 미만인 계급의 도수가 84명, 상대도수가 0.42이므로 전체 학생 수는

$$\frac{84}{0.42} = 200$$

$$\therefore A = \frac{24}{200} = 0.12, B = 200 \times 0.27 = 54$$

(2) 하루에 마시는 우유의 양이 600 mL 이상 800 mL 미만인 계급의 상대도수는

$$\frac{22}{200} = 0.11$$

따라서 하루에 마시는 우유의 양이 800 mL 이상인 학생은 전체의

$$\{1 - (0.12 + 0.27 + 0.42 + 0.11)\} \times 100 = 0.08 \times 100 = 8(\%)$$

답 (1) $A = 0.12, B = 54$ (2) 8 %

단계	채점 기준	배점
(1)	(가) 전체 학생 수를 구한 경우	20%
	(나) A, B 의 값을 각각 구한 경우	40%
(2)	(다) 하루에 마시는 우유의 양이 600 mL 이상 800 mL 미만인 계급의 상대도수를 구한 경우	20%
	(라) 하루에 마시는 우유의 양이 800 mL 이상인 학생의 비율을 구한 경우	20%